

УДК 330.356.7.061.5

Янковий В.О.

кандидат економічних наук,
доцент кафедри економіки та планування бізнесу,
Одеський національний економічний університет

МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІКИ РЕАЛІЗОВАНОЇ ПРОДУКЦІЇ ПІДПРИЄМСТВА НА БАЗІ ВИРОБНИЧИХ ФУНКЦІЙ

У статті розглянуто проблему вибору між виробничою функцією Кобба-Дугласа і CES-функцією в ході економетричного моделювання залежності випуску продукції від розміру важливіших ресурсів на підприємстві – капіталу і праці з урахуванням нейтрального науково-технічного прогресу. Надано рекомендації щодо програмного забезпечення розрахунку невідомих параметрів CES-функції. Визначено оптимальну фондоозброєність, що максимізує випуск продукції на підприємстві, отримані значення порівняно з фактичними показниками, розраховано резерв росту реалізації. Проаналізовано доцільність інвестування у виробництво на основі параметрів CES-функції.

Ключові слова: виробнича функція, еластичність заміщення ресурсів, ітеративний алгоритм, метод Марквардта, оптимальна фондоозброєність, безбиткове інвестування.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ РЕАЛИЗОВАННОЙ ПРОДУКЦИИ ПРЕДПРИЯТИЯМИ НА БАЗЕ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ФУНКЦИЙ

Янковой В.А.

В статье рассмотрена проблема выбора между производственной функцией Кобба-Дугласа и CES-функцией в ходе эконометрического моделирования зависимости выпуска продукции от размера важнейших ресурсов на предприятии – капитала и труда с учетом нейтрального научно-технического прогресса. Даны рекомендации по программному обеспечению расчета неизвестных параметров CES-функции. Определена оптимальная фондовооруженность, максимизирующая выпуск продукции на предприятии, полученные значения сравнены с фактическими показателями, рассчитан резерв роста реализации. Проанализирована целесообразность инвестирования в производство на основе параметров CES-функции.

Ключевые слова: производственная функция, эластичность замещения ресурсов, итеративный алгоритм, метод Марквардта, оптимальная фондовооруженность, безубыточное инвестирование.

MODELING OF THE DYNAMICS OF SALES ENTERPRISE BASED ON PRODUCTION FUNCTIONS

Yahkovyj V.

The problem of choice between a Cobb-Douglas production function and CES-function in the simulation of output depending on the size of the most important resources of meat processing enterprise (capital and labor costs with the influence of neutral scientific and technical progress) are discussed in the article. Some important of CES-function's advantages over the Cobb-Douglas production function due to economic and mathematical characteristics are demonstrated. It is indicated that its use in the practice

of economic analysis and predicting of output at the enterprise is often constrained by lack of appropriate software, which is able to estimate adequately unknown parameters of the CES-function. It is shown that the test of statistical significance of the last coefficient in the transformed model of the CES-function using Student's *t*-test can be used as a reliable basis for the objective choice of a particular form of the two considered production functions. The recommendations on software for approximate calculation of unknown parameters of the CES-function based on iterative algorithm of minimizing the objective function's balances by Marquardt are given. The above procedure embodied in MACRO6 program, which is written in BASIC and quite adaptable to modern software using the macros of the MS Excel.

The built CES-function gives researchers the opportunity to analyze a wide range of economic and mathematical characteristics of the production process at the studied enterprise, in particular, an average and marginal returns, elasticity of output and others. There is also an opportunity to determine the optimal capital-labor ratio, which maximizes an output of the enterprise. The values compared with actual indicators allow making conclusions about the completeness of using of each of the productive resources and to calculate growth of reserve of sales. The feasibility of investing in production on the basis of parameters CES-function, including a specified time, from which the investment will be profitable, is analyzed. All theoretical principles and formulas of the article are illustrated by concrete calculations according to the statistical reporting of private meat processing enterprise "Garmash" for 2005–2015.

Keywords: production function, elasticity of substitution of resources, iterative algorithm, Marquardt method, optimal capital-labor ratio, break-even investment.

Постановка проблеми. Виробничі функції (ВФ) відіграють важливу роль у сучасному математико-статистичному забезпеченні економетричних моделей, що застосовуються під час аналізу й прогнозування випуску продукції на підприємстві. Серед них провідне місце посідають двофакторні динамічні ВФ – Кобба-Дугласа і функція з постійною еластичністю заміщення ресурсів (CES-функція – від англ. абревіатури *Constant Elasticity of Substitution*). Як результативна ознака Y у них використовується реалізована продукція підприємства, а факторами є виробничі фонди K (капітал), витрати робочої сили L (праця) і час t . Всі економічні змінні зазвичай представляються у вартісному вимірі за певні періоди часу t .

З урахуванням так званого нейтрального науково-технічного прогресу з темпом приросту λ , який відображає вплив на Y усіх чинників, окрім K і L , можемо сказати, що ВФ Кобба-Дугласа має такий вигляд:

$$Y = Ae^{\lambda t} K^{\alpha} L^{\beta} \quad (1),$$

де $0 < A$; $0 < \alpha, \beta < 1$; λ – невідомі параметри, що підлягають визначенню.

А CES-функція представляється так:

$$Y = Be^{\lambda t} [\delta K^{-p} + (1 - \delta)L^{-p}]^{-1/p} \quad (2),$$

де $0 < B$; $0 < \delta < 1$; $-1 < p$ – невідомі параметри, що підлягають оцінці.

Шляхом логарифмування лівої і правої частин (1) ВФ Кобба-Дугласа легко перетворюється на лінійну функцію з можливістю подальшого застосування регресійного аналізу за методом найменших квадратів задля розрахунку параметрів λ , A , α , β . CES-функцію (2) привести до лінійного вигляду принципово неможливо. Саме відносна простота визначення невідомих параметрів ВФ Кобба-Дугласа є її вагомою перевагою перед іншими ВФ, зокрема перед CES-функцією.

Водночас ВФ (1) має серйозні недоліки, від яких вільна CES-функція. Вкажемо важливіші з них: уважається, що еластичність заміщення ресурсів σ , яка є мірою можливості заміни праці капіталом і навпаки, для ВФ Кобба-Дугласа завжди дорівнює одиниці. Це обмеження є дуже жорстким, часто не відповідає реальній економічній дійсності. В цьому сенсі CES-функція має

явну перевагу перед функцією Кобба-Дугласа: величина σ для неї може приймати будь-які значення. Для ВФ (2) еластичність заміщення ресурсів дорівнює $\sigma = 1/(1 + p)$, хоча так само, як і для функції Кобба-Дугласа, σ є постійною величиною, що впливає із самої її назви. При $p \rightarrow 0$ $\sigma \rightarrow 1$ і відбувається перехід від ВФ (2) до ВФ (1). Отже, можна говорити, що *CES*-функція узагальнює ВФ Кобба-Дугласа.

Окрім того, легко показати, що характер залежності продуктивності праці (Y/L) від фондоозброєності (K/L) в рамках даних ВФ досить різний. Для функції Кобба-Дугласа при $(K/L) \rightarrow \infty$ за будь-яких допустимих значень її параметрів продуктивність праці теж прагне в нескінченність. А *CES*-функція за довільних значень її параметрів і при $(K/L) \rightarrow \infty$ має верхню межу. Ясно, що з позиції адекватності моделі економічному процесу, що вивчається, ВФ (2) виглядає переважніше.

Тому в процесі економетричного моделювання випуску продукції на підприємстві за допомогою двофакторних динамічних ВФ перед дослідником завжди постають дві проблеми:

- 1) якій з двох ВФ – Кобба-Дугласа (1) чи *CES*-функції (2) – віддати перевагу (хоча їх порівняння за економіко-математичними властивостями явно на користь *CES*-функції);
- 2) як оцінити параметри ВФ (2), якщо вибрана саме *CES*-функція.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Огляд використання ВФ Кобба-Дугласа і *CES*-функції в дослідженнях випуску продукції на підприємствах різних галузей народного господарства показує, що більшість вітчизняних вчених-економістів і практиків віддає перевагу застосуванню ВФ (1) завдяки простоті визначення її невідомих параметрів. Серед них можна назвати Б.Є. Грабовецького [1–3], В.М. Ігнат'єва [4], О.В. Мороза [5], С.А. Щербініну [6]. І це відбувається, незважаючи на ті серйозні вади, котрі має ВФ Кобба-Дугласа порівняно із *CES*-функцією, про які йшлося вище.

Постановка завдання. Метою дослідження є систематизація теоретичних знань і уявлень про наявні підходи до об'єктивного вибору однієї з двох ВФ (1), (2) в ході моделювання випуску продукції підприємства; знайомство широкого загалу економістів з аналітичними можливостями *CES*-функції, з програмним забезпеченням наближеного визначення її невідомих параметрів за допомогою нелінійних методів оцінювання, а також ілюстрація вказаних аспектів на конкретному прикладі за даними статистичної звітності підприємства харчової промисловості України.

Виклад основного матеріалу дослідження. Перш за все розглянемо наявні підходи до об'єктивного вибору найбільш адекватної моделі з двох ВФ (1), (2) в ході математико-статистичного моделювання випуску продукції підприємства.

Р. Вінн і К. Холден [7, с. 84–85] розділили ліву і праву частини формул (1), (2) на L , логарифмували знайдені результати і розклали один із елементів отриманої *CES*-функції в ряд Тейлора. Вони показали, що фактично відмінності між *CES*-функцією і ВФ Кобба-Дугласа зводяться лише до четвертого доданку, що стоїть в правій частині перетвореної ВФ (2):

$$\ln(Y/L) = C + D \ln L + E \ln(K/L) - M[\ln(K/L)]^2 \quad (3).$$

Тут C, D, E, M – певні коефіцієнти, що виражаються через параметри досліджуваних ВФ. При цьому якщо $p = 0$, то $M = 0$, через що ці функції повністю збігаються, тобто відбувається перехід від ВФ (2) до ВФ (1). Отже, перевірка статистичної надійності (значущості) коефіцієнта M в моделі (3) за допомогою t -критерію Ст'юдента може служити об'єктивним підґрунтям для вибору конкретної форми з двох розглянутих ВФ. Проілюструємо вказану процедуру за даними статистичної звітності приватного м'ясопереробного підприємства «Гармаш» за 2005–2015 рр. (табл. 1).

Таблиця 1. Вихідні дані для моделювання динаміки реалізованої продукції ПП «Гармаш»

Роки	Y, тис. грн.	K, тис. грн.	L, тис. грн.	t	K / L
2005	14 820	13 978	851	1	16,42538
2006	23 439	14 690	1 401	2	10,48537
2007	40 538	17 644,5	2 409	3	7,324408
2008	46 790	23 492,5	2 839	4	8,274921
2009	42 603	26 834	3 502	5	7,662479
2010	43 214	30 933	4 913	6	6,296153
2011	53 988	36 957	7 940	7	4,654534
2012	68 049	37 001,5	9 202	8	4,021028
2013	67 577	38 113	8 959	9	4,254158
2014	60 321	42 575	9 591	10	4,439057
2015	66 149	49 128	8 293	11	5,924032

Джерело: розроблено автором

В результаті логарифмування вихідних даних табл. 1 і побудови регресійної моделі (3) за допомогою редактора Excel був отриманий такий листінг кореляційно-регресійного аналізу (табл. 2).

Таблиця 2. Результати статистичного моделювання рівняння (3)

Регресійна статистика					
Множинний R	0,9647				
R-квадрат	0,9307				
Нормований R-квадрат	0,9010				
Стандартна похибка	0,1302				
Спостереження	11,0000				
Дисперсійний аналіз					
	df	SS	MS	F	Значущість F
Регресія	3,0000	1,5923	0,5308	31,3262	0,0002
Залишок	7,0000	0,1186	0,0169		
Всього	10,0000	1,7110			
	Коефіцієнти	Стандартна похибка	t-статистика	p-значення	
Y-перетин	6,2475	2,4114	2,5908	0,0359	
Змінна lnL	-0,6247	0,1896	-3,2950	0,0132	
Змінна ln(K/L)	1,6653	0,9227	1,8048	0,1141	
Змінна ln(K/L)] ²	-0,4903	0,2070	-2,3691	0,0497	

Джерело: розраховано автором

Аналіз даних табл. 2 показує, що t-статистика Стьюдента для коефіцієнта M (останній рядок) дорівнює -2,369. Тобто з достовірністю $(1 - p\text{-значення}) = 1 - 0,0497 = 0,9503$, або 95%, можна стверджувати, що коефіцієнт M моделі (3) є статистично значущим, надійним. Тому доходимо висновку, що емпіричні дані, які характеризують динаміку реалізованої продукції ПП «Гармаш», будуть точніше змодельовані на базі CES-функції.

Зупинимось тепер на проблемі побудови ВФ (2). На нашу думку, М. Кубініва та інші вчені як інструмент знаходження первісної оцінки параметрів CES-функції розробили найбільш вдалу

процедуру пошуку рішення поставленого завдання із заданою точністю на базі використання ітеративного алгоритму мінімізації цільової функції залишків моделі за методом Марквардта. Вона знайшла своє втілення в програмі MACRO6, написаній на мові Бейсік [8, с. 137–149], яка досить легко адаптується до сучасного програмного забезпечення за допомогою макросів редактора Excel.

За даними табл. 1 побудуємо CES-функцію, що моделює залежність реалізованої продукції підприємства від капіталу і праці з урахуванням нейтрального науково-технічного прогресу. На шостій ітерації було отримане оптимальне рішення (табл. 3).

Таблиця 3. Результати статистичного моделювання рівняння (2) за даними табл. 1

Ітерації	6
Константа B	0,695057496
Науково-технічний прогрес λ	0,036406882
Еластичність заміщення ресурсів σ	1,119975315
Параметр розподілу δ	0,602481383
Стандартна похибка B	0,072653509
Стандартна похибка λ	0,010552778
Стандартна похибка σ	0,512748173
Стандартна похибка δ	0,089507862
Скоригований коефіцієнт детермінації R^2	0,999661768
Сума квадратів регресійних залишків RSS	0,000310241
Коефіцієнт Дарбіна-Уотсона DW	2,279238999

Джерело: розраховано автором

Таким чином, шукана CES-функція в явному вигляді записується так:

$$Y = 0,6951e^{0,0364t} [0,6025K^{0,1071} + 0,3975L^{0,1071}]^{9,3350} \quad (4).$$

Тут параметр моделі p знайдений через оцінене значення еластичності заміщення ресурсів $\sigma = 1,11997$. Рівняння (4) досить точно описує динаміку реалізованої продукції на ПП «Гармаш» за 2005–2015 рр.: коефіцієнт детермінації $R^2 = 0,9997$; сума квадратів залишків моделі $RSS = 0,0003$; критерій Дарбіна-Уотсона $DW = 2,279$ (оптимальне значенні 2,0).

Величина темпу приросту нейтрального науково-технічного прогресу $\lambda = 0,0364$ показує, що на досліджуваному підприємстві в середньому за рік реалізація зростала на 3,64% під впливом усіх чинників, окрім зміни капіталу та праці.

В табл. 4 наводяться важливіші економіко-математичні параметри CES-функції, розрахунок яких дасть змогу отримати узагальнені середньорічні характеристики виробництва на ПП «Гармаш» за період 2005–2015 рр.

В роботах [9; 10] доведено, що для ВФ (2) існує оптимальна фондоозброєність $(K/L)^*$, яка максимізує випуск реалізованої продукції:

$$(K/L)^* = \left(\frac{\delta}{1-\delta} \right)^{\frac{1}{1+p}}; Y_{\max} = Be^{\lambda t} L(1-\delta)^{-\frac{1}{p}} [(K/L)^* + 1]^{-\frac{1}{p}} \quad (5).$$

Легко показати, що в умовах оптимальної фондоозброєності гранична норма заміщення ресурсів CES-функції (рядок 6 табл. 4) дорівнює одиниці, а рівняння виробника приймає такий вигляд: $MP_K = MP_L$, де MP – граничні продукти кожного фактору (від англ. *Marginal Product*).

Таблиця 4. Основні економіко-математичні характеристики CES-функції

Показник	К	Л
1. Середня віддача	$\frac{Y}{K} = Be^{\alpha} [\delta + (1-\delta) \left(\frac{L}{K}\right)^{-p}]^{-\frac{1}{p}}$	$\frac{Y}{L} = Be^{\alpha} \left[\delta \left(\frac{K}{L}\right)^{-p} + (1-\delta)\right]^{-\frac{1}{p}}$
2. Гранична віддача	$\frac{\partial Y}{\partial K} = \frac{\delta}{B^p} \left(\frac{Y}{K}\right)^{1+p}$	$\frac{\partial Y}{\partial L} = \frac{1-\delta}{B^p} \left(\frac{Y}{L}\right)^{1+p}$
3. Еластичність випуску продукції, %	$\frac{\delta}{B^p} \left(\frac{Y}{K}\right)^p$	$\frac{1-\delta}{B^p} \left(\frac{Y}{L}\right)^p$
4. Потреба в ресурсах	$K = \left[\left(\frac{Y}{Be^{\alpha}}\right)^{-p} - (1-\delta)L^{-p}\right]^{-\frac{1}{p}} \delta^{\frac{1}{p}}$	$L = \left[\left(\frac{Y}{Be^{\alpha}}\right)^{-p} - \delta K^{-p}\right]^{-\frac{1}{p}} (1-\delta)^{\frac{1}{p}}$
5. Заміщення ресурсів (фондоозброєність)	$\frac{K}{L}$	
6. Гранична норма заміщення ресурсів	$h = \frac{1-\delta}{\delta} \left(\frac{K}{L}\right)^{1+p}$	
7. Еластичність заміщення ресурсів, %	$\sigma = 1/(1+p)$	

Джерело: розроблено автором

На основі параметрів моделі (4) розрахуємо показник оптимальної фондоозброєності за першою формулою (5) для ПП «Гармаш» за 2005–2015 рр.:

$$(K/L)^* = \left(\frac{0,6025}{1-0,6025}\right)^{\frac{1}{1+0,1071}} = 1,5931.$$

Якщо звернутись до даних останнього стовпця табл. 1, то можна побачити, що фактична фондоозброєність на підприємстві суттєво перевищує оптимальну. Це означає, що виробничі фонди на ПП «Гармаш» знаходяться у надлишку. Цей висновок підтвердила і побудована ВФ Кобба-Дугласа: коефіцієнт при змінній $\ln(K)$ виявився статистично незначущим, ненадійним (критерій Стьюдента дорівнює -0,358, р-значущість складає 0,73).

Найближче до оптимального фактичне значення фондоозброєності (4,021) спостерігалось в 2012 р., і в цьому році підприємство дійсно одержало максимальну за досліджуваний період реалізовану продукцію 68 049 тис. грн.

Виникає питання про те, яку виручку від реалізації ПП «Гармаш» отримало б у 2012 р. за оптимальної фондоозброєності 1,5931. Щоб відповісти на нього, скористаємось другою формулою (5):

$$Y_{\max} = 0,6951 \times 2,718282^{0,0364 \times 8} 9202(1-0,6025)^{9,335} [1,5931+1]^{9,335} = 70446,33 \text{ тис. грн.}$$

Отже, резерв росту реалізованої продукції за рахунок оптимізації фондоозброєності (продажу частини невикористаних виробничих фондів і вкладання коштів у робочу силу) складає на підприємстві $70\,446 - 68\,049 = 2\,397$ тис. грн.

Певний науковий і практичний інтерес представляє застосування побудованих ВФ Кобба-Дугласа і CES-функції в умовах інвестування деякого додаткового капіталу $C_1 = K_1 + L_1$ у виробництво [10]. Відомо, що за лінійної однорідності CES-функції спостерігається нульовий ефект від розширення масштабів виробництва, тобто воно буде беззбитковим за будь-якої величини авансованого капіталу C_1 . Однак беззбитковість у цьому випадку забезпечується лише у певний період часу, що визначається за такою нерівністю:

$$t \geq (\lambda p)^{-1} \{ \ln[\delta N^{-p} + (1 - \delta)M^{-p}] - p \ln B \} \quad (6),$$

$$\text{де } N = \frac{\delta^\sigma}{\delta^\sigma + (1 - \delta)^\sigma}; \quad M = \frac{(1 - \delta)^\sigma}{\delta^\sigma + (1 - \delta)^\sigma}.$$

Розрахуємо величини N , M , а за нерівністю (6) визначимо час, коли інвестиція у виробництво м'ясної продукції на ПП «Гармаш» стане прибутковою:

$$N = \frac{0,6025^{1,11997}}{0,6025^{1,11997} + (1 - 0,6025)^{1,11997}} = 0,6144; \quad M = \frac{(1 - 0,6025)^{1,11997}}{0,6025^{1,11997} + (1 - 0,6025)^{1,11997}} = 0,3856.$$

З урахуванням знайдених N і M розрахуємо праву частину вираження (6):

$$\{ \ln(0,60248 \times 0,6143660,10712 + 0,397519 \times 0,3856340,10712) + 0,1071 \times \ln(0,695057) \} / (-0,0364 \times 0,10712) = 28,38 \text{ (років)}.$$

Таким чином, $t \geq 28$ років, тобто інвестувати у виробництво не має ніякого економічного сенсу, оскільки воно є збитковим. Так, у 2014 р. фінансовий збиток від операційної діяльності ПП «Гармаш» склав 1 722 тис. грн., а чистий збиток – 2 337 тис. грн., у 2015 р. указані показники дорівнювали 2 052 і 2 165 тис. грн. відповідно.

Висновки з проведеного дослідження. CES-функція за рядом важливих економіко-математичних властивостей переважає ВФ Кобба-Дугласа, однак її використання в практиці економічного аналізу і прогнозування випуску продукції на підприємстві часто стримується відсутністю належного програмного забезпечення. Перевірка статистичної значущості коефіцієнта M в моделі (3) за допомогою t-критерію Стьюдента може служити надійним підґрунтям об'єктивного вибору конкретної форми з двох розглянутих ВФ.

Розрахунок невідомих параметрів CES-функції доречно вести на базі ітеративного алгоритму мінімізації цільової функції залишків моделі за методом Марквардта. Вказана процедура знайшла своє втілення в програмі MACRO6, написаної на мові Бейсік, яка досить легко адаптується до сучасного програмного забезпечення за допомогою макросів редактора *Excel*.

Побудована CES-функція дає досліднику можливість проаналізувати широке коло економіко-математичних характеристик виробничого процесу на підприємстві, що вивчається. Зокрема, з'являється нагода визначити оптимальну фондоозброєність, порівняти її з фактичною і розрахувати резерв росту реалізованої продукції у разі надлишковості останньої. Окрім того, отримана модель може служити дієвим інструментом оцінки беззбитковості інвестиційних проєктів у виробництво.

1. Грабовецький Б.Є. *Виробничі функції: теорія, побудова, використання в управлінні виробництвом* : [монографія] / Б.Є. Грабовецький. – Вінниця : УНІВЕРСУМ – Вінниця, 2006. – 137 с.

2. Використання виробничих функцій в дослідженнях підприємств молокопереробної промисловості / [Б.Є. Грабовецький, Н.М. Тарасюк, О.В. Безсмертна] // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2013. – № 5. – С. 32–36.
3. Грабовецький Б.Є. Виробничі функції в економічних дослідженнях / Б.Є. Грабовецький, І.В. Шварц // Вісник СумДУ. Серія: Економіка. – 2013. – № 1. – С. 60–68.
4. Игнатъев В.М. Производственные функции оценки эффективности водопользования / В.М. Игнатъев [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://dspace.nbuv.gov.ua/xmlui/bitstream/handle/123456789/46152/1-Ignat%E2%80%99ev.pdf?sequence=1>.
5. Виробничі функції в економічних дослідженнях на мікрорівні / [О.В. Мороз, Б.Є. Грабовецький, Ю.В. Міронова] // Економічний простір. – 2010. – № 35. – С. 112–119.
6. Щербініна С.А. Дослідження розвитку будівельних підприємств регіону із застосуванням виробничої функції Кобба-Дугласа / С.А. Щербініна // Науковий вісник Чернігівського державного інституту економіки і управління. – 2010. – Серія: Економіка. – Вип. 3 (7). – С. 60–66.
7. Винн Р. Введение в прикладной эконометрической анализ / Р. Винн, К. Холден ; пер. с англ. С.А. Николаенко. – М. : Финансы и статистика, 1981. – 294 с.
8. Математическая экономика на персональном компьютере / [М. Кубинива, М. Табата, С. Табата, Ю. Хасэбэ] ; под ред. М. Кубинива ; пер. с япон. – М. : Финансы и статистика, 1991. – 304 с.
9. Янковой В.А. Математический анализ неоклассических производственных функций / В.А. Янковой // Економіка: реалії часу. – 2016. – № 2 (24). – С. 78–83. – [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://economics.opi.ua/files/archive/2016/No2/78.pdf>.
10. Янковий В.О. Економічні аспекти математичного аналізу виробничої функції Кобба-Дугласа і CES-функції / В.О. Янковий // Торгівля, комерція, підприємництво. – 2016. – № 19. – С. 156–161.

E-mail: vladimir_ya@ukr.net