

## АНАЛІЗ СТОХАСТИЧНИХ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ РЕЛЬЄФУ ПРИ ВЗАЄМОДІЇ РУШІЯ РОЗПУШУВАЧА З ПОВЕРХНЕЮ ҐРУНТУ

Євгеній Горбатюк<sup>1</sup>, Дмитро Міщук<sup>1</sup>, Микола Пристайло<sup>1</sup>, Михайло Горбатюк<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Київський національний університет будівництва і архітектури  
03680, Повітрофлотський проспект 31, Київ, Україна

<sup>2</sup>Гімназія "Академія"  
вул. Феодори Пушиної, 4, Київ, Україна, e-mail: gek\_gor@i.ua

## ANALYSIS OF STOCHASTIC MATHEMATICAL MODELS OF RELIEF AT CO-OPERATING OF RENDERING-ENGINE OF SCARIFIER WITH THE SURFACE OF SOIL

Eugenii Gorbatiuk<sup>1</sup>, Dmytro Mischuk<sup>1</sup>, Mykola Prystaylo<sup>1</sup>, Mykhailo Gorbatiuk<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Kyiv national university of construction and architecture  
03680, Povitroflotsky prospect 31, Kyiv, Ukraine

<sup>2</sup>Gymnasium "Academy"  
Feodori Pushinoi, str. 4, Kyiv, Ukraine, e-mail: gek\_gor@i.ua

**АНОТАЦІЯ.** Найбільш ефективним способом руйнування мерзлих і скельних ґрунтів з точки зору продуктивності машин і собівартості розробки ґрунту є горизонтальне пошарове розпушування навісними розпушувачами на базі потужних тракторів. Одним із шляхів підвищення ефективності розпушувального агрегату є удосконалення його системи керування.

**Ключові слова:** розпушувач, рушій, ґрунт, рельєф, математична модель.

**АННОТАЦИЯ.** Наиболее эффективным способом разрушения мерзлых и скальных грунтов с точки зрения производительности машин и себестоимости разработки грунта является горизонтальное послойное рыхление навесными рыхлителями на базе мощных тракторов. Один из путей повышения эффективности рыхлительного агрегата это усовершенствование его системы управления.

**Ключевые слова:** рыхлитель, движитель, грунт, рельеф, математическая модель.

**ABSTRACT. Purpose.** The aim of work is an increase of efficiency of burster aggregate by the improvement of his control system. **Methodology/approach.** The method of research - analytical method turns physical materiality process of destruction of the soil. **Findings.** Mathematical model of the ground surface can be presented by the determined or stochastic (casual) functions. For realization of casual microrelief on computers the algorithm based on converting of stationary sequence of the independent normally up-diffused random numbers (discrete white noise) into some sequence is usually used, what recurrent equalization is used for. **Research limitations/implications.** Application of stochastic models of relief allows to decide a task to cooperation of rendering-engine with soil at pyci of base machine on an underlayment taking into account the real relief. An existent mathematical vehicle allows to design motion of base machine on an underlayment taking into account the real hypsography and can be used in further works at the calculations of cooperation of rendering-engine of scarifier with the surface of soil. **Originality/value.** Inequalities of hypsography can be conditionally divided into a macrorelief, microrelief and roughnesses. To the macroprofile inequalities of considerable extent (more than 100 m) behave in relation to large amplitude, that does not cause the vibrations of machine and out of control moving of working organ practically. Roughnesses are characterized inequalities long a less than 0,5 m and compensated by the smoothed ability of elements of working equipment.

**Key words:** scarifier, rendering-engine, soil, relief, mathematical model.

### ВСТУП

У зв'язку з тим, що мерзлі і скельні ґрунти мають підвищену міцність, їх розробка землерийними машинами неможлива без попереднього руйнування, спрямованого на зниження опору ґрунту для його подальшої розробки.

Нині використовуються різні способи розробки мерзлих і скельних ґрунтів [1, 2, 3], основні з яких це буропідривні ро-

боти та розпушування ґрунту навісними розпушувачами.

Найбільш ефективним способом руйнування мерзлих та скельних ґрунтів з точки зору продуктивності машин і собівартості розробки ґрунту є горизонтальне пошарове розпушування навісними розпушувачами на базі потужних тракторів. В цьому випадку відрив стружки ґрунту від масиву відбувається у напрямі відкритої поверхні, що є найменш енергоємним способом, оскільки

ки тут переважають зусилля розтягування (розриву) ґрунту, які у декілька разів менші ніж зусилля стиску або зсуву.

Розпушування ґрунту забезпечує зниження витрат на тонну продукції, сприяє зниженню енергоємності виконання подальших землерийних робіт та є менш небезпечним для довкілля методом підготовчих робіт в порівнянні з буропідривним.

## МЕТА І ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Ефективність розпушувального агрегату значною мірою залежить від раціональних режимів роботи силової установки. Системи керування, що серійно випускаються на цей час, прилади індикації, а також уповільнена реакція людини-оператора на умови робочого процесу, що швидко змінюються, не дозволяють повною мірою використати тягово-зчіпні якості машини.

В процесі роботи розпушувального агрегату його ходове устаткування взаємодіє з ґрунтом, що викликає некеровані переміщення робочого органа в просторі, а, отже, і зміну глибини розпушування, що призводить до зміни реакції ґрунту на робочому органі.

У зв'язку з цим необхідно зробити аналіз математичних моделей рельєфу при взаємодії рушія розпушувача з поверхнею ґрунту.

Метою роботи є підвищення ефективності розпушувального агрегату шляхом удосконалення його системи керування.

## ВИКЛАД МАТЕРІАЛУ

Математична модель ґрунтової поверхні може бути представлена детермінованими або стохастичними (випадковими) функціями [4, 5].

Детерміновані моделі, що є математичним описом нерівностей поверхні ґрунту у вигляді детермінованих функціональних залежностей вертикальної координати поверхні ґрунту  $z_{\text{п}}(t)$  від часу, застосовуються в основному при дослідженнях, спрямованих на підвищення ефективності розробки ґрунту та при визначенні граничних зна-

чень параметрів [4, 5, 6], і можуть бути представлені у вигляді:

- гармонічний сигнал

$$z_{\text{п}}(t) = A \cdot \sin(\omega \cdot t + \psi);$$

- імпульс  $z_{\text{п}}(t) = \frac{dl_0(t)}{dt};$

- ступінчаста дія  $z_{\text{п}}(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t \leq 0; \\ \pm h & \text{при } t = 0. \end{cases}$

Застосування стохастичних моделей рельєфу дозволяє вирішувати завдання взаємодії рушія з ґрунтом при русі базової машини по опорній поверхні з урахуванням реального рельєфу [5, 6, 7].

Нерівності рельєфу місцевості можна умовно поділити на макрорельєф, мікрорельєф і шорсткості. До макрорельєфу відносяться нерівності значної протяжності (більше 100 м) і відносно великої висоти нерівностей, які практично не викликають коливань машини і некерованих переміщень робочого органа [4]. Шорсткості характеризуються нерівностями завдовжки менше 0,5 м і компенсуються згладжуючою здатністю елементів ходового устаткування [4, 5].

Відповідно до мети роботи найбільший інтерес становлять дія мікрорельєфу на елементи ходового устаткування розпушувального агрегату, оскільки нерівності мікрорельєфу є однією з головних причин, які викликають некеровані переміщення остову машини, а, отже, і робочого органа [5].

Математичному опису мікрорельєфу присвячена достатня кількість робіт, в яких проведений статистичний аналіз різних ґрунтових поверхонь [4].

У роботах [4, 5, 6] поверхня ґрунту розглядається як стаціонарна і ергодична випадкова функція двох змінних

$$y = y(x, z), \quad (1)$$

де  $x, z$  – відповідно подовжня і поперечна координати деякої середньої площини, відносно якої змінюються висоти нерівностей.

При цьому достатніми статистичними характеристиками мікрорельєфу ґрунту є його кореляційна функція  $R(l)$  або нормована кореляційна функція  $r(l)$  і спектральна щільність  $S(\omega)$ .

Кореляційна функція  $R(l)$  дає уявлення про зміну мікрорельєфу по довжині ділянки  $l$ , спектральна щільність  $S(\omega)$  – про частоту повторення довжин нерівностей. Аргументом спектральної щільності є шляхова частота

$$\omega = \frac{\pi \cdot v_{\text{тр}}}{L_y} \quad (2)$$

де  $v_{\text{тр}}$  – швидкість руху машини;  $L_y$  – довжина нерівності мікрорельєфу.

Двовимірна кореляційна функція поверхні, яка описується рівнянням (1), має вигляд [4, 5]

$$R(l_1, l_2) = \lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow \infty}} \frac{1}{4xz} \int_{-x}^x \int_{-z}^z y(x, z) \cdot y(x + l_1, z + l_2) dx dz \quad (3)$$

У зв'язку з тим, що обчислення двовимірної кореляційної функції  $R(l_1, l_2)$  сполучено з певними труднощами, її можна замінити двома некорельованими функціями: функцією середнього перерізу подовжнього профілю  $y(l)$  і функцією кута нахилу поперечного перерізу  $\gamma_{\text{п}}(l)$  поверхні [4, 5]

$$y(l) = 0,5 \cdot (y_{\text{п}}(l) + y_{\text{л}}(l)); \quad (4)$$

$$\gamma_{\text{п}}(l) = \frac{(y_{\text{п}}(l) - y_{\text{л}}(l))}{L_{\text{к}}}, \quad (5)$$

де  $y_{\text{п}}(l)$  і  $y_{\text{л}}(l)$  – функції мікрорельєфу перерізів ґрунтової поверхні відповідно по лівій і правій колії;  $L_{\text{к}}$  – ширина колії.

Статистичні характеристики мікрорельєфу описуються двома кореляційними функціями:

$$R_y(l) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{2x} \int_{-x}^x y(x) \cdot y(x+l) dx; \quad (6)$$

$$R_{\gamma}(l) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{2x} \int_{-x}^x \gamma(x) \cdot \gamma(x+l) dx. \quad (7)$$

Нормована кореляційна функція має вигляд

$$r(l) = R(l) / R(0); \quad (8)$$

$$R(0) = D = \sigma^2, \quad (9)$$

де  $D$  – дисперсія;  $\sigma$  – середньоквадратичне відхилення.

Спектральний склад випадкової функції характеризується спектральною щільністю

$S(\omega)$ , яку можна визначити через кореляційну функцію, використовуючи перетворення Фур'є [4, 5]

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R(l) \cdot e^{-j\omega l} dl. \quad (10)$$

У загальному вигляді існуючі моделі мікрорельєфу можна представити у вигляді

$$r(l) = \sum_{i=1}^n A_i e^{-\alpha_i |l|} \cdot \cos \beta_i l, \quad (11)$$

де  $\sum_{i=1}^n A_i = 1$ ;  $\alpha_i$  – параметри, що характеризують загасання кореляції;  $\beta_i$  – параметри, що характеризують періодичність кореляції.

Окрім цього, при математичному описі нерівностей мікрорельєфу іноді використовуються і інші рівняння, наприклад вигляду [8]

$$r(l) = A_0 e^{-\alpha_0 |l|} \cdot (l + \alpha_0 |l|) + \sum_{i=1}^n A_i e^{-\alpha_i |l|} \cdot (\cos \beta_i l + \frac{\alpha_i}{\beta_i} \sin \beta_i l). \quad (12)$$

Наприклад, в роботі [8] мікрорельєф цилінди описаний рівнянням

$$R_y(l) = \sigma^2 \cdot (A_1 e^{-\alpha_1 |l|} + A_2 e^{-\alpha_2 |l|} \sin \frac{\pi l}{\beta}), \quad (13)$$

де  $\sigma = 0,19$  м;  $A_1 = 0,28$ ;  $A_2 = 0,72$ ;  $\alpha_1 = 3,5$  с<sup>-1</sup>;  $\alpha_2 = 0,67$  с<sup>-1</sup>;  $\beta = 3,05$  с<sup>-1</sup>.

Мікрорельєф сільськогосподарського поля описується рівнянням

$$R_y(l) = \sigma^2 \cdot e^{-\alpha_1 |l|} \cos \beta l, \quad (14)$$

де  $\sigma = 0,015 \dots 0,08$  м – подовжній профіль;  $\sigma = 0,05 \dots 0,28$  м – поперечний профіль;  $\alpha = 1,4 \dots 2,8$  с<sup>-1</sup> – подовжній профіль;  $\alpha = 2,3 \dots 3,9$  с<sup>-1</sup> – поперечний профіль;  $\beta = 1,0 \dots 1,5$  с<sup>-1</sup> – подовжній профіль;  $\beta = 1,2 \dots 3,6$  с<sup>-1</sup> – поперечний профіль.

Для реалізації випадкового мікрорельєфу на ПЕОМ зазвичай використовується алгоритм, ґрунтований на перетворенні стаціонарної послідовності  $x_i$  незалежних нормально розподілених випадкових чисел (дискретний білий шум) в послідовність  $u_n$ , для чого використовується рекурентне рівняння вигляду [4, 8, 9]

$$y_i = a_0x_i + a_1x_{i-1} + \dots + a_lx_{i-l} - b_1y_{i-1} - b_2y_{i-2} - \dots - b_my_{i-m} = \sum_{K=0}^l a_Kx_{i-K} - \sum_{K=1}^m b_Ky_{i-K}, \quad (15)$$

де  $x_i$  – реалізація незалежних нормально розподілених чисел з параметрами  $m_x = 0$  і  $\sigma_x = 1$ .

При цьому вид рекурентного рівняння визначається видом кореляційної функції [10].

Рівняння (15) описує поведінку деякого дискретного фільтру, який перетворить білий дискретний шум, що подається на його вхід, у випадковий процес із заданою кореляційною характеристикою. Передавальна функція цього фільтру має вигляд [8, 10]

$$y(z) = \frac{a_0 + a_1z + \dots + a_lz^l}{1 + b_1z + \dots + b_mz^m} = \frac{\sum_{k=0}^l a_k z^k}{1 + \sum_{k=1}^m b_k z^k}. \quad (16)$$

Грунтуючись на передавальній функції (16), можна зобразити структурну схему дискретного фільтру (рис. 1), що описується рекурентним рівнянням (15) [8, 10].

Для випадкових процесів з кореляційними функціями, що найчастіше зустрічаються, рекурентні рівняння і параметри коефіцієнтів, що входять в них, зазвичай зводяться у таблиці [4, 8, 9].

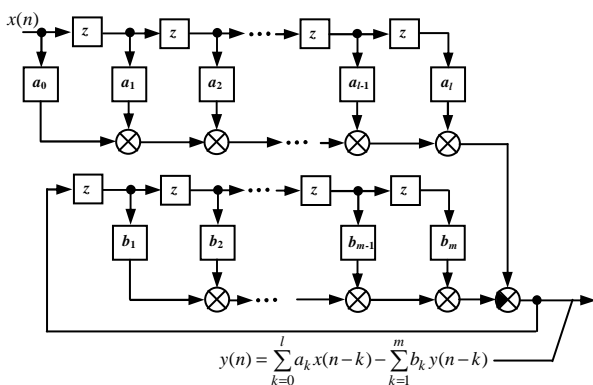


Рис. 1. Структурна схема дискретного фільтру

Fig. 1. Flow diagram of discrete filter

### ВИСНОВКИ

Застосування стохастичних моделей рельєфу дозволяє вирішувати завдання взає-

модії рушія з ґрунтом при русі базової машини по опорній поверхні з урахуванням реального рельєфу. Існуючий математичний апарат дозволяє моделювати рух базової машини по опорній поверхні з урахуванням реального рельєфу місцевості і може бути використаний в подальших роботах при розрахунках взаємодії рушія розпушувача з поверхнею ґрунту.

### ЛІТЕРАТУРА

1. Зеленин А.Н. Машини для земляных работ / А.Н. Зеленин, В.И. Баловнев, И.П. Керов. – М.: Машиностроение, 1975. – 424 с.
2. Горбатюк Є.В. Створення робочого органу землерийної машини з орієнтованими потоками виносу ґрунту: Дис. ... канд. техн. наук. / Є.В. Горбатюк – К.: КНУБА, 2006. – 180 с.
3. Щербаков Е.С. Исследование неуправляемых перемещений рыхлительного агрегата с целью повышения эффективности разработки мерзлых грунтов: Дис. ... канд. техн. наук / Е.С. Щербаков. – М.: МАДИ, 1980. – 207 с.
4. Корытов М.С. Разработка методов измерения массы материала в ковше и запаса устойчивости фронтального погрузчика / М.С. Корытов. – Омск, СибАДИ, 1999. – 225 с.
5. Щербаков В.С. Научные основы повышения точности работ, выполняемых землеройно-транспортными машинами: Дис. ... докт. техн. наук / В.С. Щербаков. – Омск, СибАДИ, 2000. – 416 с.
6. Кузин Э.Н. Повышение эффективности землеройных машин непрерывного действия на основе увеличения точности позиционирования рабочего органа: Дис. ... докт. техн. наук / Э.Н. Кузин. – М.: ВНИИСДМ, 1984. – 443 с.
7. Слободин В.Я. Оптимизация параметров системы управления бульдозера с целью повышения эффективности процесса копания ґрунта: Дис. ... канд. техн. наук / В.Я. Слободин. – Омск, СибАДИ, 1982. – 235 с.
8. Беляев В.В. Повышение точности планировочных работ автогрейдерами с дополнительными опорными элементами рабочего органа: Дис. ... канд. техн. наук / В.В. Беляев. – Омск, 1987. – 230 с.
9. Сукач М.К. Синтез землерийної і дорожньої техніки: Підручник / М.К. Сукач,

Є.В. Горбатюк, О.А. Марченко. – К.: Видавництво Ліра-К, 2013. – 376 с.

10. *Гридина Е.Г.* Цифровое моделирование систем стационарных случайных процессов / Е.Г. Гридина, А.Н. Лебедев, Д.Д. Недосекин, Е.А. Чернявский. – Л.: Энергоатомиздат. Ленинградское отделение, 1991. – 144 с.

#### REFERENCES

1. *Zelenin A.N., Balovnev V.I., Kerov I.P., 1975.* Mashiny dlja zemljanyh rabot [Machines for earthmovings]. Moscow, Mashinostroenie, 424.
2. *Gorbatjuk E.V., 2006.* Stvorennja robochogo organu zemlerijnoї mashini z orientovanimi potokami vinosu Ґрунту [Creation of working organ of earthmover is with the oriented streams of bearing-out of soil]. Kyiv, KNUBA, Dis. kand. tehn. nauk, 180.
3. *Shherbakov E.S., 1980.* Issledovanie neupravljaemyh peremeshhenij ryhlitel'nogo agregata s cel'ju povyshenija jeffektivnosti razrabotki merzlyh Ґрунтов [Research of out of control moving of burster aggregate with the purpose of increase of efficiency of development of the frozen soils]. Moscow, MADI, Dis. kand. tehn. Nauk, 207.
4. *Korytov M.S., 1999.* Razrabotka metodov izmerenija massy materiala v kovshe i zapasa ustojchivosti frontal'nogo pogruchika [Development of methods of measuring of mass of material in a scoop and supply of stability of frontal loader]. Omsk, SibADI, 225.
5. *Shherbakov B.C., 2000.* Nauchnye osnovy povyshenija tochnosti rabot, vypolnjaemyh zemlerojno-transportnymi mashinami [Scientific bases of increase of exactness of works executable earth-moving-transport machines]. Omsk, SibADI, Dis. dokt. tehn. nauk, 416.
6. *Kuzin Je.N., 1984.* Povyszenie jeffektivnosti zemlerojnyh mashin nepreryvnogo dejstvija na osnove uvelichenija tochnosti pozicionirovanija rabocheho organa [Increase of efficiency of earthmovers of continuous action on the basis of increase of exactness of positioning of working organ]. Moscow, VNIISDM, Dis. dokt. tehn. Nauk, 443.
7. *Slobodin V.Ja., 1982.* Optimizacija parametrov sistemy upravlenija bul'dozera s cel'ju povyshenija jeffektivnosti processa kopanija Ґрунта [Optimization of parameters of control system of bulldozer with the purpose of increase of efficiency of process of digging of soil]. Omsk, SibADI, Dis. kand. tehn. nauk, 235
8. *Beljaev V.V., 1987.* Povyszenie tochnosti planirovochnyh rabot avtogrejderami s dopolnitel'nymi opornymi jelementami rabocheho organa [Increase of exactness of plan works by motor-graders with the additional supporting elements of working organ]. Omsk, Dis. kand. tehn. nauk, 230.
9. *Sukach M.K., Gorbatjuk E.V., Marchenko O.A., 2013.* Sintez zemlerijnoї i dorozhn'oї tehniki [Synthesis of earth-moving and travelling technique]: Pidruchnik. Kyiv, Vidavnictvo Lira-K, 376.
10. *Gridina E.G., Lebedev A.N., Nedosekin D.D., Chernjavskij E.A., 1991.* Cifrovoe modelirovanie sistem stacionarnyh sluchajnyh processov [Digital design of the systems of stationary casual processes]. Leningrad, Jenergoatomizdat, Leningradskoe otделение, 1991, 144.

