

**Т. Карасєвіч**

Ад'юнкт, д-р інж.

**Ю. Полянські**

Ад'юнкт, д-р

Університет Казимира Великого  
в Бидгощі, м. Бидгощ, Польща

**Т. Нєзгода**

Професор, д-р габ. інж.,  
Військова академія технічна у  
Варшаві, м. Варшава, Польща

**М. Воропай**

Професор, д-р габ. інж.,  
Університет технологічно-  
природничий в Бидгощі,  
м. Бидгощ, Польща

**3. Богдановіч**

Професор, д-р габ.,  
Військова академія технічна  
у Варшаві, м. Варшава, Польща

УДК 539.0

## ОЦІНКА ВТОМНОЇ МІЦНОСТІ СПЛАВУ АЛЮМІНІЮ З ВИКОРИСТАННЯМ ЕНЕРГЕТИЧНОГО КРИТЕРІЮ КУЯВСЬКОГО ПРИ ЦИКЛІЧНОМУ СКРУЧУВАННІ

*І аааааіі і іаео<sup>3</sup>еао<sup>3</sup>р аіаааае-ііаі едеоао<sup>3</sup>р аоіііі; і<sup>3</sup>оіііі<sup>3</sup> Еоуаііеіаі іа ііііа<sup>3</sup> і аоаі аде-іі; і іаае<sup>3</sup> і іаааі<sup>3</sup>еє і аоао<sup>3</sup>аео і де оеєє<sup>3</sup>-ііі о іаааіоаааі<sup>3</sup>. Оу і іааеу аа<sup>о</sup> і іаеєа<sup>3</sup>іоу і іаіаіаеоє оаіаоде-і<sup>3</sup> аііі<sup>3</sup>аааііу аоіііі; і<sup>3</sup>оіііі<sup>3</sup> ааа іааіііаааііуаі аеєідеіаііу аіааіодеааеєо аеіі'адеі аіоаеуі ео аііі<sup>3</sup>аааііу. І іааааіі і аоаа<sup>3</sup>оєо і іаео<sup>3</sup>еіааііаі едеоао<sup>3</sup>р іа ііііа<sup>3</sup> аеаііео аеіі'адеі аіоаеуі ео аііі<sup>3</sup>аааііу і де оеєє<sup>3</sup>-ііі о іаааііаіі. Аеу оііаі аеаіоіаеаіі іі'ао<sup>3</sup>аеуі о еіі і і'роадеіааі о оіаііаео. Оаіаоде-і<sup>3</sup> оа аеіі'адеі аіоаеуі<sup>3</sup> аііі<sup>3</sup>аааііу аеєііаі<sup>3</sup> аеу і<sup>3</sup>е о оаеаіііае іаааіоаааііу. Аеу аііі<sup>3</sup>аааііу аеєідеіаіі іааеє і<sup>3</sup> іі'еаао аеіі'і<sup>3</sup>р РА6.*

втомна міцність, енергетичний критерій, енергія дисипації, математична модель, експериментальне дослідження

У процесі проектування і використання елементів конструкції надалі істотною проблемою є прогнозування поведінки матеріалів, які знаходяться в умовах циклічного навантаження. Для розв'язання цієї проблеми особливо корисними є енергетичні критерії, які широко описані у світовій літературі, оскільки вони враховують однаково як змінність напружень, так і деформацій. При такому підході важливою задачею є визначення загальної кількості дисипованої енергії, а також її частини, що відповідає процесу втомного руйнування.

Існуючі енергетичні критерії базуються на знайдених експериментально гістерезисних петлях циклічного навантаження, на основі яких шляхом вимірювання площі поверхні петлі визначають енергію циклічної деформації і в подальшому втомну міцність матеріалу. Отримання гістерезисної петлі пов'язане, за правило, зі значними

затратами коштів та часу. При цьому є певні труднощі виділення поодинокі петлі гістерезису в усталеному стані серед пучка всіх петель і визначення поля її поверхні.

У статті запропоновано використання математичної моделі поведінки матеріалу під впливом циклічних навантажень [5 — 7] до теоретичного визначення гістерезисної петлі та площі її поверхні.

Використання цієї моделі дає змогу отримати довільну  $n$ -ту петлю і швидко обрахувати площу її поверхні, коли відоме рівняння, що її описує. Це дає можливість замінити частину громіздких і дорогих експериментальних досліджень дослідженнями теоретичними.

Крім цього, з експериментальних досліджень випливає, що на поведінку матеріалів, які піддаються циклічним навантаженням, зокрема на ефекти циклічного зміцнення чи ослаблення, впливає швидкість навантаження. Існуючі

критерію втомної міцності, незалежно від формулювання — енергетичного в напруженнях чи деформаціях, не враховують впливу швидкості навантаження поведінку матеріалів. Використана математична модель поведінки матеріалу під впливом циклічних навантажень враховує вплив швидкості навантаження на втомну міцність матеріалу.

Нижче розглядається використання енергетичного критерію Куявського [2, 4] для оцінки міцності сплаву алюмінію РА6. Критерій застосовується у поєднанні з математичною моделлю деформацій при циклічному навантаженні.

**Опис енергетичного критерію.** Разом з ростом міцності матеріалу сумарна область зміни деформації  $\Delta \epsilon$  зменшується і у зв'язку з цим стає складніше вимірювати енергію петлі гістерезису. Куявський та Елін (Kujawski, Elyin) запропонували критерій, в якому за міру руйнування прийнято суму половини енергії дисипації і половину добутку областей зміни напружень та деформацій (рис. 1).

У загальному вигляді цей критерій можна записати так

$$\Delta W = \frac{1}{2} \Delta W_{pl} + \frac{1}{2} \Delta \sigma \Delta \epsilon, \quad (1)$$

де  $\Delta W$  — сумарна густина енергії деформації, як параметр руйнування;  $\Delta W_{pl}$  — енергія пластичних деформацій;  $\Delta \sigma$  і  $\Delta \epsilon$  — зміна напружень і деформацій відповідно.

Енергія пластичних деформацій у формулі (1) визначається залежністю

$$\Delta W_{pl} = \frac{1-n'}{1+n'} \Delta \sigma \Delta \epsilon, \quad (2)$$

де  $n'$  — показник циклічного зміцнення.

Модифікація критерію полягає у використанні математичної моделі для побудови петлі гістерезису і визначення площі її поверхні, а в подальшому — енергії дисипації. Згадана математична модель наведена в публікаціях [3, 5 — 7]. Вона описує поведінку матеріалу під час циклічного навантаження, тобто зв'язок між напруженнями і деформаціями при силовій дії з врахуванням швидкості навантаження. Визначальні залежності моделі, тобто деформації  $\epsilon_k$  як функції напруження  $S_3$  при циклічному скручуванні, визначаються формулою

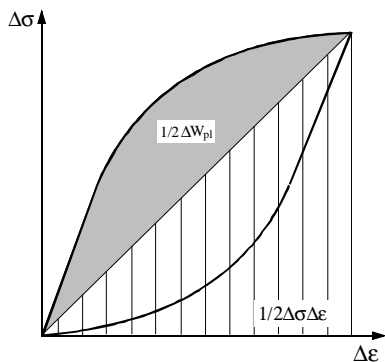


Рис. 1. Геометрична інтерпретація критерію Куявського

$$\epsilon_k = \frac{S_3}{2G} + \epsilon_{p\Sigma}, \quad (3)$$

де  $G$  — модуль зсуву;  $\epsilon_{p\Sigma}$  — сума пластичних деформацій.

Сума пластичних деформацій знаходиться з виразу

$$\epsilon_{p\Sigma} = \sum_{i=0}^{k-1} \epsilon_{ip} (-1)^i + \epsilon_{kp} (-1)^k, \quad (4)$$

де  $\epsilon_{ip}$  — пластична деформація повного  $i$ -го півциклу;  $\epsilon_{kp}$  — пластична деформація  $k$ -го півциклу.

Деформація  $\epsilon_{kp}$  для  $k \geq 1$  обчислюється так:

$$\epsilon_{kp} = 2gF_2(a_k), \quad (5)$$

де  $g = \frac{\pi S_0^2}{6r}$ ,

$$F_2(a_k) = \frac{1}{a_k^2} \left( 2\sqrt{1-a_k^2} - 5a_k^2\sqrt{1-a_k^2} + 3a_k^4 \ln \frac{1+\sqrt{1-a_k^2}}{a_k} \right);$$

$$a_k = \frac{\sqrt{2S_0}}{\sqrt{S_3^2 + S_A^2 - I_{(k-1)(-1)^{k-1}}^2 - I_{k(-1)^k}^2}};$$

$$I_{k(-1)^k} = \frac{bV}{p} \left[ 1 + 2 \sum_{i=1}^k e^{-p(t-t_{i-1})} (-1)^{i+k+1} + e^{-pt} (-1)^{k+1} \right],$$

$t_{i-1} = (2i-1)t_0$ ,  $p, b$  — сталі матеріалу;  $V$  — швидкість навантаження;  $S_0$  — межа пластичності;  $S_A$  — амплітуда напруження;  $t$  — час;  $t_0$  — час тривалості одного півциклу.

Після підстановки цих залежностей до виразу (1) енергетичний критерій набуде вигляду

$$\Delta W = \frac{1}{2} \left( \int_0^{\Delta S_A} \epsilon_k dS_3 - \int_0^{\Delta S_A} \epsilon_{k-1} dS_3 \right) + \frac{1}{2} \Delta S_A \Delta \epsilon, \quad (6)$$

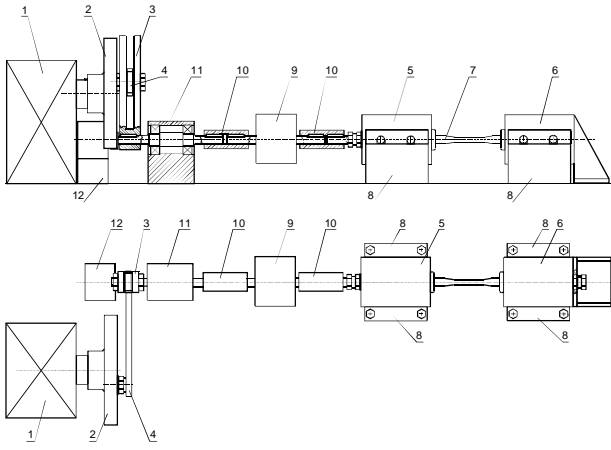
де  $\Delta S_A$  — зміна напружень;  $\Delta \epsilon$  — зміна деформацій.

Залежність (6) використовується для визначення енергії, яка відповідає за втомне руйнування згідно з використаним критерієм.

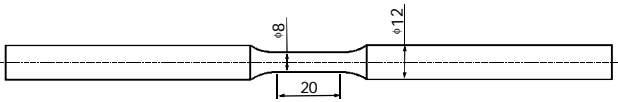
**Дослідження і перевірка.** З метою експериментального визначення енергії дисипації під час циклічного скручування було спроектовано і виготовлено спеціальну установку з комп'ютерним керуванням і автоматичною реєстрацією результатів (рис. 2).

Установка дає можливість проводити дослідження втомної міцності при заданій амплітуді напруження, або заданій амплітуді деформації. В режимі напружень амплітуда напружень задається через електричну систему керування комп'ютером. У режимі деформацій кут скручування задається на плечі привідного кривошипного механізму.

Крім цього, існує можливість регулювання швидкості навантаження. Керування швидкістю деформації чи напруження здійснюється за допомогою пристрою зміни частоти в системі живлення. Використання пристрою



**Рис. 2. Схема установки для дослідження втоми в умовах періодичного скручування:** 1 — моторредуктор; 2 — навантажувальне коло; 3 — кривошип; 4 — регулятор кривошипа; 5, 6 — тримачі; 7 — зразок; 8 — опора; 9 — вимірювач моменту; 10 — спрягаючий пристрій; 11 — опора середня; 12 — давач кута скручування



**Рис. 3. Вигляд дослідного зразка**

зміни частоти дає можливість змінювати частоти навантаження від 0,1 Гц до 1,2 Гц при зміні частоти струму живлення від 6 Гц до 75 Гц. Установка гарантує навантаження крутним моментом до значення  $\pm 100$  Н·м. Значення максимального кута скручування можна регулювати в області  $\pm 45$  град.

Дослідження були проведені на циліндричних зразках сплаву алюмінію згідно з EN: AW-2017 (позначення PA6 та інші, згідно з польськими стандартами PN). Зразки (рис. 3) виконано з литих стрижнів діаметром 12 мм з врахуванням стандартів: PN-76/H-04326, PN-74/H-04327, PN-76/H-04325, PN-84/H-04334. Поверхню зразків на довжині вимірювання утворено шляхом точіння, шліфування і полірування до шорсткості не більшої за 0,32 мм параметра  $R_a$ .

Механічні властивості та хімічний склад матеріалу досліджених зразків наведено в табл. 1.

**Таблиця 1**

**Склад і механічні властивості зразків**

Хімічний склад, %						
Cu	Mg	Mn	Si	Fe	Zr+Ti	Zn
3,5 — 4,5	0,4 — 1,0	0,4 — 1,0	0,2 — 0,8	<0,7	<0,25	<0,25
Механічні властивості						
$R_{e0.2}$ , МПа		$R_m$ , МПа		$A_5$ , %		
min 260,0		min 420,0		min 15,0		

Характерні експериментальні петлі гістерезису отримані за сталі амплітуди напруження  $S_A=315$  МПа і середній швидкості навантаження  $v=330$  МПа/с наведені на рис. 4.

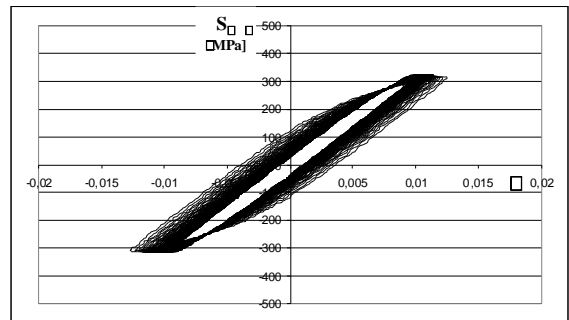
На рис. 5 показано петлю гістерезису, отриману з використанням математичної моделі. Її отримано для таких самих амплітуди напруження і швидкості навантаження, що й в експерименті.

Порівняння експериментальної і теоретичної петлі гістерезису показує задовільне їх узгодження між собою. Модель враховує циклічне зміцнення матеріалу, що спостерігається під час досліджень (див. рис. 4).

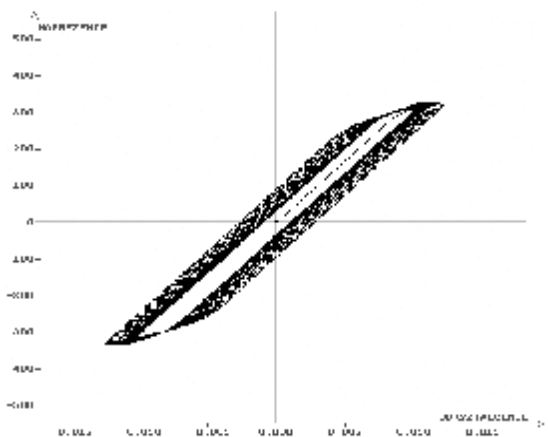
У результаті проведених теоретичних і експериментальних досліджень сплаву алюмінію PA6 знайдено значення енергії стабілізованих петель гістерезису для різних амплітуд напруження. Дослідження було проведено при середній швидкості навантаження 330 МПа/с, що відповідало частоті циклічного навантаження 0,55 Гц.

Експериментальні дослідження велись до повного руйнування зразка. На основі цих досліджень виділено петлі гістерезису у стані стабілізації. Залежність стабілізованої петлі гістерезису, як функція кількості циклів до руйнування, згідно з критерієм Куявського, показана на рис. 6.

На рис. 7 наведено теоретичні результати (суцільна лінія), отримані з використанням теоретичної моделі, та експериментальні результати (пунктирна крива). З їх порівняння випливає добре узгодження математичної моделі й експериментальних досліджень в усій області зміни амплітуд напруження.



**Рис. 4. Петлі гістерезису, отримані експериментально**



**Рис. 5. Петлі гістерезису, отримані теоретично**

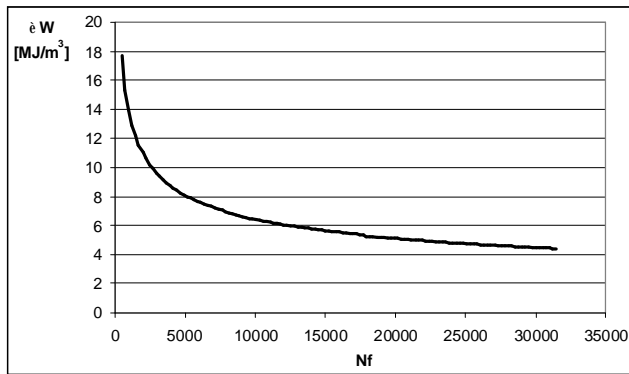


Рис. 6. Залежність енергії  $\Delta W$  від кількості циклів до руйнування

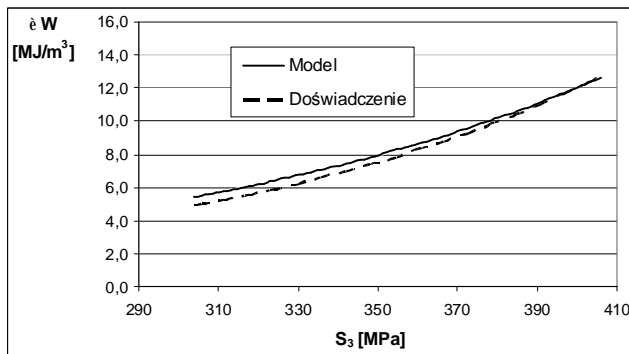


Рис. 7. Перевірка критерію Куявського для швидкості навантаження  $V=330$  МПа/с

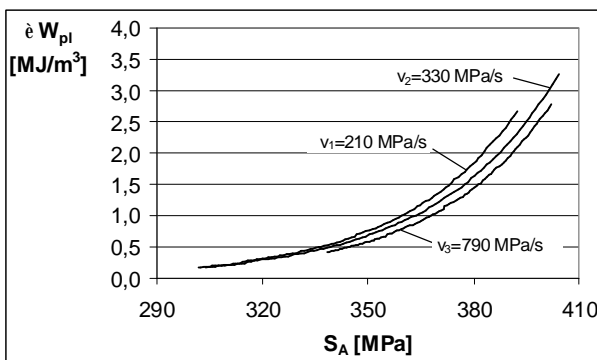


Рис. 8. Залежність енергії  $\Delta W_{pl}$  від амплітуди напруження

Найбільша різниця між теоретичними й експериментальними дослідженнями спостерігаються при малих амплітудах напружень і складає біля 8 % при великій кількості циклів.

Енергетичні критерії використовують для визначення витривалості в області малої кількості циклів. Найбільше відхилення між теоретичними й експериментальними дослідженнями в області малої кількості циклів складає 5 %. З цього виникає застосовність математичної моделі для визначення втомної міцності в енергетичному підході.

Крім головних досліджень, які проводилися для швидкості навантаження 330 МПа/с, були проведені дослідження при швидкостях  $V=210$  МПа/с і  $V=790$  МПа/с.

Хід зміни величини енергії дисипації  $\Delta W_{pl}$  для стабілізованих петель, як функція величини змушувального напруження  $\Sigma_A$ , при трьох заданих швидкостях навантаження подано на рис. 8.

На основі аналізу отриманих результатів спостерігаємо вплив швидкості навантаження на величину енергії дисипації, яка пов'язана зі зміною площі петлі гістерезису. Зміна величини площі петлі гістерезису від швидкості навантаження спостерігається також у багатьох інших експериментальних дослідженнях [1].

**Висновки.** 1. Енергія стабілізованих петель гістерезису  $\Delta W$ , отриманих згідно з критерієм Куявського, як на основі моделі, так і експериментальних даних є порівняльною — різниця не перевищує 8 %.

2. Запропонована модель задовільно описує експериментальні петлі гістерезису.

3. Оскільки спостерігається вплив швидкості навантаження на поведінку матеріалів при циклічному навантаженні, то це свідчить про застосовність до дослідження втомної міцності розглянутої моделі, що враховує такий вплив.

4. Дослідження підтвердили відомий вплив швидкості навантаження на величину енергії дисипації при циклічному навантаженні.

## Література

1. Dietrich L. (1996), Badania mechaniczne materiałow, Biuro Gamma, Warszawa.
2. Ellyin F., Kujawski D.: Fatigue life prediction, University of Alberta, Department Report No. 62, Edmonton 1987.
3. Iljuszin A. A. (1961), Ob osnovach obszczej matematycznej teorii plasticznosti, Wopr.teorii plasticznosti.- M, Izd-wo AN NNNND, , 3-29.
4. Kujawski D.: Trwałość zmęczeniowa metali. Wydawnictwa Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1991.
5. Polański J. (1999), Analitycznie opisanie znakozminnoj deformacji, Maszynoznawstwo, N 1, 9 – 12.
6. Polański J., Rusinko K. M. (2000), Sinteza teoria plasticznej deformacji z wrachowaniam szwidkosti nawantażenia, Fiz. Chim. Mech. Mater, No. 1, 39 - 42.
7. Polański J., Karasiewicz T. (2002), Koncepcja określania trwałości zmęczeniowej w ujęciu energetycznym przy wykorzystaniu matematycznego modelu zachowania się materiału, Zeszyty Naukowe ATR w Bydgoszczy, Mechanika 53, s. 181-188.

Отримана 23.06.08

T. Karasiewicz, Ju. Polanski, T. Niezgodna\*, M. Woropay\*\*, Z. Bogdanowicz\*

### Applying energy criterion of fatigue life under cyclic torsion loading

Uniwersytet Kazimierza Wielkiego w Bydgoszczy, Bydgoszcz, Polska;

Wojskowa Akademia Techniczna w Warszawie, Warszawa, Polska;

\*\*Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy w Bydgoszczy, Bydgoszcz, Polska;

In this work mathematical model describing energy description is presented. Energy criterion of fatigue life according to Kujawski is based on this kind of energy. In order to verify this criterion experiments under cyclic torsion loading of aluminium alloy PA6 was performed. In theoretical and experimental examinations load rate was considered. On the basis of experimental results modified criterion of fatigue life was verified.