

$$\dot{\epsilon}_{kl} = \frac{Bt^\theta \sigma_i^m}{(1-d)^\phi} \quad (2)$$

У рівняннях (1), (2): t — час; p_{kl} — компоненти тензора деформацій повзучості; σ_i — інтенсивність напружень; S_{kl} — компоненти девіатора напружень; A , B , n , m , θ , ϕ — константи матеріалу.

Крапка над символом означає похідну за часом.

Встановлено, що для сталі 20 при температурі 500°C : $A = 1,19 \cdot 10^{-16}$ МПа $^{-n}$ год $^{-(q+1)}$, $n = m = 6,12$, $\theta = -0,21$, $\phi = 11,51$, $B = 8,38 \cdot 10^{-17}$ МПа $^{-m}$ год $^{-(q+1)}$.

Розглянемо задачу про повзучість жорстко закріпленої круглої пластини за умови, що у місці з'єднання пластини з деякою конструкцією циліндричної форми є розрив, як показано на рис. 1. Розміри розриву шва встановлюватимемо за величиною кута Φ (рис. 1). Пластина знаходиться під дією поперечного рівномірно розподіленого навантаження. Основні геометричні й фізичні співвідношення для швидкостей деформацій $\dot{\epsilon}_{kl}$ та напружень σ_{kl} будуються на гіпотезах Кірхгофа-Лява та законі Гука:

$$\dot{\epsilon}_{11} = -z\dot{\omega}_{11}; \quad \dot{\epsilon}_{22} = -z\dot{\omega}_{22}; \quad 2\dot{\epsilon}_{12} = -2z\dot{\omega}_{12},$$

де $\omega(x_1, x_2, t)$ — швидкість прогину координатної поверхні пластини по осі Oz ;

$$\sigma_{11} = \frac{E}{1-\nu^2} (\dot{\epsilon}_{11} + \nu\dot{\epsilon}_{22}); \quad \sigma_{22} = \frac{E}{1-\nu^2} (\dot{\epsilon}_{22} + \nu\dot{\epsilon}_{11});$$

$$\sigma_{12} = 2G\dot{\epsilon}_{12},$$

де E, G, ν — модуль пружності, модуль зсуву і коефіцієнт Пуасона ізотропного матеріалу; $\dot{\epsilon}_{kl} = \dot{\epsilon}_{kl} - \dot{\rho}_{kl}$ — швидкості пружних деформацій. Тоді

$$\dot{\sigma}_{11} = \frac{E}{1-\nu^2} [\dot{\epsilon}_{11} + \nu\dot{\epsilon}_{22} - (\dot{\rho}_{11} + \nu\dot{\rho}_{22})];$$

$$\dot{\sigma}_{22} = \frac{E}{1-\nu^2} [\dot{\epsilon}_{22} + \nu\dot{\epsilon}_{11} - (\dot{\rho}_{22} + \nu\dot{\rho}_{11})];$$

$$\dot{\sigma}_{12} = 2G(\dot{\epsilon}_{12} - \dot{\rho}_{12}).$$

Більшість існуючих методів розрахунків на повзучість пластин складної геометричної форми базуються на застосуванні дискретних числових методів, таких як метод скінченних елементів, метод скінченних різниць тощо. За допомогою теорії R-функцій можна проводити розрахунки на повзучість пластин на основі аналітичного подання розв'язків крайових задач у вигляді структурних формул [3]. У поєднанні з теорією R-функцій пропонується використовувати варіаційний принцип Лагранжа, метод Рітца та метод Рунге-Кута-Мерсона для інтегрування початкових задач за часом.

Функціонал Лагранжа для пластин сформульовано у вигляді

$$I = \frac{1}{2} \iint_{\Omega} (D_{11}\dot{\omega}_{11}^2 + D_{22}\dot{\omega}_{22}^2 + 2D_{33}\dot{\omega}_{11}\dot{\omega}_{22} + D_{44}\dot{\omega}_{12}^2 +$$

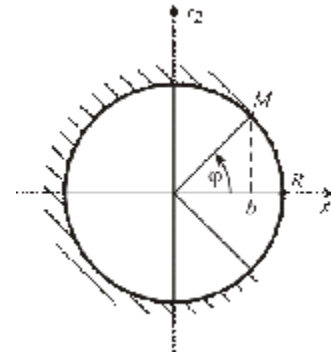


Рис. 1. Модель пластини з розривом у з'єднувальному шві

$$+ M_{11}^c \dot{\omega}_{11} + M_{22}^c \dot{\omega}_{22} + 2M_{12}^c \dot{\omega}_{12}) dx_1 dx_2 - \iint_{\Omega} q \dot{\omega} dx_1 dx_2 \quad (3)$$

У функціоналі (3) введено такі позначення:

$$M_{11}^c = \int_{(h)} \frac{Ez}{(1-\nu^2)} (\dot{\rho}_{11} + \nu\dot{\rho}_{22}) dz;$$

$$M_{22}^c = \int_{(h)} \frac{Ez}{(1-\nu^2)} (\dot{\rho}_{22} + \nu\dot{\rho}_{11}) dz;$$

$$M_{12}^c = 2 \int_{(h)} Gz\dot{\rho}_{12} dz; \quad D_{11} = D_{22} = \int_{(h)} \frac{Ez^2}{(1-\nu^2)} dz;$$

$$D_{33} = \int_{(h)} \frac{Ez^2\nu}{(1-\nu^2)} dz; \quad D_{44} = \int_{(h)} \frac{2Ez^2}{(1+\nu)} dz \quad (4)$$

Функціонал (3) сформульовано для швидкостей шуканих функцій, а в підсумку треба знайти значення самих функцій у довільний момент часу. Ця задача у статті розв'язується кроковим методом інтегрування за часом за схемою Рунге-Кута-Мерсона. Величини (4) відіграють роль додаткових навантажень у функціоналі (3) і на кожному кроці обчислюються за значеннями шуканих функцій на попередньому кроці. Крайові задачі в початковий момент часу і на кожному часовому кроці розв'язуються варіаційно-структурним методом.

Для розв'язання сформульованої вище задачі методом R-функцій використана структурна формула $\dot{\omega} = \omega^2 F_1$.

$$\text{У цій структурі розв'язку } F_1(x_1, x_2) = \sum_{k,l=0}^N C_{kl} x_1^k x_2^l \text{ —}$$

невизначений компонент, що вибирається у вигляді степеневого полінома, а функція ω для жорстко закріпленої частини межі пластини має вигляд: $\omega(x) = \omega_1 \wedge_0 \omega_2$, де

$$\omega_1 = x_1^2 + x_2^2 - R^2; \quad \omega_2 = b - x_1;$$

\wedge_0 — операція R-кон'юнкція [3]:

$$f_1 \wedge_0 f_2 = f_1 + f_2 - \sqrt{f_1^2 + f_2^2};$$

операція R-заперечення [3] $\bar{f}_1 \equiv -f_1$.

Величину b (див. рис. 1) обчислюють у залежності від заданого кута φ .

У розрахунках встановлено, що при степені поліномів $N_1 = 12$, кількості вузлів інтегрування по області, рівній 256 і за товщиною — 6, точності методу РКМ $\xi = 0.001$ спостерігається цілком задовільна внутрішня стабільність числових результатів.

Результати розрахунків величин прогинів у центрі круглої пластини в момент часу $t = 2000$ год у залежності від значень кута φ — величини розриву з'єднувального шва, подано на рис. 2. Значення напружень σ_{11} і σ_{22} у центрі пластини на її внутрішній поверхні подано на рис. 3 у вигляді суцільної і пунктирної лінії відповідно. На рис. 2 і рис. 3 також наведено результати розв'язання задачі пружного згину пластини на момент часу $t = 0$.

Величини параметра пошкоджуваності в момент часу $t = 2000$ год на поверхні пластини в центрі (суцільна крива) і точці M (пунктирна лінія) у залежності від φ показані на рис. 4.

На рис. 5 і рис. 6 наведено величини напружень σ_{22} і параметра пошкоджуваності d на внутрішній поверхні пластини в точці з координатами $(0, R)$. На цих рисунках суцільними лініями показано результати розв'язання пружних задач, а пунктиром — задач повзучості в момент часу $t = 2000$ год. За результатами досліджень встановлено, що варіювання значень розриву у з'єднувальному

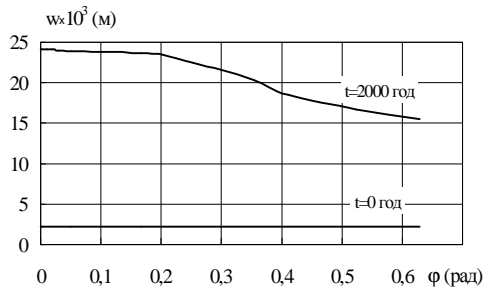


Рис. 2. Прогин у центрі пластини

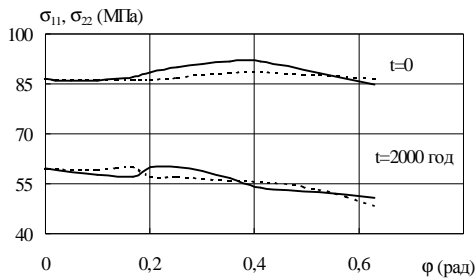


Рис. 3. Напруження σ_{11} і σ_{22} у центрі пластини

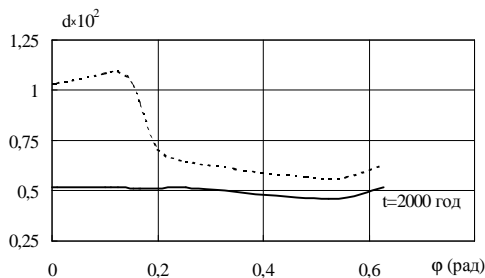


Рис. 4. Пошкоджуваність у точках пластини

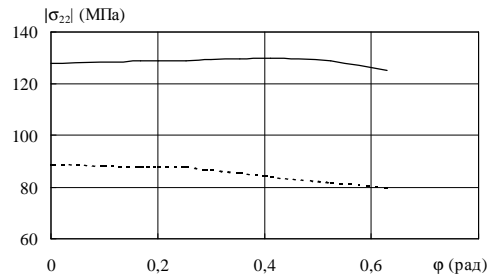


Рис. 5. Напруження σ_{22} у точці з координатами $(0, R)$

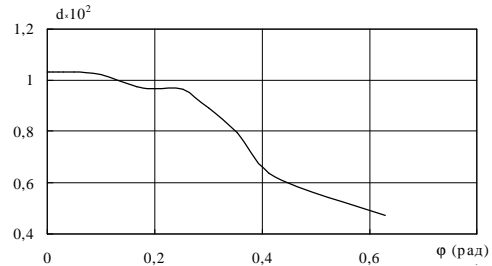


Рис. 6. Пошкоджуваність у точці з координатами $(0, R)$

шві в межах $0 < 2\varphi \leq 80^\circ$ практично не позначається на величинах прогину в центрі пластини і максимальних напружень при пружному деформуванні пластин. Однак в умовах повзучості розрив у з'єднувальному шві істотно впливає як на параметри напружено-деформованого стану пластини, так і на пошкоджуваність.

Література

1. Работнов Ю.Н. Ползучесть элементов конструкций. — М.: Наука, 1966. — 752 с.
2. Murakami S. Progress of Continuum Damage Mechanics: JSME Int. Journ. — 1987. — Vol. 30. — P. 701—710.
3. Рвачев В.Л., Курпа Л.В., Склепус Н.Г., Учишвили Л.Б. Метод R-функции в задачах об изгибе и колебаниях пластин сложной формы. — К.: Наук. думка, 1973. — 123 с.
4. Урманчев А.И. Исследование ползучести плоских днищ и трубных досок высокотемпературных энергетических установок // Труды центрального котлотурбинного института. — 1982. — С. 87—90.
5. Кац Ш.Н. Исследование длительной прочности углеродистых труб // Теплоэнергетика. — 1955. — №11. — С. 37—40.
6. Altenbach H., Morachkovsky O., Naumenko K., Sychov A. Geometrically nonlinear bending of thin-walled shells and plates under creep-damage conditions // Archive of Applied Mechanics. — 1997. — 67. — P. 339—352.

Отримана 20.12.07

Sklepus O.
The influence of the tears at the connections of plate elements of constructions on the plate creep
Academy for Internal Force of Ministry of the Interior of Ukraine, Kharkiv

The influence of the tears at the connections of plate elements of constructions on the plate creep is investigated. The investigations are conducted on the base constructive means of R-functions theory as solution structure that allows to vary of a physical and geometrical plate parameters, and conditions of fixing on the plate bounds.