

УДК: 621.391.001

## ПОТЕНЦІЙНА ЗАВАДОСТІЙКІСТЬ ЦИФРОВОГО АВТОКОРЕЛЯЦІЙНОГО ДЕМОДУЛЯТОРА ЛАНГЕ - МЮЛЛЕРА

DOI 10.36994/2788-5518-2021-01-01-07<sup>7</sup>

*Первунінський С.М., д.т.н., проф. Черкаський державний технологічний університет, [cherkpervun@rambler.ru](mailto:cherkpervun@rambler.ru)*

*Чепинога А.В., к.т.н., доц. Черкаський державний технологічний університет, [chepynoha@chdtu.edu.ua](mailto:chepynoha@chdtu.edu.ua)*

**Анотація.** В даний час значна увага розробників телекомунікаційних систем приділяється створенню модемів з шумоподібними та шумовими сигналами. Такі модеми мають безперечні переваги в завадо захищеності, в конфіденційності передачі інформації, електромагнітній сумісності з сусідніми електронними пристроями. Попередні розробки таких систем були орієнтовані на використання в апаратурі елементів аналогової техніки. Перехід до реалізації модемів з використанням елементів дискретної техніки та цифрових методів обробки інформації потребує розробки нових аналітичних методів аналізу питань завадостійкості таких систем.

В роботі проведений теоретичний аналіз завадостійкості демодулятора Ланге-Мюллера, коли в якості носія бінарного інформаційного сигналу використано шумовий процес типу «білого» гауссового шуму при передачі по каналу зі сталими параметрами, при дії адитивної гауссової завади. Результати аналізу завадостійкості виконані з використанням методу характеристичних функцій, що дозволило отримати потенційну теоретичну оцінку. В порівнянні з результатами попередніх підходів до розв'язання такої задачі отримані результати надають можливість вести розрахунки завадостійкості цифрового модему Ланге – Мюллера з використанням кінцевої формули, що враховує всі фізичні параметри модему. Представлені графічні залежності завадостійкості демодулятора порівнюються з результатами імітаційного моделювання на ЕОМ. Проведений аналіз підтверджується збіганням результатів теоретичного аналізу з результатами імітаційного моделювання.

**Ключові слова:** бінарний цифровий модем, шумовий носій сигналу, завадостійкість, характеристична функція.

## POTENTIAL NOISE IMMUNITY OF DIGITAL AUTO CORRELATION DEMULATOR LANGE - MULLER

*Pervuninsky S.M., doctor of technical sciences, prof. Cherkasy State Technological University, [cherkpervun@rambler.ru](mailto:cherkpervun@rambler.ru)*

*Chepinoga A.V., Ph.D., Assoc. Cherkasy State Technological University, [chepynoha@chdtu.edu.ua](mailto:chepynoha@chdtu.edu.ua)*

---

<sup>7</sup> Первунінський С.М., Чепинога А.В.

**Abstract.** *Currently, significant attention of developers of telecommunication systems is paid to the design of modems with noise-like and noise signals. Such modems have indisputable advantages in terms of interference protection, confidentiality of information transmission, electromagnetic compatibility with neighboring electronic devices. Previously developed similar systems were focused on the use of analog elements in the equipment. The transition to the modems implementation using elements of discrete technology and digital information processing methods requires the development of new analytical methods for analyzing the noise resistance of such systems.*

*The paper performs a theoretical analysis of the noise resistance of the Lange-Müller demodulator, when as a carrier of binary information signal a noise process of "white" Gaussian noise type is used during transmission on a channel with constant parameters under the action of additive Gaussian noise. The results of the noise resistance analysis were performed using the method of characteristic functions, which allowed to obtain a potential theoretical estimate. In comparison with the results of previous approaches to solving this problem, the obtained results provide an opportunity to calculate the noise resistance of the digital Lange-Müller modem using the final formula, which takes into account all the physical parameters of the modem. The presented graphical dependences of demodulator noise resistance are compared with the computer simulation results. The analysis confirms their high consistency with the results of theoretical calculations.*

*Summing up the whole research, it is worth noting the following results: noise resistance analysis of Lange-Mueller digital modem was performed using a mathematical apparatus of characteristic functions in the presence of additive Gaussian noise; an analytical expression is found for calculating the characteristic density functions of the random variable distribution at the output of digital correlators; an expression to determine the potential noise resistance of the demodulator was obtained.*

**Keywords:** *binary digital modem, noisesignal-carrier, noise immunity, characteristic function.*

## **ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТЬ ЦИФРОВОГО АВТОКОРЕЛЯЦИОННОГО ДЕМОДУЛЯТОРА ЛАНГЕ - МЮЛЛЕРА**

**Первунинский С.М.**, д.т.н., проф., Черкасский государственный технологический университет, [cherkpervun@rambler.ru](mailto:cherkpervun@rambler.ru)

**Чепинога А.В.**, к.т.н., доц., Черкасский государственный технологический университет, [chepynoha@chdtu.edu.ua](mailto:chepynoha@chdtu.edu.ua)

**Аннотация.** *В настоящее время значительное внимание разработчиков телекоммуникационных систем уделяется созданию модемов с шумоподобными и шумовыми сигналами. Такие модемы имеют несомненные преимущества по защите от помех, в конфиденциальности передачи информации, электромагнитной совместимости с соседними электронными устройствами. Предыдущие разработки таких систем были ориентированы на использование в аппаратуре элементов аналоговой техники. Переход к реализации модемов с использованием элементов дискретной техники и цифровых методов обработки информации требует разработки новых аналитических методов анализа вопросов помехоустойчивости таких систем.*

*В работе проведен теоретический анализ помехоустойчивости демодулятора Ланге-Мюллера, когда в качестве носителя бинарного информационного сигнала использован шумовой процесс типа «белого» гауссового шума при передаче по каналу с постоянными параметрами при действии аддитивной гауссовой помехи. Результаты анализа помехоустойчивости выполнены с использованием метода характеристических функций, что позволило получить потенциальную теоретическую оценку. В сравнении с результатами предыдущих подходов к решению такой задачи полученные результаты дают возможность вести расчеты помехоустойчивости цифрового модема Ланге – Мюллера с применением конечной формулы, что учитывает все физические параметры модема. Представлены графические зависимости помехоустойчивости демодулятора сравниваются с результатами имитационного моделирования на ЭВМ. Проведенный анализ подтверждается совпадением результатов теоретического анализа с результатами имитационного моделирования.*

**Ключевые слова:** бинарный цифровой модем, шумовой носитель сигнала, помехоустойчивость, характеристическая функция.

## **Вступ**

В останні роки в теорії телекомунікації почав розвиватись новий напрямок досліджень, присвячений питанням застосування складних сигналів з великою базою для побудови багатоканальних систем множинного доступу. Значна частина таких досліджень стосується питання завадостійкості модемів з шумовими, псевдошумовими та хаотичними сигналами з великою смугою частот [1,2]. Це пояснюється можливістю передачі інформації в таких системах з більшою швидкістю та створенням мереж зв'язку з великою просторовою щільністю трафіку.

Для запобігання можливості виявлення сигналу станцією протидії система зв'язку повинна використовувати сигнали з розподіленням або широким спектром і структуру, що практично не розкривається. Ідеальним сигналом з рівномірно розподіленням спектром по смузі частот каналу зв'язку є сигнал типу "білого" гауссового шуму. Зростання вимог до захищеності інформації, обмеженості частотного ресурсу, розвиток елементної бази радіосистем з використанням досягнень мікроелектроніки та технологій цифрової обробки сигналів, потребують розробки нових методів аналізу завадостійкості цифрових модемів з шумовою несучою.

## **Постановка задачі**

Структурна схема бінарного модему з шумовими сигналами, що запропонований Ланге-Мюллером, наведена на рис.1, де використані наступні позначення:  $G$  – генератор шуму  $\xi(t)$ ;  $\mathcal{T}_k, k \in \{1, 2\}$  – затримка на час  $\mathcal{T}_k$ ;  $K$  – комутатор, що керується від джерела бінарного повідомлення  $\alpha_i = \{0, 1\}$ , яке передається на  $i$ -у тактовому інтервалі тривалістю  $T$ .

На виході бінарного модулятора на тактовому інтервалі з номером  $i = 0, 1, 2, \dots$ , сигнал має вигляд:

$$y(t) = \xi(t) + \xi(t - \tau_k), \quad t \in \{iT \div (i+1)T\} \quad (1)$$

На вході демодулятора спостерігається сигнал виду

$$z(t) = \xi(t) + \xi(t - \tau_k) + \eta(t) \quad (2)$$

де  $\eta(t)$  - адитивна гауссова завада, яка додається в каналі зв'язку.

Практична реалізація схеми наведеного модему на аналогових елементах ускладнена, що пов'язано з необхідністю побудови блоків затримки сигналів на час  $\tau_k$  з однаковими значеннями, як у модуляторі, так і у демодуляторі в кореляторах.

З використанням цифрової елементної бази проблеми реалізації модему спрощуються. Для цього на вході демодулятора слід поставити блок аналого-цифрового перетворювача (АЦП), що на рис.1 зображений пунктирними лініями, з подальшою реалізацією блоків демодулятора на елементах обчислювальної техніки.

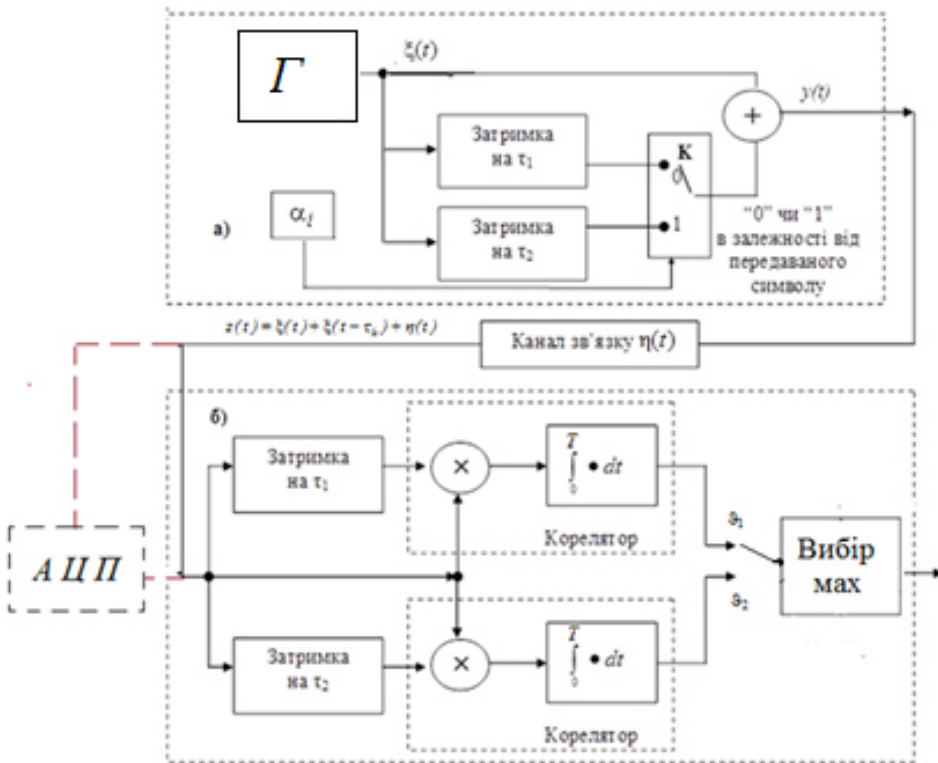


Рис. 1. Схема модему Ланге – Мюллера: а) модулятор; б) демодулятор

Перехід до цифрової реалізації демодулятора дозволяє опис сигналу (2) представити вектором з елементами  $z(t_0), z(t_1), \dots, z(t_{N-1})$ , де  $t_0, t_1, \dots, t_{N-1}$  -

моменти часу на такті  $T$ , в які АЦП демодулятора здійснює вибірку вхідного сигналу. Позначимо цей вектор як

$$\overline{z}_i = [z_0, z_1, \dots, z_{N-1}]$$

$$\text{де } z_k = z(t_k) = \xi_k + \xi_{k-\tau(i)} + \eta_k, \quad k = \overline{0, N-1} \quad (3)$$

$\tau(i) = \lfloor \tau_i / \Delta t \rfloor$  - ціле число, що обрано у модуляторі як затримка переданого на  $i$ -у такті символу  $\alpha_i$  на час  $\tau_i = \tau(i)\Delta t$ .

Аналіз завадостійкості даного модему в [3] виконаний з припущенням про гауссову апроксимацію випадкових величин (ВВ) на виході кореляторів у демодуляторі, що спрощує аналіз, але призводить до значних відхилень від результатів комп'ютерного чи апаратурного моделювання при ймовірностях помилки менших величини  $10^{-1}$ . Завадостійкість цифрової реалізації модему Ланге-Мюллера з використанням результатів аналізу у вигляді загальних алгоритмічних процедур для обчислення на ЕОМ здійснено в [4].

**Метою** даної роботи є отримання аналітичних залежностей для обчислення завадостійкості бінарного цифрового демодулятора шумових сигналів типу "білого" гауссового шуму при роботі по каналу з постійними параметрами, в якому діє центрована адитивна гауссова завада.

**Вирішення задачі.**

Аналіз завадостійкості системи почнемо з опису математичної моделі величини  $\mathcal{G}_j$ ,  $j = \overline{1,2}$ , що спостерігається на виході  $j$ -го корелятора, за значеннями яких схема вибору максимальної величини здійснює оцінку переданого символу. Найбільшій інформативності модему відповідає однакова апріорна ймовірність генерації повідомлень  $\alpha_i$ . Зробивши таке припущення, завадостійкість демодулятора можна визначати ймовірністю помилки любого з повідомлень  $\alpha_i$  [1]. Тому в подальшому розглянемо випадок помилки демодуляції лише символу  $\alpha_1 = "0"$ , що передається на  $i$ -у такті.

Сигнал на виході кореляторів  $I_j$ ,  $j = \overline{1,2}$ , при передачі символу  $\alpha_1$ , визначається скалярним добутком векторів  $\overline{z}_k$  та  $\overline{z}_{k-\tau(j)}$

$$\mathcal{G}_j = \langle \overline{z}_k, \overline{z}_{k-\tau(j)} \rangle = \sum_{i=0}^{N-1} (\xi_i + \xi_{i-\tau(1)} + \eta_i)(\xi_{i-\tau(j)} + \xi_{i-\tau(1)-\tau(j)} + \eta_{i-\tau(j)}), \quad j = \overline{1,2} \quad (4)$$

де  $\xi_i$  та  $\eta_i$  - центровані гауссови дельта-корельовані випадкові величини з дисперсіями  $D_\xi$  та  $D_\eta$  відповідно. Блок вибору максимуму у демодуляторі за значенням величини  $\mathcal{G}_j$ ,  $j = \overline{1,2}$ , фіксує на  $i$ -у такті передачу того символу  $\tilde{n}$  (оцінку  $\alpha_i$ ), для якого виконується умова

$$\tilde{n} = \begin{cases} "0", & \text{якщо } \vartheta = \vartheta_1 - \vartheta_2 \geq 0, \\ "1", & \text{якщо } \vartheta = \vartheta_1 - \vartheta_2 < 0. \end{cases} \quad (5)$$

Якщо рівняння (5) виконується для  $\tilde{n} = "0"$ , що відповідає символу  $\alpha_1$ , то демодуляція  $i$ -го такту з символом  $\alpha_1$  завершена вірно, інакше виникла помилка.

Враховуючи (4) в (5), отримуємо

$$\vartheta = \vartheta_1 - \vartheta_2 = \sum_{i=0}^{N-1} (\xi_i + \xi_{i-\tau(1)} + \eta_i)(\xi_{i-\tau(1)} + \xi_{i-2\tau(1)} + \eta_{i-\tau(1)} - \xi_{i-\tau(2)} - \xi_{i-\tau(1)-\tau(2)} - \eta_{i-\tau(2)}). \quad (6)$$

Аналізуючи складові парних добутків в (6), зауважимо, що не зважаючи на гауссовий тип кожного окремого множника з пари, всі вони мають негауссовий розподіл. Відповідно і сума негауссових ВВ, тобто величини  $\vartheta_j$ ,  $j = \overline{1,2}$ , при кінцевих значеннях параметру  $N \neq \infty$ , має негауссовий розподіл.

Щільність розподілу ВВ  $\vartheta$  визначимо, скориставшись методом функціональних перетворень [5]. Для цього спочатку знайдемо щільність розподілу величини  $\vartheta$  для випадку, коли в (6) параметр  $N=1$ :

$$\begin{aligned} r \equiv \vartheta_{|N=1} &= (\xi_0 + \xi_{0-\tau(1)} + \eta_0)(\xi_{0-\tau(1)} + \xi_{0-2\tau(1)} + \eta_{0-\tau(1)} - \xi_{0-\tau(2)} - \xi_{0-\tau(1)-\tau(2)} - \eta_{0-\tau(2)}) = \\ &= \xi_{0-\tau(1)}^2 + \xi_{0-\tau(1)}(\xi_0 + \eta_0 + \xi_{0-2\tau(1)} + \eta_{0-\tau(1)} - \xi_{0-\tau(2)} - \xi_{0-\tau(1)-\tau(2)} - \eta_{0-\tau(2)}) + \\ &+ (\xi_0 + \eta_0)(\xi_{0-2\tau(1)} + \eta_{0-\tau(1)} - \xi_{0-\tau(2)} - \xi_{0-\tau(1)-\tau(2)} - \eta_{0-\tau(2)}) = x^2 + v(x+z) + xz, \end{aligned} \quad (7)$$

де позначено:

$$x = \xi_{0-\tau(1)}; \quad v = \xi_0 + \eta_0; \quad z = \xi_{0-2\tau(1)} - \xi_{0-\tau(2)} - \xi_{0-\tau(1)-\tau(2)} + \eta_{0-\tau(1)} - \eta_{0-\tau(2)}$$

Введені ВВ  $x$ ,  $v$  та  $z$ , як сума різних гауссових, дельта-корельованих ВВ, є гауссовими, незалежними одна від одної (при  $\tau(1) \neq \tau(2)$ ) з дисперсіями  $D_x = D_\xi$ ,  $D_v = D_\xi + D_\eta$  та  $D_z = 3D_\xi + 2D_\eta$ . Відповідно щільність розподілу величини  $r$ , як функціональне перетворення цих ВВ, має вигляд [4, 5]:

$$\begin{aligned} \omega(r) &= \frac{\exp(\frac{rD_x}{B})}{2\pi\sqrt{B}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-\frac{t^2(B-D_vD_x)}{2BD_z} - \frac{r^2(B-D_zD_x)}{2BD_v t^2})}{|t|} dt = \\ &= \frac{\exp(\frac{rD_x}{B})}{\pi\sqrt{B}} K_0\left(\frac{|r|\sqrt{B+D_x^2}}{B}\right), \end{aligned} \quad (8)$$

де  $B = D_z(D_v + D_x) + D_xD_v = 7D_\xi^2 + 8D_\xi D_\eta + 2D_\eta^2$ ;

$K_0(x)$  – циліндрична функція Ганкеля нульового порядку від уявного аргументу.

Щільність розподілу ВВ  $\vartheta$  для довільного значення  $N$  знайдемо з використанням методу характеристичних функцій. Характеристична функція ВВ  $r$  визначається як обернене перетворення Фур'є для функції  $\omega(r)$  :

$$\chi_r(ju) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{jur} \omega(r) dr. \quad (9)$$

Відповідно, характеристична функція величини  $\vartheta$ , як сума  $N$  незалежних випадкових величин (6), є добутком відповідних характеристичних функцій доданків

$$\chi_{\vartheta}(ju) = \chi_r^N(ju). \quad (10)$$

Для характеристичної функції виконується теорема єдиності та теорема обертання [5], тому через  $\chi_{\vartheta}(ju)$  однозначно визначається функція щільності

$$\omega_{\vartheta}(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-jux} \chi_{\vartheta}(ju) du. \quad (11)$$

Таким чином, дана методика полягає в послідовному виконанні обчислень за формулами (9)-(11). Користуючись цим методом аналізу, характеристичну функцію  $\chi_r(ju)$  знайдемо підставивши в (9) значення з (8)

$$\begin{aligned} \chi_r(ju) &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{jur} \frac{\exp(\frac{rD_x}{B})}{2\pi\sqrt{B}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-\frac{t^2(B-D_vD_x)}{2BD_z} - \frac{r^2(B-D_zD_x)}{2BD_v t^2})}{|t|} dt dr = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-t^2 \frac{(D_v+D_x)}{2B}) \frac{dt}{2\pi\sqrt{B}|t|} \int_{-\infty}^{\infty} \exp[-r^2 \frac{(D_z+D_x)}{2Bt^2} + r(\frac{D_x}{B} + ju)] dr. \end{aligned} \quad (12)$$

Внутрішній інтеграл в (12) є табличним [6]

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-p^2 x^2 \pm qx} dx = e^{\frac{q^2}{4p^2}} \frac{\sqrt{\pi}}{p}, \quad [p > 0], \quad (13)$$

застосовуючи який, отримаємо

$$\chi_r(ju) = \frac{1}{\sqrt{2\pi(D_z + D_x)}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-\frac{t^2}{2(D_z + D_x)} [1 - j2D_x u + Bu^2]) dt. \quad (14)$$

Підстановкою  $t = z / \sqrt{1 - j2D_x u + Bu^2}$  інтеграл (14) від комплексної функції з дійсною змінною інтегрування зводиться до інтегралу типу (13), використовуючи який маємо

$$\chi_r(ju) = \frac{1}{\sqrt{[1 - 2jD_x u + Bu^2]}} = \frac{\exp(\frac{1}{2} j \arctg(\frac{2D_x u}{1 + Bu^2})}{\sqrt{[1 + Bu^2]^2 + (2D_x u)^2}} \quad (15)$$

Скориставшись перетворенням Фур'є (11), з підстановкою значення  $\chi_g(ju)$  по формулі (10) з використанням (15), отримаємо рівняння для обчислення щільності розподілу ВВ  $\vartheta$

$$\begin{aligned} \omega_g(x) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(j[0.5N \arctg(\frac{2uD_x}{1+Bu^2}) - ux])}{[(1+Bu^2)^2 + 4(uD_x)^2]^{N/4}} du = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos(0.5N \arctg(\frac{2uD_x}{1+Bu^2}) - ux) + j \sin(0.5N \arctg(\frac{2uD_x}{1+Bu^2}) - ux)}{((1+Bu^2)^2 + 4D_x^2 u^2)^{\frac{N}{4}}} du = \\ &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\cos(0.5N \arctg(\frac{2uD_x}{1+Bu^2}) - ux)}{((1+Bu^2)^2 + 4D_x^2 u^2)^{\frac{N}{4}}} du. \end{aligned} \quad (16)$$

Користуючись щільністю розподілу  $\omega_g(x)$ , визначимо завадостійкість цифрового модему Ланге–Мюллера з виразу

$$P_n = \int_{-\infty}^0 \omega_g(x) dx = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^0 \int_0^{\infty} \frac{\cos(0.5N \arctg(\frac{2uD_x}{1+Bu^2}) - ux)}{((1+Bu^2)^2 + 4D_x^2 u^2)^{\frac{N}{4}}} du dx. \quad (17)$$

Завадостійкість системи доцільно представляти залежністю від перевищення сигнал-завада, що для даного модему визначається як

$$h^2 = E_s / N_0 = 2D_\xi N \Delta t / (D_\eta / \Delta F) = D_\xi N / D_\eta, \quad (18)$$

де  $E_s = 2D_\xi T = 2D_\xi N \Delta t$  – енергія сигналу  $\xi(t)$ , що діє на вході демодулятора на такті  $T$ ;

$N_0 = D_\eta / \Delta F = 2D_\eta \Delta t$  – спектральна щільність потужності завади;

$\Delta F$  – ширина смуги частот сигналу;  $\Delta t = \frac{1}{2\Delta F}$  – інтервал квантування АЦП,

що обраний за теоремою Котельникова.

Підставляючи в (17) сталу  $B$  з (9) та враховуючи значення  $D_\xi = h^2 D_\eta / N$  з (18), отримаємо формулу для обчислення завадостійкості цифрового модему Ланге–Мюллера у вигляді



$$P_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^0 \int_0^{\infty} \frac{\cos\{0.5N \arctg(\frac{2uh^2 D_n}{N[1 + C(h^2, N)D_n u^2]}) - ux\}}{[(1 + C(h^2, N)D_n u^2)^2 + 4h^4 D_n^2 u^2 / N]^{\frac{N}{4}}} du dx, \quad (19)$$

де для скорочення запису позначено  $C(h^2, N) = 7h^4 / N^2 + 8h^2 / N + 2$ .

З виразу (19) бачимо, що ймовірність помилки  $P_n$  цифрового демодулятора залежить від  $h^2$ , значень параметру  $N$  та величини дисперсії завади  $D_n$ . Наведені на рис. 2 залежності завадостійкості цифрового модему обраховані по (19) при значенні дисперсії завади  $D_n = 1$ . На графіку значення кількості відліків  $N$  задано в межах від 20 до 256. Додатково для кожного значення  $N$  представлені залежності завадостійкості модему, що отримані методом імітаційного моделювання. Як видно з графіку, має місце гарна відповідність між результатами розрахунків по теоретичній залежності (19) та даними моделювання.

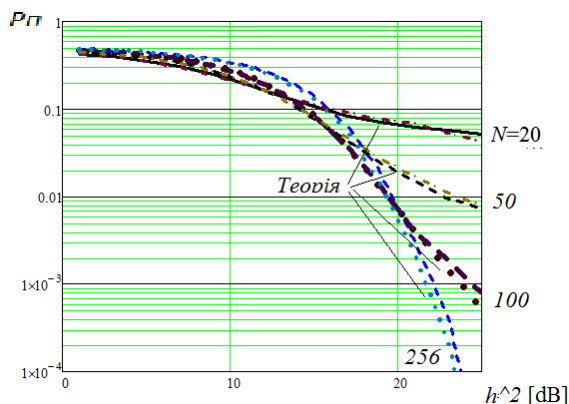


Рис. 2. Залежність  $P_n=f(h^2)$  при  $D_n = 1, N=\{20, \dots, 256\}$

**Висновки.**

Підводячи підсумки виконаного дослідження можна відзначити:

1. Виконано аналіз потенційної завадостійкості цифрового демодулятора модему Ланге-Мюллера з використанням апарату характеристичних функцій в каналі з постійними параметрами при дії адитивної завади типу білого гауссового шуму;
2. Знайдено аналітичні вирази для обчислення характеристичних функцій щільності розподілу випадкових величин на виході цифрових кореляторів демодулятора, що дозволило отримати кінцевий вираз для обчислення завадостійкості модему для любого значення  $N$ ;

3. Проведені теоретичні розрахунки завадостійкості модему при різних значеннях основних його параметрів, які представлені відповідними графічними залежностями. Порівняння розрахованих залежностей з результатами імітаційного моделювання вказує на їх високу узгодженість.

### Література

1. Мазурков М. И. Системы широкополосной радиосвязи: учеб. пособие для студ. вузов / М.И. Мазурков. — О.: Наука и техника, 2009.—344 с.
2. Скляр Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение : пер. с англ. / Б. Скляр. — М. : Вильямс, 2003. — 1104 с.
3. Лега Ю.Г. Дослідження завадостійкості  $M$ -позиційного автокореляційного приймача шумових сигналів в каналі з адитивним білим гауссовим шумом / Ю.Г.Лега, С.М.Первунінський, С.С.Гузнін// Вісник нац. універ. Львівська політехніка, серія «Радіоелектроніка та телекомунікації», 2009. № 645 С. 167-173.
4. Ільченко М.Ю. Принципи побудови надширокозмужової системи радіозв'язку в суб-терагерцевому діапазоні частот / М.Ю. Ільченко, Т.М. Наритник, Р.М.Дідковський // Електронне наукове фахове видання – журнал «Проблеми телекомунікацій», 2014, № 3 (15) – С. 30-43.
5. Абезгауз Г.Г. Справочник по вероятностным расчетам / Г.Г. Абезгауз, А.П. Тронь, Ю.Н. Копенкин, И.А. Коровина – М.: Воениздат. 1970. – 536 с.
6. Градштейн И. С. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений / И. С. Градштейн, И. М. Рыжик— М.: Наука, 1971. — 1108 с.

### References

1. Mazurkov M.I. Sistemy shirokopolosnoi radiosv'язi: uchebn. posobie dlia stud. vuzov. – O.: Nauka i tekhnika. 2009.– 344 s.
2. Skljар B. Tsifrovaia sv'яз. Teoreticheskie osnovy i prakticheskoe primenenie : per. S angl. – M. Viliams, 2003. –1104 s.
3. Lega Yu. H. Doslidzhennia zavadostiikosti  $M$ -pozytsiinogo avtokoreliatsiinoho pryimacha shumovykh syhnaliv v kanali z adytyvnym haussovym shumom / Yu.H. Lega, S.M. Pervuninskyi, S.S. Huznin // Visnyk Natsionalnogo universytetu "Lvivska politekhnika". Radioelektronika ta telekomunikatsii. – 2009. – № 645. –S. 167–176.
4. Ilchenko M.Yu. Printsipu pobudovy nadshirokosmuhovoi systemy radiozv'язku v sub-terahertsovomu diapazoni chastot / M.Yu. Ilchenko, T.M. Narytnyk, R.M. Didkovskiy // Elektronne naukove fakhove vudannia – zhurnal "Poblemy telekomunikatsii", – 2014, – № 3 (15) – S. 30-43.
5. Abezhaуз H.H., Tron' A.P., Kopenkin Yu.N., Korovina I.A. Spravochnik po veroiatnostnym raschetam. – M.:Voениzdat. 1970. – 536 s.
6. Hradshstein I.S., Ryzhik I.M. Tablitsy intehralov, sum, riadov i proizvedenii.– M.: Nayka, 1971. – 1108 s.