

технічні засоби для підбору соломи з валків, її подрібнення та розподілення по поверхні поля.

---

### БІБЛІОГРАФІЯ

1. *Шкарда М.* Производство и применение органических удобрений: Пер. с чешского. — М.: Агропромиздат, 1985. — 364 с.
  2. *Верниченко Л.Ю., Мишустин Е.Н.* Влияние соломы на почвенные процессы и урожай сельскохозяйственных культур // Использование соломы как органического удобрения. — М.: Наука, 1985. — 269 с.
- 

### ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ И ТЕХНИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ПРИМЕНЕНИЯ СОЛОМЫ КАК УДОБРЕНИЯ

*Проанализированы технологии и технические средства использования соломы для удобрения почвы.*

### TECHNOLOGICAL AND TECHNICAL ASPECTS OF APPLICATION OF STRAW AS FERTILIZER

*Technologies and hardwires of the use of straw are analyzed for the fertilizer of soil.*

УДК 531.355

## ДЕЯКІ АСПЕКТИ ТЕОРІЇ ПАДІННЯ ТІЛ У ПОВІТРЯНОМУ СЕРЕДОВИЩІ

**Г.А. Голуб**, докт. техн. наук

*ННЦ "ІМЕСГ"*

**О.А. Марус**, асп.

*НУБіП України*

---

*Приведені аналітичні закономірності, що визначають падіння тіл із урахуванням опору повітря.*

---

**Проблема.** На тіло, що падає, діє сила тяжіння та сила опору повітря, яка направлена в протилежному напрямку від сили тяжіння. Загальновідомо, що повітряний потік чинить опір падінню тіла, який визначається коефіцієнтом парусності падаючого тіла. Однак, незважаючи на широке використання явища падіння матеріалів у по-

вітряному середовищі, наприклад, сепарація біологічних матеріалів у вертикальних повітряних потоках, кількісні кінематичні закономірності падіння тіл із урахуванням опору повітряного середовища залишаються не визначеними.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Експериментально коефіцієнт парусності прийнято визначати за швидкістю повітряного потоку, який спричиняє зависання тіла. Теоретично швидкість зависання неправильних тіл рекомендується визначати шляхом заміни їх еквівалентною кулею, маса якої дорівнює масі тіла [1]. Загальновідомо також, що величина швидкостей зависання визначається масою та габаритами тіл. Практичне визначення кінематичних параметрів падіння тіл із урахуванням опору повітряного середовища потребує встановлення відповідних кількісних закономірностей.

**Метою досліджень** є встановлення закономірностей, що визначають параметри падіння тіл із урахуванням опору повітря.

**Результати досліджень.** При визначенні закономірностей падіння тіла у повітряному середовищі замість коефіцієнта парусності скористаємося коефіцієнтом пропорційності [2], що дозволяє перейти від площі міделевого перерізу тіла до його еквівалентного діаметра та врахувати масу падаючого тіла:

$$k = \frac{3c\rho_{\text{П}}}{4\rho d_E}, \quad (1)$$

де  $k$  — коефіцієнт пропорційності,  $\text{м}^{-1}$ ;  $c$  — коефіцієнт опору кулі, який при числах Рейнольдса від  $1,5 \cdot 10^3$  до  $14,5 \cdot 10^3$  приблизно однакові і дорівнює  $c=0,4$ , відносних од.;  $\rho_{\text{П}}$  — густина повітря,  $\text{кг}/\text{м}^3$ ;  $\rho$  — щільність матеріалу тіла,  $\text{кг}/\text{м}^3$ ;  $d_E$  — діаметр еквівалентної кулі,  $\text{м}$ .

Підставивши значення сил, що визначають динаміку падіння тіла у диференціальне рівняння руху, одержимо:

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = mg - m \frac{3c\rho_{\text{П}}}{4\rho d_E} v^2, \quad (2)$$

де  $m$  — маса тіла,  $\text{кг}$ ;  $y$  — координата руху під час падіння,  $\text{м}$ ;  $t$  — час падіння,  $\text{с}$ ;  $g$  — прискорення сили тяжіння,  $\text{м}/\text{с}^2$ ;  $v$  — швидкість падіння,  $\text{м}/\text{с}$ .

Запишемо диференціальне рівняння руху в залежності швидкості від часу та, розділивши змінні, отримаємо:

$$\frac{dv}{g - kv^2} = dt, \quad (3)$$

Після інтегрування в межах зміни швидкості від  $v_0$  до  $v$  та часу від 0 до  $t$  отримаємо:

$$\frac{1}{2\sqrt{gk}} \left( \ln \left| \frac{\sqrt{g} + v\sqrt{k}}{\sqrt{g} - v\sqrt{k}} \right| - \ln \left| \frac{\sqrt{g} + v_0\sqrt{k}}{\sqrt{g} - v_0\sqrt{k}} \right| \right) = t. \quad (4)$$

Після подальших перетворень отримаємо:

$$\frac{\sqrt{g} + v\sqrt{k}}{\sqrt{g} - v\sqrt{k}} = \frac{\sqrt{g} + v_0\sqrt{k}}{\sqrt{g} - v_0\sqrt{k}} \exp(2t\sqrt{gk}). \quad (5)$$

Для того, щоб спростити розрахунки уведемо постійну величину  $b$

$$b = \frac{\sqrt{g} + v_0\sqrt{k}}{\sqrt{g} - v_0\sqrt{k}}. \quad (6)$$

У кінцевому підсумку швидкість падіння тіла із урахуванням опору повітряного потоку може бути визначена за виразом:

$$v = \sqrt{\frac{g}{k}} \frac{b \exp(2t\sqrt{gk}) - 1}{b \exp(2t\sqrt{gk}) + 1}. \quad (7)$$

Із аналізу даного виразу можна зробити висновок, що на початку падіння швидкість тіла збільшується, а у подальшому набуває практично постійного значення, яке визначається співвідношенням  $\sqrt{g/k}$ .

Прискорення падіння тіла у повітряному середовищі визначимо на основі диференціювання виразу, що визначає швидкість падіння. При цьому отримаємо:

$$a = \frac{dv}{dt} = \sqrt{\frac{g}{k}} \frac{2b\sqrt{gk} \exp(2t\sqrt{gk}) (b \exp(2t\sqrt{gk}) + 1 - b \exp(2t\sqrt{gk}) + 1)}{(b \exp(2t\sqrt{gk}) + 1)^2}. \quad (8)$$

Після відповідних спрощень маємо:

$$a = \sqrt{\frac{g}{k}} \frac{4b\sqrt{gk} \exp(2t\sqrt{gk})}{(b \exp(2t\sqrt{gk}) + 1)^2}, \quad (9)$$

$$\text{або} \quad a = \frac{4bg \exp(2t\sqrt{gk})}{(b \exp(2t\sqrt{gk}) + 1)^2}. \quad (10)$$

Із аналізу даного виразу можна зробити висновок, що на початку падіння прискорення тіла максимальне (при відсутності початкової

швидкості воно дорівнюватиме прискоренню сили тяжіння), а у подальшому, по мірі падіння, воно зменшується і набуває практично нульового значення, а тіло починає рухатися практично рівномірно.

Шлях, який пролетить тіло від початку його падіння у повітряному середовищі, визначимо на основі інтегрування виразу, що визначає швидкість падіння. При цьому отримаємо:

$$\sqrt{\frac{k}{g}} dh = \frac{b \exp(2t\sqrt{gk}) - 1}{b \exp(2t\sqrt{gk}) + 1} dt. \quad (11)$$

Розкладемо праву частину рівняння на складові і, провівши інтегрування в межах зміни шляху від 0 до  $h$  та часу від 0 до  $t$  та відповідні перетворення, отримаємо:

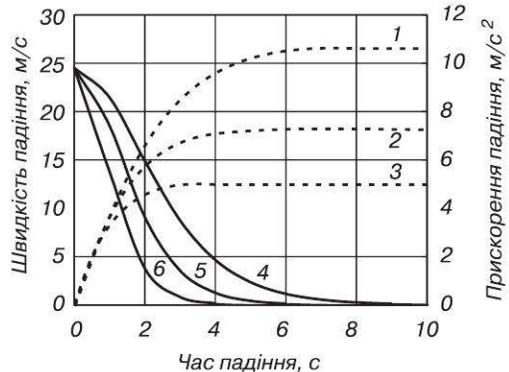
$$h = \sqrt{\frac{g}{k}} \frac{1}{2\sqrt{gk}} \ln \frac{(b + \exp(-2t\sqrt{gk}))(1 + b \exp(2t\sqrt{gk}))}{(1+b)^2}. \quad (12)$$

Після подальших перетворень та скорочень отримаємо рівняння, яке визначає шлях, який пройде у повітряному середовищі тіло від початку падіння:

$$h = \frac{1}{2k} \ln \frac{2b + b^2 \exp(2t\sqrt{gk}) + \exp(-2t\sqrt{gk})}{(1+b)^2}. \quad (13)$$

Використання отриманих формул для розрахунку падіння тіл у повітряному середовищі проілюстровано на рисунку.

**Висновок.** Встановлені закономірності, що визначають параметри падіння тіл із урахуванням опору повітря дозволяють стверджувати, що на початку падіння швидкість тіла збільшується, а у подальшому, в залежності від часу та початкових умов падіння, набуває практично постійного значення, наприклад, для



**Рис.** Зміна швидкості та прискорення падіння в часі: 1, 4 — швидкість і прискорення тіла об'ємом 10 см<sup>3</sup>; 2, 5 — швидкість і прискорення тіла об'ємом 1 см<sup>3</sup>; 3, 6 — швидкість і прискорення тіла об'ємом 0,1 см<sup>3</sup>

тіл об'ємом 0,1, 1 та 10 см<sup>3</sup> (еквівалентний діаметр відповідно 0,58, 1,24 та 2,67 см), швидкість встановлюється відповідно на рівні 12,4, 18,1 та 26,5 м/с, у той же час прискорення тіла на початку падіння максимальне, а у подальшому, по мірі падіння воно зменшується і набуває практично нульового значення, наприклад, для послідовності тих же тіл, практично нульового значення прискорення досягає відповідно за час падіння 5, 6 і 8,5 с.

---

### БІБЛІОГРАФІЯ

1. *Кукибный А.А.* Метательные машины. — М.: Машиностроение, 1964. — 196 с.
2. *Голуб Г.А.* Агропромислове виробництво істівних грибів. — К.: Аграрна наука, 2007. — 330 с.

---

### НЕКОТОРЫЕ АСПЕКТЫ ТЕОРИИ ПАДЕНИЯ ТЕЛ В ВОЗДУШНОЙ СРЕДЕ

*Приведены аналитические закономерности, которые определяют падение тел с учетом сопротивления воздуха.*

### SOME ASPECTS OF THEORY OF FALLING OF BODIES IN AIR ENVIRONMENT

*Analytical conformities to the law, which determine the falling of bodies with the account of resistance of air, are conducted.*

УДК 631.365.2

## **ЗМІСТОВНА ГЕОМЕТРИЧНА ТЕОРІЯ РОЗГОРТНИХ ҐРУНТОДЕФОРМУЮЧИХ ПОВЕРХОНЬ: ОСНОВНІ ПОЛОЖЕННЯ І ВИЗНАЧЕННЯ**

**А.С. Павлоцький**, канд. техн. наук

*НТУ України "КПІ";*

**В.А. Вознюк**, інж.-методист

*Комплекс НТУ України "КПІ" МУФ;*

**І.Ф. Савченко**, канд. техн. наук

*ННЦ "ІМЕСГ"*

---

*Висвітлено питання геометрії розгортки раціональних лінійчастих поверхонь на основі дослідження степеня їхньої розгортності, встановлення повного ряду розгортності таких поверхонь і розробки на цій основі інженерного способу конструювання ґрунтодеформуючих поверхонь заданого степеня*

© А.С. Павлоцький, В.А. Вознюк, І.Ф. Савченко.

Механізація та електрифікація сільського господарства. Вип. 94. 2010.