

УДК 539.3

*Стеблянко П.О., Дьомічев К.Е.***ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СТАНУ ПРУЖНО-ПЛАСТИЧНИХ ЦИЛІНДРИЧНИХ ТІЛ ПІД ДІЄЮ ВИСОКОТЕМПЕРАТУРНИХ НАВАНТАЖЕНЬ****Дніпродзержинський державний технічний університет, м. Кам'янське**

Робота присвячена чисельному моделюванню стану пружно-пластичних циліндричних тіл під дією високотемпературних навантажень. Розроблено ітераційний метод покомпонентного розщеплення для розв'язання систем диференціальних рівнянь, що описують процеси теплопровідності і деформування в нелінійних складених циліндричних тілах для чисельного моделювання їх пружно-пластичної поведінки під впливом температурного і силового навантаження. При цьому використано апроксимаційний апарат напружених сплайнів і кубічних В-сплайнів, який дозволяє враховувати складні залежності властивостей матеріалу від термомеханічних процесів. Авторами було досліджено температурне поле циліндричного тіла, яке знаходиться у вертикальному положенні і під кутом, а також всі необхідні елементи тензорів напруги і деформації. Наведені результати мають більш високий порядок точності в порівнянні з аналогічними результатами, отриманими за допомогою різницевого методу. Отримані результати дозволяють прогнозувати довговічність і надійність об'єктів, що працюють в умовах шоківих нестационарних температурних навантажень. Запропоновано ефективний чисельний метод для розв'язання тривимірних нестационарних задач термомеханіки, заснований на зведенні задачі до системи трьох послідовно розв'язуваних двовимірних задач, коли невідомі величини представлені у вигляді двовимірних поліноміальних і напружених сплайнів. Побудовані ітераційні формули для визначення температури, швидкостей зміщень, компонентів тензорів напруги і деформації, дозволяють отримувати третій порядок методу апроксимації за часом і третій та четвертий порядок за координатами.

Ключові слова: термомеханічні процеси, температурне поле, метод покомпонентного розщеплення, сплайни, математичне моделювання, ітераційні методи.

Постановка проблеми

Деталі та елементи металургійних конструкцій в процесі створення та експлуатації перебувають під сукупною дією складного нестационарного силового і температурного навантаження. Нерівномірне високотемпературне навантаження тіл у поєднанні з силовими чинниками призводить до складних процесів деформування. Для моделювання поведінки елементів металургійних конструкцій, які перебувають під дією високотемпературних навантажень, потрібно визначати нестационарний термомеханічний стан тіла не лише на пружній стадії деформування, а й за межею пружності з урахуванням термомеханічних параметрів матеріалу, які залежать від температури.

Найвні чисельні методи розв'язання таких

нестационарних задач призводять, як правило, до великих обчислювальних труднощів, пов'язаних з вирішенням великих систем алгебраїчних рівнянь, що не завжди бувають ефективні. Ці обставини суттєво ускладнюють моделювання пружно-пластичних циліндричних тіл під дією високотемпературного та силового навантаження.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Проблема математичного моделювання термомеханічних процесів в пружно-пластичних циліндричних тілах при складних навантаженнях є не новою та комплексною. Тому, такій проблематиці присвячено багато робіт, зокрема: сучасні уявлення про закономірності взаємовпливу нестационарних процесів різної фізичної природи можна знайти в роботах Я.Й. Бу-

рак, Р.М. Кушнір, В.Г. Карнаухова та ін.; конкретним моделям визначення, дослідження та оптимізації механічної поведінки тіл при комплексних зовнішніх навантаженнях присвячені роботи В.Г. Баженова, А.Р. Гачкевича, Д.В. Гріліцького, В.С. Поповича, Р.С. Мусія та ін.; ефективні чисельні і чисельно-аналітичні методи вирішення нестационарних задач механіки запропоновані в роботах В.Ф. Мейша, О.О. Стрельнікової, Я.М. Григоренка, В.І. Кузьменка та ін.

Формулювання мети дослідження

Незважаючи на вищевикладене, з нашої точки зору, в науковій літературі не приділялось достатньої уваги математичним моделям і методам, які сприяють підвищенню точності визначення і дослідження нестационарного термомеханічного стану циліндричних тіл при високотемпературному та силовому навантаженні, коли термомеханічні параметри матеріалу залежать від температури. Метою роботи є розробка чисельного методу на базі апарата сплайн-функцій для моделювання пружно-пластичного стану циліндричного тіла під дією високотемпературних навантажень.

Виклад основного матеріалу дослідження

Температурне поле для ізотропного тіла у випадку врахування тепла, що виділяється в процесі його деформування під дією температурного та силового навантаження, визначається шляхом розв'язання нестационарного рівняння теплопровідності при певних початкових і граничних умовах [1,3,5]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial t} = & \frac{1}{H_1 H_2 H_3} \left\{ \frac{\partial}{\partial \alpha^1} \left(a \frac{H_2 H_3}{H_1} \cdot \frac{\partial T}{\partial \alpha^1} \right) + \right. \\ & + \frac{\partial}{\partial \alpha^2} \left(a \frac{H_1 H_3}{H_2} \cdot \frac{\partial T}{\partial \alpha^2} \right) + \\ & \left. + \frac{\partial}{\partial \alpha^3} \left(a \frac{H_2 H_1}{H_3} \cdot \frac{\partial T}{\partial \alpha^3} \right) \right\} + W_*, \end{aligned} \quad (1)$$

де W_* – функція розсіювання або питома потужність внутрішніх джерел теплоти; $a = \frac{\lambda(T)}{c_v \rho}$ – ізохорна температуропровідність, яка для термочувливих матеріалів залежить від температури і потребує окремого математичного моделювання; H_i – параметри Ляме ($i=1, 2, 3$); \square – точкою позначені похідні за часом; α^i – ортогональні криволінійні координати:

$$\begin{aligned} W_* = & S_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} - \frac{1}{2G} S_{ij} \dot{S}_{ij} + \\ & + \frac{\sigma_{ii}}{3} \left(\dot{\epsilon}_{ij} - 3\alpha_T \frac{\partial T}{\partial t} \right) - \frac{\sigma_{ii}}{3K} \dot{\sigma}_{ij}, \end{aligned}$$

$$S_{ij} = \sigma_{ij} - \delta_{ij} \sigma, \quad \epsilon_{ij} = \epsilon_{ij} - \delta_{ij} \epsilon$$

$$\sigma = \frac{\sigma_{ii}}{3}; \quad \epsilon = \frac{\epsilon_{ii}}{3}; \quad G = \frac{E}{2(1+\nu)}; \quad K = \frac{3E}{1-2\nu}. \quad (2)$$

Тут S_{ij}, ϵ_{ij} – відповідно, девіатори тензорів напруг і деформацій; $\sigma_{ij}, \epsilon_{ij}$ – тензори напруги і деформації.

Початковий розподіл температури в тілі, що відповідає природному ненапруженому стану тіла, задається так:

$$T = T_0(\alpha^i) \quad \text{при} \quad t = 0. \quad (3)$$

Граничні умови, які відображають вплив навколишнього середовища на температуру тіла, задаються в такий спосіб:

$$\lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial n} = -\alpha(T - \theta) - q, \quad (4)$$

де n – зовнішня нормаль до поверхні тіла; α_T – коефіцієнт лінійного теплового розширення; α – коефіцієнт теплообміну; Q – температура навколишнього середовища; q – тепловий потік.

У загальному випадку величини a, Q, q можуть залежати від часу й положення точки (a^1, a^2, a^3) на поверхні тривимірного тіла V . Умова (4) при різних значеннях коефіцієнта a містить три види граничних умов. Граничні умови першого роду полягають у тому, що на поверхні тіла в кожний момент часу заданий розподіл температури ($\alpha \rightarrow \infty, q=0$). Граничні умови другого роду задають тепловий потік q через поверхню тіла ($\alpha=0, q \neq 0$). Граничні умови третього роду формулюють закон теплообміну між поверхнею тіла й навколишнім середовищем при заданій величині $\theta(q=0, \alpha \neq 0)$ [2].

Окрім температури в кожній точці тіла треба знайти зміщення точок тіла u_i (або їх швидкості v_i) і тензори напруги та деформації.

Для створення математичної моделі пружно-пластичних циліндричних тіл під дією температурного та силового навантаження необхідно більш детально розглянути: геометричні співвідношення та рівняння руху елемента пруж-

но-пластичного циліндричного тіла, моделі фізичних співвідношень термопружності та термопластичності [1].

Математична модель пружно-пластичних циліндричних тіл під дією температурного та силового навантаження являє собою систему 16-ти диференціальних рівнянь в частинних похідних, яка складається з рівняння теплопровідності (1), що описує температурне поле, в якому врахована можливість виділення тепла за рахунок температурних навантажень за межею пружності, а також рівнянь руху елемента тіла, що являють термонапруженодеформований стан тіла, геометричні співвідношення для швидкостей деформацій і фізичні співвідношення, що зв'язують складові тензорів напруги та деформації.

Повну систему рівнянь запропонованої моделі записано в векторній формі:

$$\frac{\partial \vec{W}}{\partial t} = \sum_{i=1}^2 A_i \frac{\partial \vec{W}}{\partial \alpha_i} + \vec{B}, \quad (5)$$

де \vec{W} – вектор, компонентами якого будуть швидкості зміщень, компоненти тензорів напруги та деформації.

Система розв'язується на основі методу покомпонентного розщеплення.

Для розв'язання системи (5) пропонується метод чисельного визначення розв'язку нестационарної задачі термомеханіки для циліндричних тіл. Для подальшого застосування МПР системи (5) можна переписати в циліндричних координатах:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vec{W}}{\partial t} &= A_1 \frac{\partial \vec{W}}{\partial r} + \frac{2}{3} \vec{B}, \quad t \in \left[t_p; t_{p+\frac{1}{3}} \right], \\ \frac{\partial \vec{W}}{\partial t} &= A_2 \frac{\partial \vec{W}}{r \partial \varphi}, \quad t \in \left[t_{p+\frac{1}{3}}; t_{p+\frac{2}{3}} \right], \\ \frac{\partial \vec{W}}{\partial t} &= A_3 \frac{\partial \vec{W}}{\partial z} + \frac{1}{3} \vec{B}, \quad t \in \left[t_{p+\frac{2}{3}}; t_{p+1} \right]. \end{aligned} \quad (6)$$

Це дозволяє одержати порядок $O(\tau^r)$, де $r = 2; 2,5$ відповідно для кубічних В-сплайнів і напружених сплайнів.

На відміну від чисто різницевого підходу,

похідну за часом будемо апроксимувати за допомогою сплайнів:

$$W_m(a^n, t) = \sum_{r=0}^3 \Phi_r(\eta) W_m \left(a^n, t_{p+\frac{r}{3}} \right) \quad (7)$$

$$\text{де } \eta = \frac{1}{\tau} (t - t_p), \quad t \in [t, t_p + \tau].$$

Продиференціюємо (4) за часом:

$$\frac{\partial W_m(a^n, t)}{\partial t} = \frac{3}{\tau} \sum_{r=0}^3 f_r(\eta) W_m \left(a^n, t_{p+\frac{r}{3}} \right) \quad (8)$$

Функції $\Phi_r(\eta), f_r(\eta)$ задаються в залежності від типу використаних сплайн-функцій. При переході від рівнянь до різницевої схеми їх похідні за часом розв'язки у вузлах $t_{p+r/3}, r=1, 2, 3$ визначаються за допомогою формул (4), а похідні за координатами замінюються відповідними апроксимаціями.

У випадку застосування явної схеми МПР при $t_1 = t_2 = t_3 = t/3$ розрахункову схему можна записати так:

$$\begin{aligned} f_3 \left(\frac{1}{3} \right) W_m^{p+1} + f_2 \left(\frac{1}{3} \right) W_m^{p+\frac{2}{3}} + f_1 \left(\frac{1}{3} \right) W_m^{p+\frac{1}{3}} &= L_{1m}, \\ f_3 \left(\frac{2}{3} \right) W_m^{p+1} + f_2 \left(\frac{2}{3} \right) W_m^{p+\frac{2}{3}} + f_1 \left(\frac{2}{3} \right) W_m^{p+\frac{1}{3}} &= L_{2m}, \\ f_3(1) W_m^{p+1} + f_2(1) W_m^{p+\frac{2}{3}} + f_1(1) W_m^{p+\frac{1}{3}} &= L_{3m}. \end{aligned} \quad (9)$$

де $W_m^{p+\frac{s}{3}} = W_m \left(a^n, t_{p+\frac{s}{3}} \right)$, а також L_{im} – складова

наведених нижче векторів $\vec{L}_i (i=1,2,3; m=1,2,\dots,15)$.

$$\begin{aligned} \vec{L}_1 &= \frac{\tau}{3} \left[\lambda_1 \vec{W}^{p+\frac{2}{3}} + \frac{2}{3} \vec{W}^p \right] - f_0 \left(\frac{1}{3} \right) \vec{W}^p, \\ \vec{L}_2 &= \frac{\tau}{3} \left[\lambda_2 \vec{W}^{p+\frac{1}{3}} + \frac{2}{3} \vec{W}^p \right] - f_0 \left(\frac{2}{3} \right) \vec{W}^p, \\ \vec{L}_3 &= \frac{\tau}{3} \left[\lambda_3 \vec{W}^{p+\frac{1}{3}} + \frac{1}{3} \vec{W}^p \right] - f_0(1) \vec{W}^p. \end{aligned} \quad (10)$$

У квадратних дужках формул (9) стоять вирази, що є правими частинами формул явної схеми. Особливістю системи (8) є те, що до правих частин її рівнянь за допомогою L_{2m}, L_{3m} входять величини $W_{\lambda}^{p+\frac{1}{3}}, W_{\lambda}^{p+\frac{2}{3}}$, де $l=1, 2, \dots, 15$.

Перетворимо систему (5). Для цього з третього рівняння знайдемо W_{λ}^{p+1} :

$$W_{\lambda}^{p+1} = \frac{1}{f_3(1)} \left\{ L_{3m} - f_1(1)W_m^{p+\frac{1}{3}} - f_2(1)W_m^{p+\frac{2}{3}} \right\} \quad (11)$$

Якщо виключити величину W_{λ}^{p+1} з першого та другого рівнянь системи (8), то одержимо систему, на основі якої можна організувати ітераційну процедуру визначення проміжних величин $W_{\lambda}^{p+\frac{1}{3}}$ та $W_{\lambda}^{p+\frac{2}{3}}$ на дробових кроках за часом:

$$\begin{aligned} a_1 \left(W_m^{p+\frac{1}{3}} \right)_j + a_2 \left(W_m^{p+\frac{2}{3}} \right)_j = \\ = (c_{1m})_{j-1} b_1 \left(W_m^{p+\frac{1}{3}} \right)_j + b_2 \left(W_m^{p+\frac{2}{3}} \right)_j = (c_{2m})_{j-1}, \end{aligned} \quad (12)$$

де j – номер ітерації, а також введені позначення для відомих сталих.

Нульове наближення для величин $\left(W_m^{p+\frac{1}{3}} \right)_0$

та $\left(W_m^{p+\frac{2}{3}} \right)_0$ визначається за допомогою формул,

отриманих на основі явної схеми МПР.

Після цього обчислюються всі $c_{1r}, c_{2r}, r=1, 2, \dots, 15$. Перша та всі наступні ітерації

$\left(W_m^{p+\frac{1}{3}} \right)_j$ та $\left(W_m^{p+\frac{2}{3}} \right)_j$, де $j=1, 2, \dots$, визначаються

з системи (12). Її розв'язок:

$$\begin{aligned} \left(W_m^{p+\frac{1}{3}} \right)_j &= \hat{\lambda}_1 L_{1m} + \hat{\lambda}_2 (L_{2m})_{j-1} + \hat{\lambda}_3 (L_{3m})_{j-1}, \\ \left(W_m^{p+\frac{2}{3}} \right)_j &= \hat{\lambda}_4 L_{1m} + \hat{\lambda}_5 (L_{2m})_{j-1} + \hat{\lambda}_6 (L_{3m})_{j-1}. \end{aligned} \quad (13)$$

Якщо застосовуються кубічні В-сплайни, то:

$$\hat{\lambda}_1 = \frac{23}{12}, \hat{\lambda}_2 = \frac{4}{3}, \hat{\lambda}_3 = \frac{5}{12}, \hat{\lambda}_4 = \frac{7}{3}, \hat{\lambda}_5 = -\frac{2}{3}, \hat{\lambda}_6 = \frac{1}{3}.$$

У випадку застосування напружених сплайнів:

$$\begin{aligned} \hat{\lambda}_1 &= 1.9949, \hat{\lambda}_2 = -1.4058, \hat{\lambda}_3 = 0.4109, \\ \hat{\lambda}_4 &= 2.4058, \hat{\lambda}_5 = -0.7367, \hat{\lambda}_6 = 0.3309. \end{aligned}$$

Процес ітерації за допомогою формул (12) проводиться доти, поки розходження між сусідніми ітераціями не досягне значення наперед заданої величини. Після цього на основі формули (10) визначається розв'язок векторного рівняння W_m^{p+1} на повному кроці за часом.

Чисельні результати

Авторами було досліджено [2,4,6] температурне поле циліндричного тіла, яке знаходиться в вертикальному положенні (рис. 1,а) та під кутом (рис. 1,б), а також всі необхідні елементи тензорів напруги та деформації.

Циліндр, розташований під кутом 60° до поверхні, заповнюється рідиною (розплавом металу) з температурою $T=1536^\circ C$ зі швидкістю протупання в тіло τ .

Запишемо початкові $T=T_0=150^\circ C$ та граничні умови: для $r=425$, де $z \in [0; 3110]$.

$$\frac{\partial T}{\partial r} = 0. \quad (14)$$

На внутрішній поверхні циліндра граничні умови залежать від часу та від кута нахилу циліндра до поверхні землі. Так, на тій частині внутрішньої поверхні, яка вже залита рідиною, задається значення температури: $T=1536^\circ C$, а на ще вільній від рідини внутрішній поверхні ви-

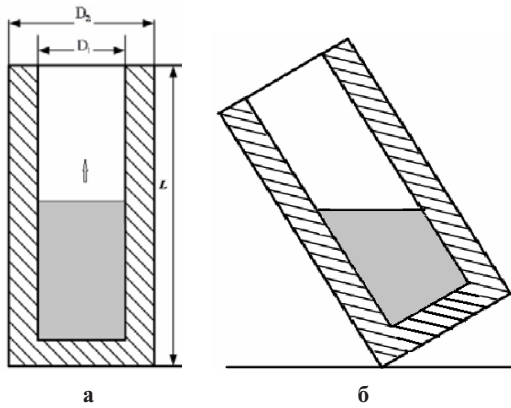


Рис. 1. Схема заповнення рідиною пружно-пластичного циліндричного тіла: а – циліндр заповнюється рідиною (розплавом металу); б – циліндричне тіло заповнюється рідиною під кутом

конуються умови (14).

Автори в роботах [2,6] для знаходження температурного поля пружно-пластичного тіла скористалися методом дробових кроків. Частинні похідні по координатам були апроксимовані за допомогою сплайн-функцій.

При чисельному розв'язанні застосована наступна просторова сітка:

$$w_h = \left\{ \begin{array}{l} (r_i, \varphi_0, z_k); \quad r_i = r_{i-1} + h_1, \quad r_0 = 247, \quad i = 1, 2, \dots, 5, \\ \varphi_j = \varphi_{j-1} + jh_2, \quad \varphi_0 = 0, \quad j = 1, 2, \dots, 24, \\ z_k = z_{k-1} + h_3, \quad z_0 = 0, \quad k = 1, 2, \dots, 100 \end{array} \right\}$$

де $h_1 = 35,6$; $h_2 = \pi/12$; $h_3 = 31,1$.

Замінивши відповідні диференціальні оператори відповідними різницевиими виразами, розрахуємо у кожному вузлі часової сітки:

$$W_r = \left\{ \begin{array}{l} t^p; t^{p+\frac{1}{3}} = t^p + \tau_1; t^{p+\frac{2}{3}} = t^p + \tau_2, \\ t^{p+1}; t^{p+\frac{2}{3}} = t^p + \tau_3; t_0 = 0, p = 0, 1, 2, \dots \end{array} \right.$$

Замінивши відповідні диференціальні оператори відповідними різницевиими операторами, обчислимо у кожному вузлі сітки в три дробові кроки – спершу на третій частині, потім на двох третях і потім на повному кроці за часом.

Зафіксуємо стан циліндричного тіла в момент, коли температурне навантаження зайняло усі вузли по $i=1$ і розрахуємо температурне поле. Результати розрахунку температурного поля при розрахунковому кроці за часом 0,1,

приведені на рис. 2. Деякі результати полів температури, швидкостей напруження і деформації наведено на рис. 2, рис. 3 та таблиці. Порівняємо їх з результатами для циліндра, який знаходиться на площині у вертикальному положенні (рис. 3, пунктирна лінія – циліндр розташований під кутом).

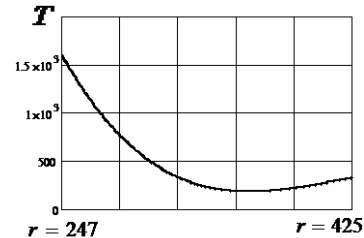


Рис. 2. Температурне поле в пружно-пластичному циліндричному тілі

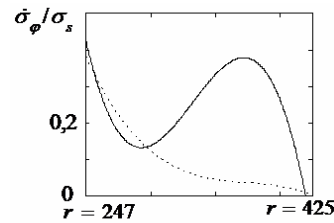


Рис. 3. Поле швидкостей напруження в пружно-пластичному циліндричному тілі

Поле швидкостей деформації в пружно-пластичному циліндричному тілі $\dot{\sigma}_{\varphi 1} / \sigma_{\tau}$ – циліндр знаходиться вертикально, $\dot{\sigma}_{\varphi 2} / \sigma_{\tau}$ – циліндр знаходиться під кутом

r	247	291,5	336	380,5	425
$\dot{\sigma}_{\varphi 1} / \sigma_{\tau}$	0,420	0,125	0,120	0,120	0,012
$\dot{\sigma}_{\varphi 2} / \sigma_{\tau}$	0,420	0,124	0,040	0,010	0,010

Аналіз полів швидкості напруження і швидкості деформації показує, що при температурному навантаженні пружно-пластичного циліндричного тіла, яке знаходиться горизонтально, швидкість напруження рівномірно спадає по перерізу тіла, а швидкість деформації спадає і стабілізується до 0,01. Авторами було досліджено [2–3,6], що в пружно-пластичному циліндричному тілі, що знаходиться під кутом, поле швидкості напруження змінюється хвилеподібно, це призводить до стабілізації поля швидкостей деформації раніше, але відношення швидкостей деформації є значно вищим і дорівнює 0,12. Отже, надмірна швидкість навантаження, і температурний удар не дають можливості про-

явити матеріалам циліндричного тіла пластичні властивості.

Наведені результати мають вищий порядок точності в порівнянні з аналогічними результатами, отриманими за допомогою різницевого методу. Отримані результати дають змогу прогнозувати довговічність і надійність об'єктів, які працюють в умовах шоків нестационарних температурних навантажень.

Висновки

В роботі розглянута математична модель стану пружно-пластичних циліндричних тіл під дією високотемпературних навантажень, яка дозволяє враховувати залежності термомеханічних параметрів матеріалу від температури.

Запропоновано ефективний чисельний метод для розв'язання тривимірних нестационарних задач термомеханіки, який базується на зведенні задачі до системи трьох послідовно розв'язуваних двовимірних задач, коли невідомі величини представлені у вигляді двовимірних поліноміальних та напружених сплайнів. Побудовані ітераційні формули для визначення температури, швидкостей зміщень, компонентів тензорів напруги та деформації, дозволяють отримувати третій порядок методу апроксимації за часом та третій і четвертий порядок по координатам.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Стеблянюк П.А. Пространственные нестандартные задачи теории термоупругопластичности для составных тел: дис... д-ра физ.-мат. наук: 01.02.04. — К.: Ин-т механики им. С.П. Тимошенко НАН Украины, 1996. — 273 с.
2. Стеблянюк П.О., Дьомічев К.Е. Моделирование поля напружения та деформації при нестационарному температурному навантаженні циліндричних тіл // Строительство, материаловедение, машиностроение. Серия «Энергетика, экология, компьютерные технологии в строительстве», Днепропетровск. — 2014. — Вып.76. — С. 262–270.
3. Pavel A. Steblyanko, Konstantin E. Dyomichev Application of Fractional Steps Method for Determining the Stress and Strain Field during the Temperature Load of Cylindrical Bodies // DOI 10.12851/EESJ201501C06ART06. Eastern European Scientific Journal. ISSN 2199-7977 Ausgabe 1. — 2015, P. 138–147.
4. Дьомічев К.Е. Про достовірність теоретичних розрахунків для деяких деталей машин, які працюють в умовах підвищених температур // Вісник ЧДТУ: Збірник наук. праць. Серія «Технічні науки». — Черкаси, 2015. — Вып. №1. — С. 130–135.
5. Стеблянюк П.О., Дьомічев К.Е. Математичне моделювання пружно-пластичних циліндричних тіл з урахуван-

ням нелінійного характеру деформування // Комп'ютерне моделювання та оптимізація складних систем: Збірник доп. І Всеукр. науково-техн. конф. — Дніпропетровськ: ДВНЗ УДХТУ. — 2015 — ч. 1. — С. 66–68.

6. Стеблянюк П.А., Волосова Н.Н., Дьомічев К.Е. Застосування методу дробових кроків для визначення поля напруження та деформації при температурному навантаженні циліндричних тіл // Математичні проблеми технічної механіки: Збірник наук. праць. Тематичний випуск. — Дніпродзержинськ: Дніпродзержинський державний техн. унів-т, 2012. — Вып. 2. — С. 78–85.

Надійшла до редакції 13.10.2016

Рецензент: д.ф.-м.н., проф. Ляшенко Ю.О.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СОСТОЯНИЯ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ТЕЛ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНЫХ НАГРУЗОК

Стеблянюк П.А., Демичев К.Э.

Работа посвящена численному моделированию состояния упруго-пластических цилиндрических тел под действием высокотемпературных нагрузок. Разработан итерационный метод покомпонентного расщепления для решения систем дифференциальных уравнений, описывающих процессы теплопроводности и деформирования в нелинейных составленных цилиндрических телах для численного моделирования их упруго-пластического поведения под влиянием температурной и силовой нагрузки. При этом использовано аппроксимационный аппарат напряженных сплайнов и кубических В-сплайнов, который позволяет учитывать сложные зависимости свойств материала от термомеханических процессов. Авторами было исследовано температурное поле цилиндрического тела, которое находится в вертикальном положении и под углом, а также все необходимые элементы тензоров напряжения и деформации. Приведенные результаты имеют более высокий порядок точности по сравнению с аналогичными результатами, полученными с помощью разностного метода. Полученные результаты позволяют прогнозировать долговечность и надежность объектов, работающих в условиях шоковых нестационарных температурных нагрузок. Предложен эффективный численный метод для решения трехмерных нестационарных задач термомеханики, основанный на сведении задачи к системе трех последовательно решаемых двумерных задач, когда неизвестные величины представлены в виде двумерных полиномиальных и напряженных сплайнов. Построенные итерационные формулы для определения температуры, скоростей смещений, компонент тензоров напряжения и деформации, позволяют получить третий порядок метода аппроксимации по времени и третий, и четвертый порядок по координатам.

Ключевые слова: термомеханические процессы, температурное поле, метод покомпонентного расщепления, сплайны, математическое моделирование, итерационные методы.

NUMERICAL MODELING OF STATE ELASTIC-PLASTIC CYLINDRICAL BODIES IF EXPOSED TO HIGH TEMPERATURE LOADS**Steblyanko P.O., Dyomichev K.E.**

The work is devoted to numerical modeling of the state of elastic-plastic cylindrical bodies under the influence of high-temperature loads. An iterative method of componentwise splitting is developed to solve systems of differential equations describing the processes of heat conduction and deformation in nonlinear composite cylindrical bodies for numerical modeling of their elastic-plastic behavior under the influence of temperature and force loading. In this case, the approximation apparatus of strained splines and cubic B splines is used, which makes it possible to take into account the complex dependencies of material properties on thermomechanical processes. The authors investigated the temperature field of a cylindrical body, which is in an upright position and at an angle, as well as all the necessary elements of stress and strain tensors. The above results have a higher order of accuracy in comparison with similar results obtained by the difference method. The results obtained make it possible to predict the durability and reliability of objects operating under shock non-stationary temperature loads. An effective numerical method is proposed for solving three-dimensional non-stationary problems of thermomechanics, based on reduction of the problem to a system of three successively solved two-dimensional problems, when unknown quantities are represented as two-dimensional polynomial and strained splines. The constructed iterative formulas for determining the temperature, displacement velocities, stress tensor components and deformation allow us to obtain the third order of the time approximation method and the third and fourth order in coordinates.

Keywords: thermomechanical processes, temperature field, method of componentwise splitting, splines, mathematical modeling, iterative methods.