УДК 521.93

О влиянии крупномасштабных неоднородностей мантии на суточные числа Лява

© *М. В. Лубков, 2011*

Полтавская гравиметрическая обсерватория Института геофизики НАН Украины, Украина

Поступила 11 марта 2010 г.

Представлено членом редколлегии В. Н. Шуманом

На основі оригінального комбінованого методу, який поєднує аналітичні переваги підходу Сасао, Окубо, Саіто з обчислювальними можливостями методу скінченних елементів, оцінено вплив субгоризонтальних великомасштабних неоднорідностей мантії порядку декількох тисяч кілометрів на добові числа Лява і Шида 2-го порядку. Показано, що наявність таких неоднорідностей в мантії нелінійно впливає на припливні параметри Землі. Цей вплив на добові числа Лява і Шида 2-го порядку може досягати декількох відсотків.

On the base of original combined method, allowing to superpose analytical advantages of the Sasao, Okubo, Saito approach with computer possibilities of the finite element method it was carried out evaluation of influence of sub horizontal large-scale mantle heterogeneities about some thousands km long on the Love and Shida numbers of the second order for diurnal tides. It was shown that presence of such mantle heterogeneities non linearly influences on the earth tidal parameters. And this influence on the diurnal Love and Shida numbers of the second order can reach a few percentages.

Введение. Развитие методов сейсмической томографии показало наличие крупномасштабных неоднородностей в мантии. Сейсмическая томография базируется на выявлении отклонений скоростей прохождения сейсмических волн через земные недра относительно стандартных, сферически-симметричным образом стратифицированных моделей Земли, например модели PREM [Короновский, 2000; Dziewonski, Anderson, 1981]. Эта процедура позволила выявить наличие аномальных участков с положительными или отрицательными значениями скоростей распространения упругих объемных сейсмических волн относительно их «нормальных» значений для соответствующих глубин не только в верхней мантии, но также в средней и нижней ее частях [Dziewonski, 1984; Dziewonski et al., 1997]. Сейсмическая томография позволила получить первые реальные представления о конвективных течениях в мантии Земли. Было установлено, что они представляют собой разнонаправленные субгоризонтальные движения относительно холодного и нагретого вещества, а не только перемещения в вертикальной плоскости, как предполагалось ранее. Холодные и горячие струи вещества мантии образуют сложные переплетения в горизонтальной и вертикальной плоскостях — в виде ячеистых структур разного порядка [Van der Hilst et al., 1997]. Сейсмическая томография в пределах верхней и средней мантии полностью подтвердила основные положения тектоники литосферных плит. Здесь действительно наблюдается погружение холодных и более плотных океанических плит под менее плотные континентальные плиты и подъем нагретого вещества вдоль осей рифтовых океанических и континентальных зон [Anderson, 2002]. Крупномасштабные аномальные зоны в мантии, горизонтальные размеры которых могут достигать нескольких тысяч километров [Goslin et al., 1998], несомненно, должны оказывать влияние на приливные параметры Земли (ее интегральные характеристики).

Ниже на основе комбинированного метода [Лубков, 2005; 2007], сочетающего в себе подход [Sasao et al., 1980] с конечно-элементным решением задачи, предпринята попытка оценить влияние крупных неоднородных областей, расположенных в разных частях мантии, на суточные числа Лява и Шида 2-го порядка. При этом полагается, что Земля является вращающимся самогравитирующим телом, состоящим из неоднородной упругой мантии, жидкого внешнего и твердого внутреннего ядер. Влияние океанической и атмосферной нагрузок не учитывается.

Постановка и метод решения задачи. В силу малости влияния динамических эффектов твердого внутреннего ядра на число Лява k 2-го порядка [Mathews et al., 1995], для определения суточных чисел Лява и Шида 2-го порядка будем использовать подход [Sasao et al., 1980]. Этот подход является универсальным методом, позволяющим определять приливные характеристики Земли через так называемые компиляционные параметры, характеризующие приливное деформирование Земли и определяющиеся через статические и динамические числа Лява k 2-го порядка для Земли и жидкого ядра соответственно. При этом будем рассматривать вращающуюся самогравитирующую Землю, состоящую из неоднородной упругой мантии, несжимаемого жидкого внешнего ядра и твердого внутреннего ядра в рамках сферического квазистатического приближения. В данном случае, пренебрегая дифференциацией плотности в жидком ядре, приходим к уравнениям квазистатического равновесия в упругой мантии и жидком ядре относительно воздействий тессеральной составляющей приливного потенциала 2-го порядка, представленным в Тиссерановой системе отсчета (X, Y, Z) [Мориц, Мюллер, 1992]:

$$0=\operatorname{grad}\left(V_e+\varphi_n+V_1+u_r g(r)\right)-$$
$$-\operatorname{div}(\mathbf{u})\operatorname{grad}\left(W\right)+\frac{1}{\rho}\operatorname{div}\left(\hat{P}_1\right); \qquad (1)$$

$$0=\operatorname{grad}\left(V_e+\varphi_n+\varphi_c+V_1\right)+\frac{1}{\rho}\operatorname{div}\left(\hat{P}_2\right). \qquad (2)$$

Здесь $\mathbf{u}$ — вектор перемещения; $V_e=\gamma\Omega^2\times$ $\times(xz\cos\sigma t+yz\sin\sigma t)$ — тессеральная часть приливного потенциала волны, γ — амплитуда потенциала суточной приливной волны; $\varphi_n=\varepsilon\Omega^2(xz\cos\sigma t+yz\sin\sigma t)$ — изменение центробежного потенциала, вызванное нутацией; ε — обезразмеренный радиус полюса вращения суточной приливной волны; $V_1=\gamma_1\Omega^2(xz\cos\sigma t+yz\sin\sigma t)$ — изменение гравитационного потенциала, вызванное деформированием Земли; γ_1 — релаксационная амплитуда гравитационного потенциала соответствующей суточной приливной волны; $\varphi_c=\beta\Omega^2(xz\cos\sigma t+yz\sin\sigma t)$ — изменение центробежного потенциала, вызванное вращением жидкого ядра относительно мантии; β — аналог обезразмеренного радиуса полюса вращения жидкого ядра относительно мантии; Ω — угловая скорость вращения Земли; W— самогравитирующий потенциал; ρ — плотность; σ — частота приливной суточной волны; r — радиус точки Земли; u_r — радиальная компонента перемещения; $g(r)$ — ускорение силы тяготения; $\hat{P}_1$, $\hat{P}_2$ — изменения тензоров напряжений, вызванные приливными деформациями в упругой оболочке и жидком ядре соответственно.

Для решения системы уравнений (1, 2), принимая во внимание жесткость внутреннего ядра и отсутствие внешних нагрузок на поверхности Земли, применяется метод конечных элементов в форме перемещений, основанный на вариационном принципе Лагранжа [Образцов и др., 1985], выражающем минимум полной энергии системы. Методика конечно-элементного решения задачи подробно представлена в работах [Лубков, 2004; 2007].

Поскольку метод конечных элементов в чистом виде не позволяет учитывать релаксацию гравитационного поля Земли, связанную с ее деформированием, то для решения этой проблемы воспользуемся подходом, предложенным в работе [Wu, 2004]. Поскольку потенциал V_1, возникающий вследствие деформирования Земли, является гармонической функцией [Мориц, Мюллер, 1992], то он должен удовлетворять уравнению Лапласа. С другой стороны, точное решение уравнения Лапласа может быть найдено из радиальных перемещений u_r на границах неоднородности слоев Земли [Wu, 2004], которые в свою очередь могут быть определены методом конечных элементов. Следуя [Wu, 2004], ограничимся рассмотрением однородного жидкого ядра и упругой оболочки, состоящей из N радиальных слоев. Воспользовавшись приведенным в этой работе формализмом, представим обезразмеренные релаксационные амплитуды гравитационного потенциала γ_1 внутри каждого радиального слоя в следующем виде:
в поверхностном слое

$$\tilde{\gamma}_1(N)=\frac{4\pi G}{5r_e\Omega^2}\left[\rho(r_e)u_r(r_e)+\right.$$
$$\left.+\sum_{i=0}^{N-1}u_r(r_i)(\rho_i-\rho_{i+1})\left(\frac{r_i}{r_e}\right)^4\right]; \qquad (3)$$

внутри жидкого ядра

$$\tilde{\gamma}_1(0)=\frac{4\pi G}{5r_e\Omega^2}\left[\rho(r_e)u_r(r_e)\left(\frac{r_0}{r_e}\right)^2+\right.$$
$$\left.+\sum_{i=0}^{N-1}u_r(r_i)(\rho_i-\rho_{i+1})\left(\frac{r_0^{\,2}}{r_i r_e}\right)\right]; \qquad (4)$$

в s-м слое

$$\tilde{\gamma}_1(s)=\frac{4\pi G}{5r_e\Omega^2}\left[\rho(r_e)u_r(r_e)\left(\frac{r_s}{r_e}\right)^2+\right.$$
$$+\sum_{i=s+1}^{N-1}u_r(r_i)(\rho_i-\rho_{i+1})\left(\frac{r_s^{\,2}}{r_i r_e}\right)+$$

$$+\sum_{i=0}^{s} u_r(r)_i(\rho_i - \rho_{i+1})\left(\frac{r_i^4}{r_s^3 r_e}\right)\Bigg]. \qquad (5)$$

Здесь G — гравитационная постоянная; r_i, ρ_i — внешний радиус и плотность i-го радиального слоя соответственно; r_e — радиус Земли.

Комбинированное решение задачи проводится на протяжении итерационного процесса:

1) решается конечно-элементная задача при условии V_1=0; в результате решения определяются радиальные перемещения $u_r(r_i)$ на границах слоев;

2) по найденным радиальным перемещениям $u_r(r_i)$, исходя из формул (3—5), определяются значения потенциала V_1, отвечающие за деформирование Земли, внутри каждого слоя;

3) описанная процедура повторяется с учетом найденных значений потенциала V_1;

4) итерационный процесс продолжается вплоть до сходимости результатов решения задачи; как показывают вычисления, сходимость достигается в результате 4—6 итераций.

Числа Лява и Шида 2-го порядка для суточных приливных волн, следуя подходу [Sasao et al., 1980], определялись по формулам

$$k = k_0 + k_1\frac{\beta}{\gamma-\varepsilon};\; h = h_0 + h_1\frac{\beta}{\gamma-\varepsilon};\; l = l_0 + l_1\frac{\beta}{\gamma-\varepsilon}, \qquad (6)$$

$$\varepsilon = \left(1 - \frac{k_c}{e}\frac{\sigma}{\Omega}\right)\varepsilon_r + \frac{A_f}{A}\frac{\sigma}{\Omega-\sigma}\beta,$$

$$\beta = \frac{A}{A_m}\frac{\Omega-\sigma}{\sigma-\sigma_0}\left(1 - \frac{\gamma_c}{e} + \frac{\gamma_c - k_c}{e}\frac{\sigma}{\Omega}\right)\varepsilon_r, \qquad (7)$$

$$\varepsilon_r = \frac{e\Omega}{\Omega-\sigma}\gamma;\; \sigma_0 = -\frac{A}{A_m}\left(e_f - \beta_c\right)\Omega,$$

$$k_c = \frac{k_0 r_e^5\Omega^2}{3GA};\; \zeta_c = \frac{k_1 r_e^5\Omega^2}{3GA};$$

$$\gamma_c = \frac{k_0^f r_f^5\Omega^2}{3GA_f};\; \beta_c = \frac{k_1 r_f^5\Omega^2}{3GA_f}, \qquad (8)$$

где e, e_f — коэффициенты динамического сжатия Земли и жидкого ядра соответственно; A, A_m, A_f — главные моменты инерции Земли, мантии и жидкого ядра соответственно; σ_0 — частота близсуточного резонанса жидкого ядра; r_f — радиус жидкого ядра. Статические параметры k_0, k_0^f, h_0, l_0 определялись на основе описанной выше итерационной процедуры при условии γ–ε=1; β=0, исходя из формул

$$k_0 = \tilde{\gamma}_1(N);\; k_0^f = \tilde{\gamma}_1(0);\; h_0 = \tilde{u}_r(r_e);\; l_0 = \tilde{u}_\alpha(r_e), \qquad (9)$$

где $\tilde{\gamma}_1(N)$, $\tilde{\gamma}_1(0)$ — обезразмеренные релаксационные амплитуды гравитационного потенциала на поверхности Земли и жидкого ядра соответственно; $\tilde{u}_r(r_e)$, $\tilde{u}_\alpha(r_e)$ — обезразмеренные амплитуды радиального и касательного перемещений на поверхности Земли соответственно. Динамические параметры k_1, k_1^f, h_1, l_1 определялись подобным образом при условии γ–ε=0; β=1.

Далее по формулам (8) определялись компиляционные параметры: k_c, ξ_c γ_c, β_c. Так, на основе модели PREM были получены следующие значения параметров: k_c=1,03206×10^{-3}, ξ_c=2,17136×10^{-4}, γ_c=1,92043×10^{-3}, β_c=6,15437×10^{-4}.

При вычислениях в ходе итерационной процедуры была задействована 10-слойная модель Земли, а также закон распределения плотности Булларда [Мориц, 1994]. Отметим, что представленная выше конечно-элементная методика [Лубков, 2004; 2007] позволяет задавать различные механические свойства для отдельных областей в каждом рассматриваемом слое объекта. Это дает возможность моделировать неоднородные области в мантии.

Влияние крупномасштабных неоднородностей мантии на приливные параметры Земли. Современные геофизические и сейсмологические методы открыли возможности для изучения неоднородной структуры мантии Земли. Во многом благодаря методам сейсмической томографии была получена общая картина структуры конвективных потоков в мантии. Была показана цикличность тектонических процессов в верхней и средней мантии и как следствие наличие крупных горизонтальных и близких к ним по форме неоднородностей в этих частях мантии [Bunge, Richards, 1996; Helffrich, Wood, 2001]. Были выявлены также гигантские столбы горячей разуплотненной мантии размерами в тысячи км, так называемые плюмы, берущие начало из областей нижней мантии и поднимающиеся в области верхней мантии [Sleep, 1990]. Однако, не смотря на достигнутый в этой области прогресс, в настоящее время идет острая дискуссия о причинах возникновения крупномасштабных неоднородностей в мантии и их дальнейшей эволюции. Часть ученых склоняется к мысли, что главной причиной возникновения конвективных потоков в мантии, а значит, и крупных неоднородностей, являются глобальные тектонические циклы [Anderson, 2002]. В процессе цикла холодные океанические плиты, состоящие главным образом из базальта и эклогита, в зонах субдукции опускаются в горячие слои мантии. Далее они нагреваются и частично плавятся, создавая огромные области разуплотненного вещества в средней и нижней частях мантии. Это вещество может быть потенциальным источником мантийных плюмов, которые в процессе длительной эволюции переносят это вещество в районы срединно-океанических хребтов. Другая точка зрения состоит в том, что главным источником, приводящим в движение конвективные потоки в мантии, является разуплотненное вещество, которое возникает в пограничном слое мантии и жидкого ядра вследствие радиоактивного нагревания этого слоя и гравитационной стратификации [Артюшков, 1979; Sleep, 1990]. Данные сейсмической томографии подтверждают наличие в этой части мантии крупномасштабных неоднородностей, состоящих из разуплотненного вещества [Dziewonski, 1984].

Крупномасштабные неоднородности, представляющие собою области разуплотненного вещества мантии, будут приводить к перераспределению плотности в мантии и изменению ее упругих свойств. Это, в свою очередь, должно оказывать влияние на приливные параметры, которые служат своеобразными индикаторами внутреннего строения Земли.

В качестве моделей разуплотненного вещества мантии были выбраны области вещества, близкого по своим механическим свойствам к эклогитам. Были рассмотрены случаи расположения крупномасштабных неоднородностей в пограничном слое D'', а также в нижней и верхней частях средней мантии. Поскольку вопрос существования крупномасштабных неоднородностей в нижней мантии, не включая слой D'', является до сих пор дискуссионным, моделирование в этой части мантии не проводилось.

Значения чисел Лява и Шида 2-го порядка для основных суточных приливных волн, полученные на основе комбинированного метода, исходя из центрально-симметричной модели PREM, а также с учетом влияния неоднородности мантии, представлены в таблице. Здесь рассмотрены три варианта описанных выше крупномасштабных субгоризонтальных областей разуплотненного вещества мантии: 1) в пограничном слое D'' размер неоднородности был выбран порядка 2000 км по горизонтали и порядка 150 км по толщине слоя; 2) в нижней части средней мантии — 3000 км по горизонтали и 150 км по толщине; 3) в верхней части

Таблица. Числа Лява и Шида 2-го порядка (*k*, *h*, *l*), представленные для основных суточных приливных волн, полученные исходя из модели Земли PREM, а также с учетом влияния субгоризонтальных крупномасштабных неоднородностей мантии (варианты 1, 2, 3)

Волна	Числа	PREM	1	2	3	Волна	Числа	PREM	1	2	3
	k	0,295497	0,285119	0,318120	0,305150		*k*	0,253455	0,243942	0,286767	0,265760
Q_1	*h*	0,598218	0,603665	0,566194	0,586251	K_1	*h*	0,515221	0,513245	0,482895	0,505166
	l	0,083755	0,084941	0,080882	0,082847		*l*	0,086338	0,086870	0,082353	0,085495
	k	0,295093	0,284723	0,317819	0,304771		*k*	0,250363	0,240916	0,284463	0,262865
O_1	*h*	0,597420	0,602795	0,565393	0,585471	165,565	*h*	0,509117	0,506601	0,476774	0,499208
	l	0,083780	0,084959	0,080896	0,082873		*l*	0,086527	0,087012	0,082462	0,085689
	k	0,293900	0,283553	0,316928	0,303652		*k*	0,466626	0,453380	0,446227	0,466103
M_1	*h*	0,595064	0,600227	0,563027	0,583167	Ψ_1	*h*	0,936045	0,973153	0,906549	0,917569
	l	0,083854	0,085014	0,080938	0,082948		*l*	0,073245	0,077058	0,074868	0,072029
	k	0,284098	0,273948	0,309615	0,294464		*k*	0,324854	0,313908	0,340041	0,332690
P_1	*h*	0,575715	0,579135	0,543597	0,564254	Φ_1	*h*	0,656171	0,666884	0,624433	0,642942
	l	0,084456	0,085465	0,081281	0,083565		*l*	0,081952	0,083592	0,079853	0,080996
	k	0,277294	0,267282	0,304539	0,288088		*k*	0,299087	0,288638	0,320799	0,308516
S_1	*h*	0,562282	0,564498	0,530112	0,551128	J_1	*h*	0,605304	0,611392	0,573312	0,593180
	l	0,084873	0,085776	0,081519	0,083994		*l*	0,083535	0,084776	0,080756	0,082621
	k	0,256157	0,246587	0,288781	0,268290		*k*	0,297658	0,297635	0,297520	0,256817
165,545	*h*	0,520556	0,519053	0,488246	0,510374	OO_1	*h*	0,602483	0,602438	0,602212	0,521859
	l	0,086172	0,086746	0,082259	0,085325		*l*	0,083623	0,084842	0,080806	0,082711

средней мантии — 3000 км по горизонтали и 200 км по толщине.

Обсуждение результатов. Результаты моделирования показывают, что наибольшие отклонения суточных чисел Лява и Шида 2-го порядка относительно соответствующих значений модели PREM характерны для крупномасштабной неоднородности, расположенной в нижней части средней мантии. Эта неоднородность (вариант 2) приводит к максимальным отклонениям чисел Лява k до 7 %, чисел Лява h до 5 % и чисел Шида l до 3 %. В то же время большая по размерам неоднородность (3000 км по горизонтали и 200 км по толщине), расположенная в верхней части средней мантии, приводит к максимальным отклонениям чисел Лява k до 3 %, чисел Лява h до 2 % и чисел Шида l до 1 %, т. е., как можно видеть, к меньшим отклонениям. Неоднородность мантии с горизонтальными размерами порядка 2000 км и размерами по толщине порядка 150 км, расположенная в пограничном слое D'', приводит к максимальным отклонениям чисел Лява k до 3 %, чисел Лява h до 4 % и чисел Шида l до 5 %. Обратим внимание, что для всех рассмотренных неоднородностей отклонения чисел Лява и Шида относительно соответствующих данных модели PREM коррелируют с частотами суточных приливных волн. Эти отклонения имеют сложный нелинейный характер, возможно связанный с нелинейностью рассматриваемой системы, состоящей из неоднородной упругой мантии, жидкого внешнего ядра и внутреннего твердого ядра. Следует отметить, что полученные результаты имеют приближенный характер, поскольку в силу неопределенности свойств крупномасштабных неоднородностей в разных частях мантии при моделировании были использованы одни те же механические свойства эклогитов, характерные для астеносферы Земли. Однако на основе проведенного исследования можно определенно сказать, что крупномасштабные неоднородности мантии нелинейным образом влияют на приливные параметры Земли. И это влияние на суточные числа Лява и Шида 2-го порядка может достигать нескольких процентов.

Список литературы

Артюшков Е. В. Геодинамика. — Москва: Наука, 1979. — 216 с.

Короновский Н. В. Сейсмическая томография // Соровский общеобразоват. журн. — 2000. — **6**, № 11. — С. 63—68.

Лубков М. В. Комбинированный метод определения параметров вращения Земли // Кинемат. физика небес. тел. — 2005. — **21**, № 5. — С. 389—395.

Лубков М. В. О влиянии радиальной анизотропии мантии на суточные числа Лява // Геофиз. журн. — 2007. — **29**, № 5. — С. 179—184.

Лубков М. В. Определение статических чисел Лява и Шида методом конечных элементов // Геофиз. журн. — 2004. — **26**, № 6. — С. 147—150.

Мориц Г. Фигура Земли: теоретическая геодезия и внутреннее строение Земли. — Киев: Wickmann, 1994. — 239 с.

Мориц Г., Мюллер А. Вращение Земли: теория и наблюдения. — Киев: Наук. думка, 1992. — 512 с.

Образцов И. Ф., Савельев Л. М., Хазанов Х. С. Метод конечных элементов в задачах строительной механики летательных аппаратов. — Москва: Высш. шк., 1985. — 329 с.

Anderson D. L. Plate tectonics as a far-from-equilibrium self-organized system // AGU Monograph: Plate Boundary Zones, Geodynamic Ser. — 2002. — **30**. — P. 411—425.

Bunge H. P., Richards M. A. The origin of large scale structure in mantle convection: effects of plate motions and viscosity structure // Geophys. Res. Lett. — 1996. — **23**, № 21. — P. 2987—2990.

Dziewonski A. M. Mapping the lower mantle: determination of lateral heterogeneity in P velocity up to degree and order 6 // J. Geophys. Res. — 1984. — **89**. — P. 5929—5952.

Dziewonski A. M., Anderson D. L. Preliminary reference earth mode // Phys. Earth Planet Int. — 1981. — **25**. — P. 297—356.

Dziewonski A. M., Liu X. F., Su W. J. Lateral heterogeneity in the lowermost // Earth's Deep Interior / Ed. D. J. Crossley. — NewYork: Gordon and Breach, 1997. — P. 11—50.

Goslin J., Thirot J. L., Noel O., Francheteau J. Slow-ridge / hotspot interactions from global gravity, seismic tomography and 87Sr / 86Sr isotope data // Geophys. J. Int. — 1998. — **135**. — P. 700—717.

Helffrich G. R., Wood B. J. The Earth's mantle // Nature. — 2001. — **412**. — P. 501—507.

Mathews P. M., Buffet B. A., Shapiro I. I. Love numbers for diurnal tides: Relation to wobble admittances and resonance expansions // J. Geophys. Res. — 1995. — **100**, № B7. — P. 9935—9948.

Sasao T., Okubo S., Saito M. A simple theory on the dynamical effects of stratified fluid core upon nutational motion of the Earth // Proc. IAU Symp. 78 / Eds. E. P. Fedorov, M. L. Smith, P. L. Bender. — Dordrecht: Reidel, 1980. — P. 165—183.

Sleep N. H. Hotspots and mantle plumes: some phenomenology // J. Geophys. Res. — 1990. — **95**, № 5. — P. 6715—6736.

Van der Hilst R. D., Widiyantoro S., Engdahl E. R. Evidence for deep mantle circulation from global tomography // Nature. — 1997. — **386**. — P. 578—584.

Wu P. Using commercial finite element packages for the study of earth deformations, sea levels and the state of stress // Geophys. J. Int. — 2004. — **158**, № 2. — P. 401—408.