

ДОСЛІДЖЕННЯ ФОРМИ ЗУБЦІВ ДЛЯ РУЙНУВАННЯ ЛЬДОВИХ УТВОРЕНЬ НА ДОРОЖНІХ ПОКРИТТЯХ

Володимир Гавриш¹, Євген Тхорук¹, Микола Голотюк¹, Дмитро Паламарчук²

¹ Національний університет водного господарства та природокористування
33028, вул. Соборна, 11, Рівне, Україна, e-mail: golotuk@ukr.net

² Київський національний університет будівництва і архітектури
03680, Повітрофлотський пр-т, 31, Київ, Україна, e-mail: palamarchuk-dima@ukr.net

RESEARCH FORMS OF TEETH IS FOR DESTRUCTION OF ICE FORMATIONS ON ROAD SURFACES

Volodymyr Gavrish¹, Yevgen Tkhoruk¹, Mykola Holotiuk¹, Dmitro Palamarchuk²

¹ National University of Water Management and Nature Resources Use
33028, Soborna street 11, Rivne, Ukraine

² Kyiv National University of Construction and Architecture
03680, Povitroflotsky avenue 31, Kyiv, Ukraine

АНОТАЦІЯ. Проведено теоретичне дослідження впливу геометричних параметрів і форми клиноподібних руйнівних елементів на процес сколювання льоду. Встановлено, що в процесі руху в льоді штампів чи клиноподібних руйнівних елементів із затупленими різальними кромками на їх фронтальних (лобових) площинах або поверхнях, формуються призматичні ядра ущільнення з кутом при вершині в нормальній площині. Цей кут визначає умови відносного ковзання льоду по різних матеріалах, які рухаються всередині замкненого льодового простору з мінімальними енерговитратами, причому оптимальне значення кута ковзання залежить від коефіцієнтів зовнішнього тертя льоду.

Ключові слова: льодове покриття, тріщина, руйнування, зубці, розклинювання.

АННОТАЦИЯ. Проведено теоретическое исследование влияния геометрических параметров и формы клиновидных разрушающих элементов на процесс скалывания льда. Установлено, что в процессе движения во льду штампов или клиновидных разрушительных элементов с затупившимися режущими кромками на их фронтальных (лобовых) плоскостях или поверхностях, формируются призматические ядра уплотнения с углом при вершине в нормальном сечении. Этот угол определяет условия относительного скольжения льда по разным материалам, которые движутся внутри замкнутого ледового пространства с минимальными энергозатратами, причем оптимальное значение угла скольжения зависит от коэффициентов внешнего трения льда.

Ключевые слова: ледовое покрытие, трещина, разрушение, зубцы, расклинивание.

ABSTRACT. Purpose. to study the conditions of formation of ice leading to cracks. Interaction of the top layer of freezing. Determining the optimal angle of inclination of the edges in order to create tension in the intensity of its top, sufficient to fracture the ice layer freezing. **Methodology/approach.** The study was conducted under the condition of minimizing the integrand functions. Used numerical methods of solution indefinite integrals. **Findings.** Found that the specified dimensions wedge-shaped vertical cross section destructive element, providing minimal resistance to cutting is not straightforward, and curvilinear (convexo-concave) dihedral wedge. Its shape depends on the length of exacerbation and of the distribution of pressure along the side edges.. **Research limitations/implications.** It was established that during the movement in the ice seals or wedge destructive elements with blunt cutting edge on their front (frontal) planes or surfaces formed prismatic core seals with a vertical angle in the normal section. This angle determines the relative sliding of ice on various materials, moving ice in a closed space with minimal power consumption, and optimal angle depends on the coefficient of sliding friction outer ice. **Originality/value.** Investigated the working body for removing ice deposited on roads and pavements, without damaging the surface. In most cases, this makes it possible to significantly reduce energy costs and increase the performance and reliability of the machines.

Key words: ice coverage, crack, fracture, teeth, bowing.

ВСТУП

Актуальною проблемою є вибір найбільш раціональних параметрів та форм робочого органа для видалення льодових нальотів з автомобільних доріг та тротуарів без пошкодження покриття. У більшості випадків це дає можливість значно зменшити енергетичні затрати та збільшити

продуктивність і надійність машин [2, 3]. В зв'язку з цим необхідно розглянути питання, які параметри та форму повинен мати робочий орган.

МЕТА РОБОТИ

Необхідність якісного очищення покриття в умовах неослабленого адгезійного льо-

ду обумовила використання різного виду механічних пристроїв ударної дії з клиновими робочими органами. Дослідження силової взаємодії кромок клину з льодом дають можливість визначити їх раціональні форми та геометричні параметри. Одним з перспективних, але ще недостатньо вивчених питань, є дослідження умов утворення в льодові лідируючої тріщини і взаємодія її вершини з шаром змерзання, а також визначення оптимального кута нахилу кромок з метою створення інтенсивності напруження в її вершині, достатнього для руйнування шару змерзання льоду [4, 5].

ВИКЛАД ОСНОВНОГО МАТЕРІАЛУ

Визначимо форму поверхні загострення в загальному випадку, якщо задані її габарити. При цьому задані координати точок $O(0;0)$ і $K(b/2, l_3)$ твірної $y(x)$, яка описує проекцію бічної поверхні на ортогональну площину (рис.1).

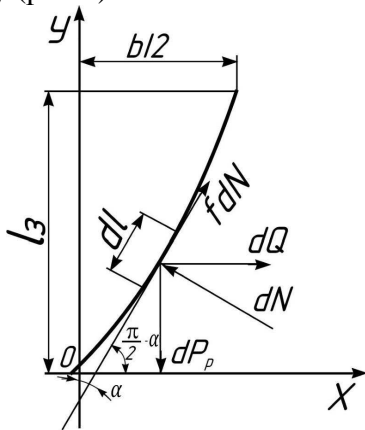


Рис 1. Схема дії сил на робочу поверхню клиноподібного руйнівного елемента

Fig. 1. Scheme of forces on the wedge-shaped work surface destructive element

На нескінченно малий елемент поверхні загострення dF висотою dh і довжиною dl діють елементарні сили: активні складові dP_p і dQ повного зусилля різання, які направлені відповідно вздовж площини симетрії клиноподібного руйнівного елемента і перпендикулярно до неї; нормальна реакція льоду dN і сили тертя клиноподібного руйнівного елемента по льоду fdN , яка направлена по дотичній площині і під кутом α до осі симетрії поперечного перерізу. Визначимо

цільову функцію $y(x)$ методом варіаційного числення [1]. За критерій оптимізації прийнято зусилля розрізання льодового масиву клиноподібним руйнівним елементом P_p .

Розмістимо координатні осі OX і OY як показано на рис.1 і спроектуємо на них всі сили

$$\begin{cases} dQ - dN \cos \alpha + fdN \sin \alpha = 0; \\ -dP_p + dN \sin \alpha + fdN \cos \alpha = 0. \end{cases} \quad (1)$$

Розв'язавши систему рівнянь (1) відносно зусилля розрізання dP_p , отримаємо

$$dP_p = \frac{f + \operatorname{tg} \alpha}{1 - f \operatorname{tg} \alpha} dQ. \quad (2)$$

Оскільки

$$\frac{dy}{dx} = \dot{y} = \operatorname{tg} \left(\frac{p}{2} - a \right) = \operatorname{ctga} = \frac{1}{\operatorname{tga}},$$

то

$$dP_p = \frac{1 + fy}{\dot{y} - f} dQ. \quad (3)$$

Зусилля dQ необхідно визначити через тиск льоду як функцію деформації $q_x(x)$ на робочу поверхню клиноподібного руйнівного елемента, яке діє перпендикулярно до напрямку руху протилежно вектору зусилля dQ . Відомо, що середнє значення цього тиску практично не залежить від форми клиновидного штампа і виду цільової функції $y(x)$. Це дає можливість вирішити поставлену задачу оптимізації без знання закону зміни нормального тиску на робочій поверхні клиноподібного руйнівного елемента в залежності від цільової функції $y(x)$.

$$dQ = q_x(x) dF = q_x dh dl = q_x dh \sqrt{1 + \dot{y}^2} dx. \quad (4)$$

Рівність (3) з врахуванням виразу (4) має вигляд

$$dP_p = q_x(x) \frac{1 + fy}{\dot{y} - f} \sqrt{1 + \dot{y}^2} dh dx. \quad (5)$$

Після подвійного інтегрування виразів (2) і (5) по висоті шару руйнування h_n і товщині b знайдемо функціонал зусилля розрізання льоду

$$P_p = 2h_{\text{я}} \int_0^{b/2} q_x(x) \frac{1+f\dot{y}}{\dot{y}-f} \sqrt{1+\dot{y}^2} dx. \quad (6)$$

Дослідимо функціонал (6) на екстремум, рівняння Ейлера для якого запишеться у вигляді

$$F_{\dot{y}}(x, \dot{y}) = C_1^*, \quad (7)$$

де F і C_1^* – підінтегральна функція і довільна постійна.

$$F = q_x(x) \frac{1+f\dot{y}}{\dot{y}-f} \sqrt{1+\dot{y}^2}. \quad (8)$$

Розв’язок диференціального рівняння (7) для функціоналу (6) при заданих габаритах поперечного перерізу клиноподібного руйнівного елемента ($C_1^* \neq 0$) в замкнутому вигляді неможливе. Тому припустимо, що для невідомої кривої виконується умова $y^2 \gg 1$. Прийняте припущення можливе, якщо $\dot{y} > k$, де k – дійсний корінь кубічного рівняння

$$f\dot{y}^3 - 2f^2\dot{y}^2 - f\dot{y} - (1+f^2) = 0,$$

і дозволяє з достатньою для практики точністю визначити оптимальну геометрію клину для обмежених його габаритів.

З врахуванням прийнятого припущення функціонал (6) перепишеться у вигляді

$$P_p = 2h_{\text{я}} \int_0^{b/2} q_x(x) \frac{1+f\dot{y}}{\dot{y}-f} \dot{y} dx. \quad (9)$$

Дослідимо функціонал (9) на екстремум, рівняння Ейлера для якого має вигляд

$$F_{\dot{y}}(x, \dot{y}) = fq_x \frac{(\dot{y}-f) - (1+f^2)}{(\dot{y}-f)^2} = C_1^*. \quad (10)$$

Після інтегрування диференціального рівняння (10) отримаємо загальний розв’язок для цільової функції

$$y = fx \pm \sqrt{1+f^2} \int \sqrt{\frac{q_x}{q_x - C_1}} dx + C_2, \quad (11)$$

де C_1 і C_2 – постійні інтегрування, що визначаються із граничних умов $y|_{x=0} = 0$ і $y|_{x=b/2} = l_3$.

Вираз (11) визначає екстремальну форму поверхні загострення вертикального клиноподібного руйнівного елемента в загальному вигляді. Ця форма для заданих габаритів поперечного перерізу клиноподібного руйнівного елемента залежить від характеру розподілу тиску вздовж різальних граней. Умова Лежандра для мінімуму функціоналу виконується для $\dot{y} > f$

$$F_{\dot{y}\dot{y}} = 2fq_x \frac{1+f^2}{(\dot{y}-f)^3} > 0. \quad (12)$$

Функція розподілу тиску льоду на бічних границях поверхні загострення у загальному випадку інтерполюється параболічною залежністю

$$q_x = a_0 + a_1x + a_2x^2, \quad (13)$$

де a_0, a_1, a_2 – коефіцієнти інтерполяції, які залежать від фізико-механічних властивостей льоду; x – абсолютна деформація льоду.

Інтегрування виразу (11) з врахуванням закону розподілу тиску (13) проводиться числовими методами. Для пружної моделі льоду ($a_2=0$) можливий загальний розв’язок

$$y = fx \pm \frac{\sqrt{1+f^2}}{a_1} \left\{ \sqrt{(a_1x+a_0)(a_1x+a_0-C_1)} + \frac{C_1}{4} \ln \left[\frac{\sqrt{a_1(a_1x+a_0)} + \sqrt{a_1(a_1x+a_0-C_1)}}{\sqrt{a_1(a_1x+a_0-C_1)}} \right] \right\} + C_2 \quad (14)$$

Постійні інтегрування C_1 і C_2 визначаються із граничних умов $y|_{x=0} = 0$ і $y|_{x=b/2} = l_3$.

На рис. 2 наведені оптимальні поперечні профілі поверхні загострення вертикального клиноподібного руйнівного елемента для пружної моделі льоду. Профілі побудовані для клиноподібного руйнівного елемента товщиною 0,04 м, довжина загострення яких складає 0,04; 0,05 і 0,06 м.

Із рис. 2 випливає, що при заданих габаритах поперечного перерізу вертикального клиноподібного руйнівного елемента, мінімальний опір різанню забезпечує не прямолінійний, а криволінійний (опукло-вгнутий) двогранний клин. Його форма залежить від довжини загострення і закону розподілу

тиску вздовж бічних граней. У частинному випадку, якщо довжина загострення клина не регламентована і дорівнює $l_3 = k \cdot b/2$, то оптимальним є прямолінійний клин з кутом загострення $2\alpha = 2\arcsctgk$, який не залежить від закону розподілу тиску. Якщо довжина $l_3 < k \cdot b/2$, то оптимальним є опуклий у напрямку руху клин. У протилежному випадку маємо вгнуту форму клина. Побудова екстремальних профілів проводиться за визначеними моделями (11), (13), (14).

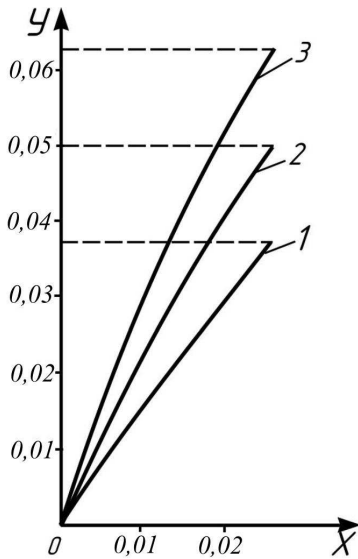


Рис. 2. Оптимальні поперечні профілі загострення клиноподібного руйнівного елемента: 1 – $l_3=0,04$ м; 2 – $l_3=0,05$ м; 3 – $l_3=0,06$ м

Fig. 2. Optimal sharpening wedge-shaped transverse profiles destructive element: 1 – $l_3=0,04$ m; 2 – $l_3=0,05$ m; 3 – $l_3=0,06$ m

Форма ядра ущільнення визначена при умові, що ядро ущільнення є тілом мінімального опору переміщенню, на межі розділення ядра ущільнення і льодового масиву порушена структурна міцність і відсутні його сили зчеплення. При цьому довжина ядра ущільнення в напрямку руху вибирається довільним чином. Розрахункова схема аналогічна наведеній на рис. 1. Функціонал зусилля руйнування льодового масиву ядром ущільнення має вигляд (6), де b і $h_{я}$ – відповідно товщина затуплення і довжина різальної кромки; f – коефіцієнт внутрішнього тертя льоду.

Рівняння Ейлера для функціоналу (6) має вигляд

$$F_{\dot{y}}(x, \dot{y}) = q_x(x) \frac{f\dot{y}^3 - 2f^2\dot{y}^2 - f\dot{y} - (1+f^2)}{(\dot{y} - f)^2 \sqrt{1+\dot{y}^2}} = C, \quad (15)$$

де C – довільна постійна, яка визначається із умови трансверсальності. Довжина ядра l_3 (рис. 1) встановлюється довільно (вільна), а його ширина обмежена товщиною затуплення різальної кромки b .

Тому для будь-яких варіацій δu повинна виконуватися умова трансверсальності для вільного кінця кривої

$$(F - \dot{y}F_{\dot{y}})\delta x|_{x=b/2} + F_{\dot{y}}\delta y|_{x=b/2} = 0. \quad (16)$$

У даному випадку $\delta x=0$, а $\delta y \neq 0$, тому умова трансверсальності буде виконана, якщо

$$F_{\dot{y}}|_{x=b/2} = q_x\left(\frac{b}{2}\right) \frac{f\dot{y}^3 - 2f^2\dot{y}^2 - f\dot{y} - (1+f^2)}{(\dot{y} - f)^2 \sqrt{1+\dot{y}^2}} = C = 0. \quad (17)$$

За умовою задачі, якщо $y = f$, як це випливає із рівняння (17), то $C = \infty$, що суперечить умові. Таким чином, якщо $q_x(x) \neq 0$, то рівняння (15) набуває наступного вигляду:

$$f\dot{y}^3 - 2f^2\dot{y}^2 - f\dot{y} - (1+f^2) = 0. \quad (18)$$

Розв'язок диференціального рівняння (18) визначає проекцію твірної поверхні льодового ядра ущільнення на ортогональну площину. Дійсний корінь кубічного рівняння (18) знайдено за формулою Кардано:

$$\dot{y} = \frac{2}{3}f + A(f) + D(f) = ctg\alpha, \quad (19)$$

де

$$A \pm D = \sqrt[3]{\frac{16f^4 + 45f^2 + 27}{54f} \pm \sqrt{\left(\frac{16f^4 + 45f^2 + 27}{54f}\right)^2 - \left(\frac{3+4f^2}{9}\right)^3}}$$

Звідки

$$y = \frac{2}{3}fx + (A + D)x + C_1. \quad (20)$$

Постійна інтегрування визначається із граничної умови $y|_{x=0} = 0, C_1 = 0$.

Тому

$$y = \left(\frac{2}{3}f + A + D \right)x. \quad (21)$$

Тоді

$$\begin{aligned} \operatorname{ctga} = & \frac{2}{3}f + \sqrt[3]{\frac{16f^4 + 45f^2 + 27}{54f}} + \\ & \sqrt{\left(\frac{16f^4 + 45f^2 + 27}{54f} \right)^2 - \left(\frac{3 + 4f^2}{9} \right)^3} + \\ & \sqrt[3]{\frac{16f^4 + 45f^2 + 27}{54f}} - \\ & \sqrt{\left(\frac{16f^4 + 45f^2 + 27}{54f} \right)^2 - \left(\frac{3 + 4f^2}{9} \right)^3}. \quad (22) \end{aligned}$$

Для реалізації мінімуму функціоналу (6) повинна задовільнятися умова Лежандра $F_{yy} > 0$. В нашому випадку маємо

$$\begin{aligned} F_{\dot{y}\dot{y}} = & \\ = q_x(x) \frac{f(3 + 2f^2)\dot{y}^3 + 3\dot{y}^2 + 3f^3\dot{y} + 2 + 3f^2}{(\dot{y} - f)^4(1 + \dot{y}^2)^{3/2}} \times \\ \times (\dot{y} - f). \quad (23) \end{aligned}$$

Оскільки $q_x > 0$ і $\dot{y} > 0$, то умова Лежандра буде виконуватися в тому випадку, якщо $\dot{y} - f > 0$, $\dot{y} > f$ або $\operatorname{ctga} = \operatorname{tg}(\pi/2 - \alpha) > f$. Має місце слабкий екстремум (мінімум) при виконанні нерівності $\alpha < \pi/2 - \arctg f$. В протилежному випадку задача мінімізації втрачає сенс.

Таким чином, ядра ущільнення, які утворюються на затуплених різальних кромках, становлять трикутні призми з кутом при вершині 2α в нормальному перерізі. Закономірність зміни кута 2α для широкого діапазону льодових умов наведена на рис. 3.

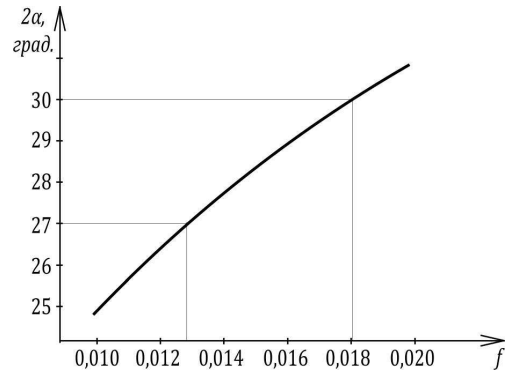


Рис. 3. Залежність оптимального кута ковзання α від коефіцієнта внутрішнього тертя льоду f

Fig. 3. The dependence of optimal sliding angle α internal friction of ice f

ВИСНОВКИ

На основі аналітичного рішення задачі з визначення форми льодового ядра можна зробити наступні висновки. В процесі руху в льоді штампів або клиноподібних руйнівних елементів із затупленими різальними кромками на їх фронтальних (лобових) площинах або поверхнях формуються призматичні ядра ущільнення з кутом при вершині в нормальному перерізі 27...30°. Цей кут визначає умови відносного ковзання льоду по різних матеріалах, які рухаються всередині замкненого льодового простору з мінімальними енерговитратами, причому оптимальне значення кута ковзання залежить від коефіцієнтів зовнішнього тертя льоду.

Достовірність отриманих аналітичних висновків підтверджена багатьма експериментами по визначенню оптимальних кутів загострення ножів і штампів, а також форми льодових ядер ущільнення.

ЛІТЕРАТУРА

1. Баладинский В.Л. Динамическое разрушение грунтов. / В.Л. Баладинский. – К. : КИСИ, 1971. – 226с.
2. Баловнев В.И. Дорожно-строительные машины с рабочим органом интенсифицирующего действия. / В.И. Баловнев. – М. : Машиностроение, 1981. – 223с.
3. Кравець С.В. Теорія руйнування робочих середовищ. / С.В. Кравець. – Рівне : Видавництво НУВГП, 2008. – 124 с.

4. *Панасюк В.В.* Механика разрушения и прочность материалов : Справ. пособие : [В 4 т.] / Под общ. ред. Панасюка В.В. – К. : Наук. думка, 1988. – 620 с.
5. *Черепанов Г.П.* Механика хрупкого разрушения. / Г.П. Черепанов. – М. : Наука, 1974. – 640с.

REFERENCES

1. *Baladinskij V.L., 1971.* Dinamicheskoe razrushenie gruntov [Dynamic destruction of soils]. Kyiv, 226. – (in Russian)
2. *Balovnev V.I., 1981.* Dorozhno-stroitel'nye mashiny s rabochim organom intensificiruju-

- shhego dejstvija [Road-building machines with a working body of intensifying actions], Moskva, Mashinostroenie, 223. – (in Russian)
3. *Kravec' S.V., 2008.* Teorija rujnuvannja robocnih seredovishh [Theory destruction workspaces]. Rivne, NUWMNRRU, 124.
4. *Panasjuk V.V., 1988.* Mehanika razrushenija i prochnost' materialov [Fracture mechanics and strength of materials]. Kyiv, Naukova dumka, 620. – (in Russian)
5. *Cherepanov G.P., 1974.* Mehanika hrupkogo razrushenija [Mechanics of brittle fracture]. Moskva, Nauka, 640. – (in Russian)