

О.О. Чупринін, Н.В. Серeda, А.О. Гарбуз

*Харківський національний університет міського господарства ім. О.М. Бекетова, Україна*

## ПОВЗУЧИСТЬ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ТОНКОСТІННИХ КОНСТРУКЦІЙ З УРАХУВАННЯМ ЗВОРОТНИХ ДЕФОРМАЦІЙ

Стаття присвячена опису розрахункового методу оцінювання повзучості тонкостінних залізобетонних конструкцій. Розглянуто рівняння, що описують повзучість урахуванням зворотних деформацій, їх застосування для анізотропних матеріалів, зокрема залізобетону. Наведена методика проведення розрахунків, що дозволяє визначати напружено-деформований стан залізобетонних конструкцій при короткочасному та тривалому навантаженні на основі методу скінчених елементів. Розглянуто приклад розрахунку довговічності залізобетонної циліндричної панелі з урахуванням зворотних деформацій, наведено дані про довговічність.

**Ключові слова:** повзучість, тривала міцність, залізобетонна конструкція, анізотропія, метод скінчених елементів.

### Постановка проблеми

Однією з основних важливих задач при проектуванні будівель і споруд є забезпечення надійності конструкцій на весь термін експлуатації. Основними визначальними факторами надійності і довговічності є час і умови експлуатації, які можна уявити у вигляді деяких параметрів. При досягненні періоду експлуатації конструкції в цілому і її елементів деякого значення, починається період інтенсивного зносу [1].

При розгляді і розрахунках залізобетонних конструкцій необхідно враховувати деякі його особливості. Даний матеріал фізично нелінійний, комплексний, неоднорідний і анізотропний матеріал.

### Аналіз останніх досліджень і публікацій

При проектуванні сучасних конструкцій тільки для невеликої частини залізобетонних зданий і споруд під час оцінки їх міцності можливе використання спрощених розрахункових схем. Більшість ж їх, в яких реалізується складний напружений стан, необхідно використовувати повну постановку задачі.

Для таких завдань спрощені методики розрахунку, які засновані на базових гіпотезах про характер розподілу напружень і деформацій в конструкціях, не дають можливості задовільного аналізу стану конструкцій. При тривалому деформуванні, моделі, які базуються на теоріях пластичності, не дають можливість описати особливості експлуатації [2–3].

Тут необхідний більш загальний підхід з точки зору механіки руйнування [4–7], в тому числі облік

зміцнення бетону і зворотна повзучість [8]. Більшість існуючих моделей в даний час не розглядають деградацію матеріалу через мікротріщини і зменшення деформацій при знятті навантаження. Що дає передумову розгляду моделі механіки пошкодження на основі робіт Качанова і Работнова [2].

Таким чином, в даний час виникає потреба існування і розробці моделей повзучості, які ґрунтуються на фундаментальних положеннях механіки і термодинаміки [9].

### Формулювання мети статті

У деяких випадках в конструкціях можна спостерігати різноманітне поєднання процесів, що протікають в матеріалі. Наприклад, накопичення деформацій повзучості в поєднанні з ефектом відновлення, при цьому може спостерігатися деградація матеріалу, яка в подальшому призводить до руйнування.

Перш за все, слід зазначити, що означає початок і кінець процесу руйнування. Матеріал вважається вільним від будь-якого збитку, якщо в ньому немає тріщин і порожнин в мікроскопічному масштабі.

Зазвичай відомо стан, починаючи з якого відбувається історія навантаження. Завершення процесу руйнування це утворення макроскопічних руйнувань. Для пластичних металів і сплавів процес руйнування супроводжується великими деформаціями повзучості. У крихких матеріалах (бетон і деякі метали і сплави) пошкодження можуть накопичуватися без помітних незворотних деформацій.

На руйнування впливають багато факторів, тому теорія руйнування стосується всіх матеріалів при різних температурах під тривалим впливом навантаження. Ці фактори можуть накопичуватися і взаємодіяти один з одним. Знання напружень і деформацій і їх історії для заданого тіла, а також законів пошкоджуваності дозволяють, шляхом інтегрування за часом розглянути еволюцію пошкоджень до моменту утворення макроскопічної тріщини.

Запропоновано модель, що з'єднає механіку руйнування та пластичну теорію деформування. Розв'язок крайової задачі здійснюється методом скінчених елементів (МСЕ) [10], крайова - інтегруванням по часу. Використаний скінчений елемент (СЕ) забезпечує докладну описи геометрії моделі та граничних умов. Незважаючи на широке поширення універсальних об'ємних СЕ, заради чисельного моделювання тонкостінних конструкцій доцільніше використання спеціальних оболонкових елементів.

### Викладення основного матеріалу

Зв'язок між компонентами девіатора напруження в точці тіла (враховуючи те, що згідно прийнятих гіпотез, напруження, на майданчиках, паралельних серединній поверхні малі в порівнянні з іншими напругами) і деформаціями повзучості з урахуванням пошкоджуваності матеріалу конкретизуємо рівняннями стану.

Пошкоджуваність  $0 \ll 1$  можна розглядати як поверхневу щільність неоднорідностей речовини на майданчику, перпендикулярній нормалі, яка характеризує пошкоджений стан в довільний момент часу. Пошкоженість, безпосередньо не доступна для вимірювання. Її кількісна оцінка, як і для будь-якої фізичної величини, пов'язаний з визначенням внутрішніх змінних, обраних для опису явища, проводиться опосередковано, шляхом вивчення властивостей матеріалів і закономірностей його деформування.

У загальному випадку значення пошкоджуваності залежить від орієнтації нормалі. Для обліку деформування анізотропних матеріалів і особливостей навантаження внутрішня змінна пошкоджуваності може бути представлена тензором другого порядку. Для багатьох матеріалів цілком прийнятно є гіпотеза ізотропного пошкодження, про те, що тріщини і порожнини з різною орієнтацією розподілені рівномірно у всіх напрямках.

Для ортотропних матеріалів, наприклад залізобетону, отримаємо рівняння стану [9]. З урахуванням практики армування тонкостінних конструкцій, осі анізотропії в точці тіла збігаються з

координатними осями, введеними для серединної поверхні (три взаємоперпендикулярні осі):

$$\begin{aligned} \underline{\dot{\varepsilon}}^c &= \frac{\dot{D}}{\sigma_{\text{экс } c}} \left( \underline{a} + \frac{1}{J_3^{c*}(\sigma)} \underline{b} \cdot \underline{\sigma} \right); \\ \underline{\dot{\omega}} &= \frac{\eta}{\sigma_{\text{экс } \omega}} \left( \underline{g} + \frac{1}{J_3^{\omega*}(\sigma)} \underline{d} \cdot \underline{\sigma} \right), \end{aligned} \quad (1)$$

де  $\underline{\dot{\varepsilon}}^c$  - вектор швидкостей деформацій повзучості;  $\underline{\sigma}$  - вектор компонент тензора напружень;

$$\underline{a} = (a_{11}, a_{22}, a_{12}), \quad \underline{b} = \begin{vmatrix} b_{1111} & b_{1122} & 0 \\ b_{2211} & b_{2222} & 0 \\ 0 & 0 & b_{1212} \end{vmatrix} -$$

вектор і матриця матеріальних постійних властивостей повзучості;  $\dot{D} = \underline{\sigma}^T \cdot \underline{\dot{\varepsilon}}^c$  - питома потужність дисипації пошкоджуваності;  $\underline{\dot{\omega}}^c$  - вектор швидкостей компонент пошкоджуваності;  $\eta = \underline{\sigma}^T \cdot \underline{\dot{\omega}}$  - питома потужність дисипації пошкоджуваності;

$$\underline{g} = (g_{11}, g_{22}, g_{12}), \quad \underline{d} = \begin{vmatrix} d_{1111} & d_{1122} & 0 \\ d_{2211} & d_{2222} & 0 \\ 0 & 0 & d_{1212} \end{vmatrix} -$$

вектор і матриця матеріальних постійних властивостей пошкоджуваності.

Представляючи потенціали дисипації у вигляді степеневих функцій, рівняння стану при повзучості з урахуванням пошкоджуваності можна представити у вигляді [11]:

$$\begin{aligned} \underline{\dot{\varepsilon}}^c &= \frac{\sigma_{\text{экс } c}^{N-1}}{(1-\eta)^N} [B] \underline{\sigma}; \\ \underline{\dot{\omega}} &= \frac{\sigma_{\text{экс } \omega}^{k-2}}{(1-\eta)^{k+s-1}} [D] \underline{\sigma}; \\ \eta &= d_{1111}^{k/2} \frac{\sigma_{\text{экс } \omega}^k}{(1-\eta)^{k+s}}; \\ \eta(0) &= 0, \quad \eta(t^*) = 1. \end{aligned} \quad (2)$$

Об'ємна деформація  $\varepsilon^V$  при тривалому деформуванні бетону виражається в його усадці. [9, 12]. Урахування всіх складових деформацій,

якщо тільки немає апріорних підстав до відсутності будь-якої з них, дозволяє використовувати рівняння стану найбільш універсальні. І адекватно описувати процеси, що відбуваються в матеріалі, а також, пояснити зміну спостережуваних величин. Для якісного опису процесу повзучості матеріалу слід враховувати поворотну повзучість. На рисунку 1 показано зміну дисипативної деформації  $\varepsilon^c$ . Тут після зняття навантаження (момент часу  $t_1$ ) спостерігається зменшення деформацій на величину пружною складовою  $\varepsilon^y$  і зворотну повзучість  $\varepsilon^r$ . У бетоні та залізобетоні вона становить близько 10% від накопиченої деформації повзучості.

Як і для прямої повзучості, для неї скористаємося інкрементальними рівняннями стану. Наближені величини швидкостей зворотної повзучості, можливо визначити, як різниця ординат кривих зворотної повзучості і відповідного інтервалу часу (друга ділянка на рис. 1). Функціональний зв'язок швидкості зворотної повзучості  $\dot{\varepsilon}^r$  від часу можна уявити в напівлогарифмічних координатах (рис. 2), і описати відповідною залежністю. Експериментальні дані показують, що умова подібності приблизно виконується, якщо їх апроксимувати сумою двох експонент:

$$\dot{\varepsilon}^r = B_1 \tau^{-\mu_1} + B_2 \tau^{-\mu_2}, \quad (3)$$

де  $\tau = t - t_1$  - поточний час зворотної повзучості;  $t_1$  - час накопичення прямої повзучості;  $B_1, B_2, \mu_1, \mu_2$  - характеристики матеріалу, що визначаються дослідним шляхом.

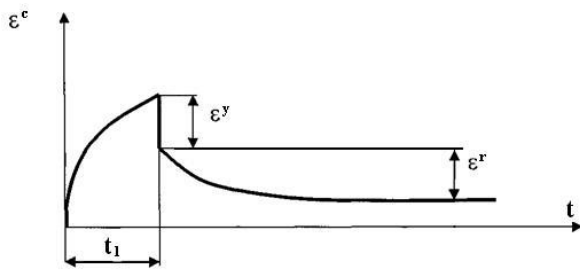


Рис. 1. Зворотні деформації

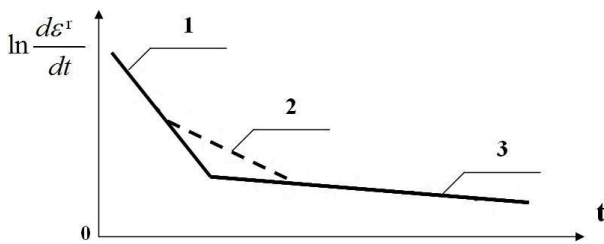


Рис. 2. Швидкість зворотної повзучості

Визначення коефіцієнтів зворотної повзучості в (3) спрощується тією обставиною, що при великому часі зворотної повзучості графік швидкостей деформацій в напівлогарифмічних координатах є близьким до прямого. Значить, він виражається одним доданком з великим часом релаксації, що дозволяє визначити його параметри  $B_2$  і  $\mu_2$  (ділянка 3 на рис. 1).

Після підбору однієї експоненти визначаються коефіцієнти іншого доданку -  $B_1$  і  $\mu_1$  (ділянка 1 на рис. 1) з малим часом релаксації.

Величина зворотної повзучості  $\varepsilon^r$ , визначається дослідним шляхом. Так експериментально встановлено, що залежність між деформаціями пружного впливу і напруженням, що діяли на елемент можна вважати лінійною. При цьому вік бетону в момент завантаження і розвантаження впливає на деформації наслідки набагато менше, ніж на деформації повзучості. І цей вплив дозволяє оцінити величину залишкової деформації повзучості  $\varepsilon^c - \varepsilon^r$  в довільний момент часу  $t$ , яка дорівнює:

$$\varepsilon^c - \varepsilon^r = \varepsilon^c(t, \sigma(0)) - \varepsilon^c(t, \sigma(t_1)),$$

де  $\varepsilon^c(t, \sigma(0))$  - деформація повзучості в момент часу  $t$ , викликана постійним у часі напруженням  $\sigma(0)$ , доданим при  $t=0$ ;  $\varepsilon^c(t, \sigma(t_1))$  - деформації повзучості в момент часу  $t$ , викликана напруженням  $\sigma(t_1)$ , рівним за величиною і протилежним за знаком напруження  $\sigma(0)$ , доданим в момент часу  $t=t_1$  і постійним у часі. Що дозволяє конкретизувати константи у виразі (3).

З наявних досліджених даних випливає, що зворотна частина деформацій повзучості при стиску в межах терміну експлуатації бетонних і залізобетонних конструкцій, як правило, незначна. Вона становить приблизно від 5 до 15% деформацій повзучості, які відбулися до моменту розвантаження, що відповідає рівню зворотних деформацій, розглянутому раніше.

### Приклад розрахунку

Проведено розрахунки тонкостінної циліндричної панелі. Її геометрія описана у вигляді відкритої оболонки, скінченоелементна модель якої наведена на рисунку 3. Оболонка, розбита на скінчені елементи - 20 по довжині і 20 по колу. Розрахунки даної оболонки проведено відповідно до наведених вище рівнянь. Ця модель реалізована в скінченноелементній постановці [10]. Панель квадратна в плані, та має розміри -  $l = 10$  м і  $b = 10$  м, виготовлена з армованого бетону В 40.

Механічні характеристики: модуль пружності  $E = 3,6 \cdot 10^4$  МПа, коефіцієнт Пуассона  $\nu = 0,16$ , масова щільність  $\rho = 1,9 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>. Панель жорстко защемлена по опертим краях і вільна від закріплення на торцях і деформується під дією власної ваги і корисного навантаження, яке дорівнює половині її ваги.

В таблиці 1 наведено узагальнені результати досліджень. Тут показано відповідність відносної товщини панелі  $\bar{h} = f/b$  і раціональної стріли підйому  $\bar{f}$ , яка відповідає найбільшій довговічності конструкції.

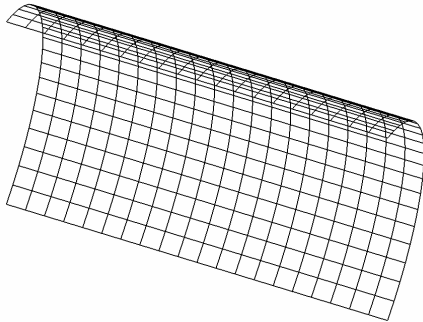


Рис. 3. Скінченоелементна модель циліндричної панелі

Таблиця 1.

Раціональна стріла підйому панелі

$\bar{h}$	1/20	1/25	1/33	1/50
$\bar{f}$	0.276	0.282	0.287	0.294

Зміна інтенсивності напруження протягом часу експлуатації (100 років) наведено на рисунку 4. Цей графік свідчить про помірний перерозподіл напруження протягом періоду експлуатації.

На рисунку 5 показано максимальне значення накопиченої пошкоджуваності в матеріалі. Їх величина (менш ніж 0.1) підтверджує відсутність ризику утворення тріщин в період експлуатації і істотний запас тривалої міцності циліндричної панелі при раціональному виборі геометрії.

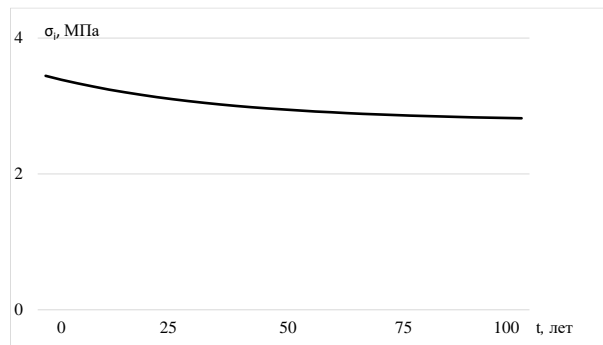


Рис. 4. Інтенсивність напруження

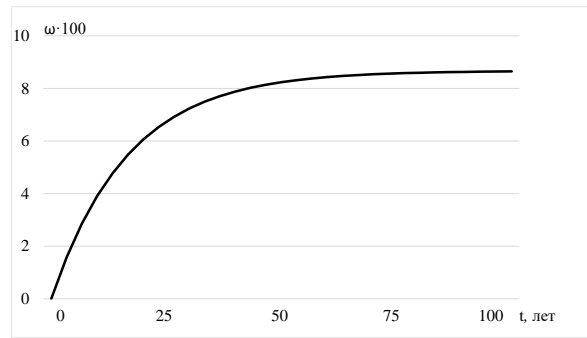


Рис. 5. Параметр пошкоджуваності

## Висновки

Запропонована скінченоелементна модель побудована на сучасних теоріях механіки твердого тіла і дозволяє аналізувати напружено-деформований стан залізобетонних конструкцій. Рівняння стану відображають анізотропію властивостей матеріалу, що враховують пошкоджуваність і поворотну повзучість. Це дає можливість проводити достовірну оцінку міцності, жорсткості і довговічності тонкостінних залізобетонних конструкцій при різних режимах навантаження.

## Література

1. Lemaitre, J. & Chaboche, J.-L. (2000). *Mechanics of solid materials*. Cambridge University Press, 556 p.
2. Xinhua, X. & Xingguo, Y. (2014). A damage model for concrete. *International Journal of Damage Mechanics* 2014, Vol. 23(2), 155–177.
3. Bari M. S. (2000). *Punching Shear Strength of Slab-Column Connections – A Comparative Study of Different Codes.* *Journal of the Institution of Engineers*, V. 80, No. 4, P. 163–168.
4. Babut, R. (1983). *Load capacity and deformability of structures subjected to bending made of concrete with dispersed steel Fibers (in Polish)*. In: *Mechanics of concrete-like composites*. Ossolineum, Wrocław, 71–145.
5. Basista, M. (1993). *On micromechanical modeling of deformation of compact rock in compression*. *Eng Transactions* 41, 395–417.
6. Breslavsky, D., Chuprynin, A., Morachkovsky, O., Tatarinova, O., & Pro, W. (2019). *Deformation and damage of nuclear power station fuel elements under cyclic loading. The Journal of Strain Analysis for Engineering Design*. Breslavsky, D., Chuprynin, A., Morachkovsky, O., Tatarinova, O., & Pro, W. (2019). *Deformation and damage of nuclear power station fuel elements under cyclic loading. The Journal of Strain Analysis for Engineering Design*.
7. Шпачук В. П. Влияние механических и конструктивных параметров стержня с гасителем на собственные частоты поперечных колебаний // *В. П. Шпачук, А. И. Рубаненко, Ю. И. Ващенко // Комунальне господарство міст. Серія: Технічні науки та архітектура: наук.-техн. зб. – Харків: ХНУМГ ім. О.М. Бекетова, 2017. – № 134. – С. 2–7.*
8. Берг, О. Я. *Физические основы теории прочности бетона и железобетона* / О. Я. Берг. – М.: Гостройиздат, 1961. – 96 с.
9. Чупрынин, А. А. *Ползучесть и долговечность железобетонных элементов конструкций* / А. А. Чупрынин, Н. В. Серета // *Комунальне господарство міст. Серія: Технічні науки та архітектура. –*

- Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2017. – № 135. – С. 2–6.
10. Зенкевич, О. Метод конечных элементов в технике : Пер. с англ. - М. : Мир, 1975. – 238 с.
11. Бреславский, Д. В. Анизотропия ползучести и повреждаемости элементов конструкций при циклическом нагружении / Д. В. Бреславский, В. А. Метелев, О. К. Морачковский // Проблемы прочности. – 2015. – №2. – С. 21–29.
12. Котов, Д. С. Деформации усадки бетона, модифицированного химическими и тонкодисперсными минеральными наполнителями / Д. С. Котов // Инженерно-строительный журнал, № 7, 2009. С. 11–21.

### References

1. Lemaitre, J. & Chaboche, J.-L. (2000). *Mechanics of solid materials*. Cambridge University Press, 556 p.
2. Xinhua, X. & Xingguo, Y. (2014). A damage model for concrete. *International Journal of Damage Mechanics* 2014, Vol. 23(2), 155–177.
3. Bari M. S. (2000). *Punching Shear Strength of Slab-Column Connections – A Comparative Study of Different Codes.* Journal of the Institution of Engineers, V. 80, No. 4, P. 163–168.
4. Babut, R. (1983). Load capacity and deformability of structures subjected to bending made of concrete with dispersed steel Fibers (in Polish). In: *Mechanics of concrete-like composites*. Ossolineum, Wroclaw, 71–145.
5. Basista, M. (1993). On micromechanical modeling of deformation of compact rock in compression. *Eng Transactions* 41, 395–417.
6. Breslavsky, D., Chuprynin, A., Morachkovsky, O., Tatarinova, O., & Pro, W. (2019). Deformation and damage of nuclear power station fuel elements under cyclic loading. *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design*.
7. Shpachuk V. P., Rubanenko A. I. & Vashchenko Yu. I. (2017). Influence of mechanical and structural parameters of the rod with a damper on the natural frequencies of transverse vibrations / *Utilities cities. Series: Technical Sciences and architecture*. Kharkiv, Ukraine:134, 2–7.

8. Berg O.Y. (1961). *Physical foundations of the strength theory of concrete and reinforced concrete*. Moscow, Russia: Gosstroyizdat, 96.
9. Chuprynin A. A. & Sereda N. V. (2017). *The creep and durability of reinforced concrete structural elements / Utilities cities. Series: Technical Sciences and architecture*. Kharkiv, Ukraine:135, 2–6.
10. Zenkevitch O. (1975). *Finite element method in engineering*. Moscow, Russia: Mir, 238.
11. Breslavsky D.V, Metelev V. A. & Morachkovsky O. K. (2015). Anisotropy creep and damage of structural elements under cyclic loading / *Strength problems: №2*, 21–29.
12. Kotov D.S. (2009). Shrinkage deformations of concrete modified with chemical and fine mineral fillers / *Civil engineering journal: № 7*, 11–21.

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. В. П. Шпачук, Харківський національний університет міського господарства ім. О.М. Бекетова, Україна

**Автор:** ЧУПРИНІН Олександр Олександрович  
кандидат технічних наук, доцент  
Харківський національний університет міського господарства ім. О.М. Бекетова  
E-mail – [yasha.chupr@gmail.com](mailto:yasha.chupr@gmail.com)  
ID ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-8757-559X>

**Автор:** СЕРЕДА Наталя Василівна  
кандидат технічних наук, доцент  
Харківський національний університет міського господарства ім. О.М. Бекетова  
E-mail – [natalisereda3@gmail.com](mailto:natalisereda3@gmail.com)  
ID ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-9727-5531>

**Автор:** ГАРБУЗ Алла Олегівна  
кандидат технічних наук, доцент  
Харківський національний університет міського господарства ім. О.М. Бекетова  
E-mail – [alla.garbus92@gmail.com](mailto:alla.garbus92@gmail.com)  
ID ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-3795-3142>

## CREEP OF REINFORCED CONCRETE THIN-WALLED STRUCTURES TAKING INTO ACCOUNT REVERSE DEFORMATIONS

O.O. Chuprynin, N.V. Sereda, A.O. Garbuz

O.M. Beketov National University of Urban Economy in Kharkiv, Ukraine

One of the main tasks, which is solved at the design stage of the reinforced concrete element, is the analysis of the stress-strain state, as well as the determination of the service life. The article is devoted to modeling of nonlinear creep of reinforced concrete structural elements taking into account damages and return of the creep. The high priority of the research topic is substantiated, the purpose and objectives are formulated. A combination of a plastic model with fracture mechanics is proposed to simulate the behavior of concrete in accordance with its characteristics, including not only stress and deformation, but also the degradation of its stiffness. The resulting equations of state correspond to the law reverse deformations. The finite element method is used to solve the boundary value problem. For the sake of numerical modeling of thin-walled structures, the use of special shell elements is proposed. The mathematical formulation of the problem of creep of reinforced concrete structural elements taking into account anisotropy of material properties and creep deformations and return of the creep is presented. Creep problems of thin-walled structural elements were solved with the help of developed software. Analyzed the deformation of reinforced concrete panel of cylinder. The analysis of the results allows us to judge the effectiveness of the proposed model as a whole. The equation of state reflects the anisotropy of the material properties and takes into account the damage, which allows for a reliable assessment of the strength, stiffness and durability of reinforced concrete structures. Conclusions about the adequacy of the analysis of reliability and durability of reinforced concrete structures using the proposed model.

**Keywords:** creep, long-term strength, reinforced construction, anisotropy, finite element method.