УДК 681.121

МОДЕЛЬ ОЦІНЮВАННЯ НИЖНЬОЇ МЕЖІ ЧУТЛИВОСТІ МІТКОВОГО ПЕРЕТВОРЮВАЧА ВИТРАТИ ГАЗУ

І. Мануляк, аспірант кафедри комп'ютерних технологій в системах управління та автоматики, Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу

Запропоновано аналітичне описання межі чутливості міткового перетворювача витрати газу в залежності від параметрів вимірюваного середовища та мірного елемента.

A description of the analytical limit of sensitivity mark converter gas consumption depending on the parameters measured medium and dimensional element is offered.

Ключові слова: *межа чутливості, мітковий перетворювач, витрата газу, модель.*
Keywords: *limit sensitivity, mark converter, gas flow, model.*

Реалізація сучасних систем кількісного обліку газових середовищ, в основному, ґрунтується на використанні лічильників та витратомірів з чутливим елементом, переміщення якого пропорційні поточній витраті. Одним із перспективних напрямів реалізації засобів вимірювання об'єму та об'ємної витрати газових середовищ з рухомим мірним елементом є міткові перетворювачі [1,2].

Проте зазначені пристрої зумовлюють створення додаткового опору на шляху руху вимірюваного середовища, що призводить до зменшення його швидкості. Також цей спосіб характеризується наявністю неконтрольованого протікання, зумовленого нещільністю прилягання мірного елемента. Внаслідок цього такі перетворювачі придатні лише для вимірювання витрати та об'єму рідини.

Одним із варіантів усунення зазначених вище недоліків перетворювачів є реалізація мірних елементів, зокрема, міток з використанням матеріалів, густина яких порівняна з густиною контрольованого середовища. Запропоновано спосіб, який дозволяє реалізувати вимірювання витрати за переміщенням сферичної мітки потоком газу [3]. Внаслідок того, що вхід потоку здійснюється за дотичною до напрямку переміщення середовища, а вихід — у протилежному, на внутрішньому і середньому радіусах мірної камери величина моменту є практично постійною, що дозволяє забезпечити рух мірного елемента за потоком по колу [4]. Перетворивши такі переміщення за допомогою відповідного реєстратора (давача) на сигнал, зручний для опрацювання, і визначивши зміну часових інтервалів, отримують величину, пропорційну до витрати середовища, що рухається мірною камерою. Для фіксації переміщення вимірювального середовища, зумовленого перепадом тиску між входом та виходом торовидної мірної камери 1, використовують сферичну мітку 2, вага якої близька за значенням до ваги відповідного об'єму вимірюваного середовища 3 (рис. 1). Реєстратор проходження мітки 4 здійснює формування дискретних електричних сигналів, які за допомогою обчислювача 5 безперервно зчитуються і опрацьовуються. Під час опрацювання проводять розпізнавання (ідентифікацію) вимірювальних

© Мануляк І., 2015

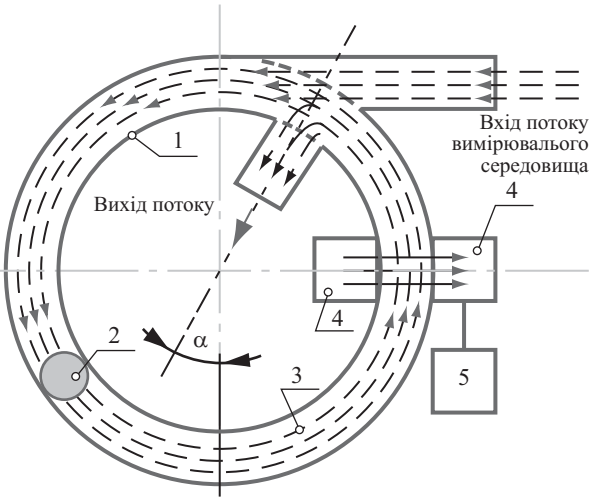

Рис. 1. Спосіб вимірювання витрати за переміщенням сферичної мітки вимірюваним середовищем (схема проведення вимірювань)
Fig. 1. Method for measuring flow moving spherical label measured environment (figure measurements)

сигналів і фіксацію часових інтервалів між ними, що дозволяє отримати значення поточної витрати вимірюваного середовища.

Одним із параметрів, які визначають у первинних перетворювачах, є нижня межа чутливості [5]. Верхня межа первинних перетворювачів мірного елемента контрольованого середовища визначається максимальною витратою газу. А нижня — необхідна для того, щоби мірний елемент переміщувався під дією сили лобового опору, яка діє з боку газу, що рухається.

ПРОПОНОВАНА МОДЕЛЬ

Для описаного у [3] методу запропоновано модель, яка дозволить оцінити межу чутливості міткового перетворювача залежно від густини вимірюваного середовища та густини матеріалу мітки, коли мірний елемент опиратиметься рухові до того моменту, поки сила тертя не дійде до критичного значення, після якого зростати вже не буде [6]. Оскільки сили, які діють під час різного тертя, співвідносяться між собою у такий спосіб: $F_{\text{спокою}} > F_{\text{ковзання}} > F_{\text{кочення}}$, то після того, як сила динамічного тиску газу на сферичну мітку перевищить силу тертя спокою, сферична мітка проковзне, а потім почне котитися, оскільки на кочення йтиме менше енергії, тому це стане більш енергетично вигідним для системи [7]. Оскільки час зміни ковзання на кочення є дуже малим (порядку секунди), режимом ковзання за розрахунку мінімальної витрати можна знехтувати.

Для розрахунку сили опору, що діє на сферичну мітку, враховано форму профілю газу (рис. 2), який йде за трубою. Швидкість газу, який рухається за трубою, у різних точках різна, тому визначено режим потоку, оскільки він впливає на розподіл швидкостей. Режим потоку визначається за допомогою числа Рейнольдса: $\mathrm{Re} = \rho \cdot \upsilon \cdot d / \mu$, де υ — швидкість потоку, ρ — густина газу, μ — динамічний коефіцієнт в'язкості.

Для задач, що розглядають течію в трубі або рух кулі в рідині, використовують внутрішній діаметр труби d чи діаметр кулі відповідно. Існує критичне значення числа Рейнольдса, яке визначає перехід із ламінарного потоку в турбулентний: для круглих труб за звичайних умов

$$\mathrm{Re}_{\text{кр}} \approx 2300. \qquad (1)$$

За $2300 < \mathrm{Re} < 4000$ відбувається перехід із ламінарного потоку в турбулентний [8].

На основі проведених досліджень зафіксовано значення витрати, за якими обчислено швидкості, а також число Рейнольдса (рис. 2). Розрахунок виконано для повітря за використання таких величин: $\mu = 18{,}6$ мкПа·с, $\rho = 1{,}29$ кг/м^3, $d = 4$ мм.

На рис. 2 перші чотири точки належать до категорії ламінарного потоку, оскільки для таких швидкостей число Рейнольдса < 2300, одна точка міститься в перехідному режимі, а решта — в турбулентному. Оскільки потрібно визначити мінімальну витрату газу, то найбільш інформативною є перша точка, для якої $\mathrm{Re} = 63$, звідки випливає, що потік ламінарний. На основі цього проведено подальші розрахунки.

За ламінарного потоку частинки газу (рідини) рухаються з різними швидкостями паралельно осі труби без перемішування. За такого режиму швидкості вони розподілятимуться за перерізом за параболічним законом [9]: $\upsilon = \upsilon_{\max}\left(1 - r^2 / r_0^2\right)$ (рис. 3).

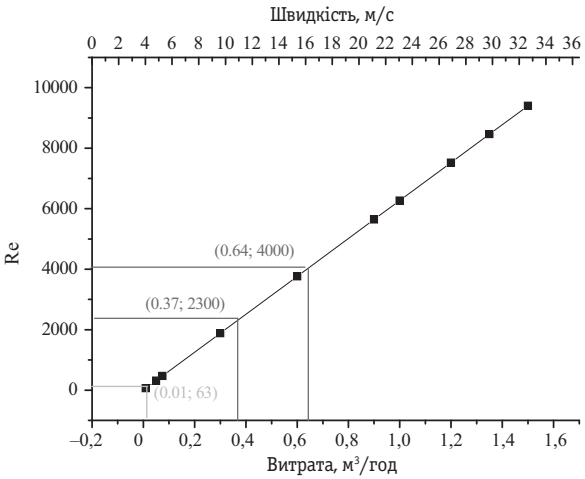

Рис. 2. Залежність числа Рейнольдса від витрати (швидкості) газу

Fig. 2. The dependence of the Reynolds number on the flow (speed) of gas

Оскільки розподіл швидкостей не залежить від числа Рейнольдса, то у випадку рівномірного ламінарного руху за всіх значень числа Re зберігається паралельність потоків газу.

Здійснивши підрахунок витрати рідини підсумовуванням витрат через елементарні кільцеві ділянки перерізу потоку [9], знайдено середню швидкість:

$$\upsilon_{ср} = Q/\pi\cdot r_0^2 = 1/\pi\cdot r_0^2\cdot\int_0^{r_0}\left(1-r^2/r_0^2\right)\cdot 2\pi r dr = \frac{\upsilon_{\max}}{2}. \quad (2)$$

Силу динамічного тиску (лобового опору) обчислено за такою формулою:

$$F_0 = C_x\cdot(\rho\cdot\upsilon^2/2)\cdot S, \quad (3)$$

$$\upsilon^2 = 4\cdot\upsilon_{ср}^2\cdot\left(1-2\cdot(r^2/r_0^2)+r^4/r_0^4\right). \quad (4)$$

Оскільки мітка має сферичну форму, то площа поверхні півсфери:

$$S = 4\cdot r_0\int_0^{\pi/2} d\phi\int_0^{r_0}(1/\sqrt{r_0^2-r^2})rdr. \quad (5)$$

Зважаючи на те, що швидкість залежить від r, отримуємо вираз для сили лобового опору, яка діє з боку ламінарного потоку на сферичну мітку:

$$F_0 = (4/5)\cdot\pi C_x\rho\upsilon_{ср}^2 r_0^2. \quad (6)$$

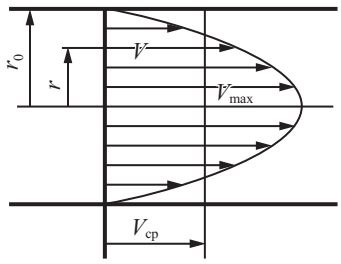

Рис. 3. Розподіл швидкостей за перерізом ламінарного потоку в круглій трубі

Fig. 3. Average speeds on the section laminar flow in a circular tube

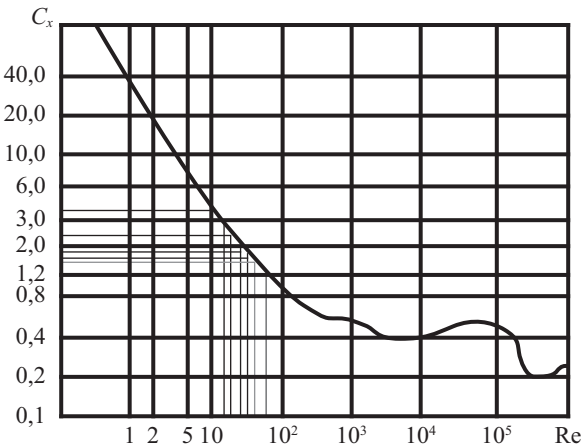

Рис. 4. Вплив числа Рейнольдса на коефіцієнт лобового опору кулі

Fig. 4. Effect of Reynolds number on drag coefficient balls

Таблиця 1. Значення числа Рейнольдаса та відповідного коефіцієнта лобового опору

Table 1. Value and number Reynoldsa corresponding drag coefficient

Re	C_x
20	3.1
30	2.6
40	2.2
50	1.7
60	1.5
80	1.2
100	0.8

До цього виразу входить коефіцієнт C_x, величина якого залежить від числа Рейнольдса (рис. 4) [10].

Для визначення функції $C_x(\mathrm{Re})$ в потрібних межах, а саме $10 < \mathrm{Re} < 10^2$, використано на графіку додаткові лінії для визначення даних (табл. 1), враховуючи масштаб. За цими даними побудовано залежність $C_x(\mathrm{Re})$ коефіцієнта лобового опору від числа Рейнольдса й апроксимовано цю залежність степеневою функцією $y = 14,2x^{-0,51}$ (рис. 5).

Отже:

$$C_x = 14,2\cdot\mathrm{Re}^{-0,51} \approx 14\cdot\mathrm{Re}^{-0,5}. \quad (7)$$

Підставивши Re у формулу (7), отримуємо, що сила динамічного тиску визначатиметься за виразом:

$$F_0 = (56/5)\cdot(\pi\mu^{0,5}\rho^{0,5}\upsilon^{1,5}r_0^2/d^{0,5}). \quad (8)$$

МОДЕЛЬ №1

За запропонованою моделлю (рис. 6) розраховуємо мінімальну силу динамічного тиску, яка зможе привести в рух сферичну мітку, долаючи силу тертя спокою.

$$F_0 = F_{\text{спокою}}, \quad (9)$$

де F_0 — сила динамічного тиску, $F_{\text{спокою}}$ — сила тертя спокою.

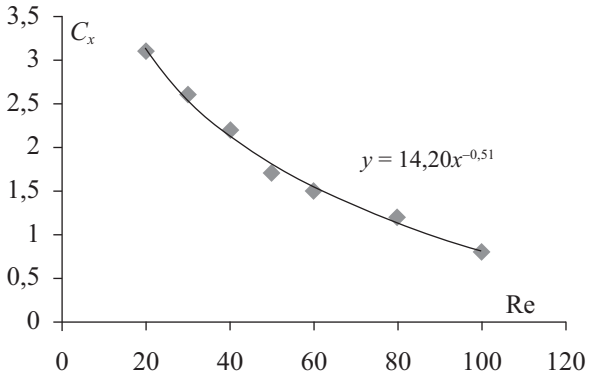

Рис. 5. Залежність коефіцієнта лобового опору від числа Рейнольдса

Fig. 5. Dependence of the drag from Reynolds

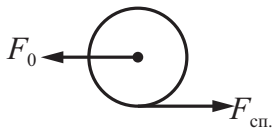

Рис. 6. Модель 1
Fig. 6. Model 1

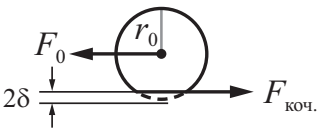

Рис. 7. Модель 2
Fig. 7. Model 2

$$F_{спокою} = \mu_{спокою} \cdot N = \mu_{спокою} mg, \quad (10)$$

де $\mu_{спокою}$ — коефіцієнт тертя спокою, $m = (4/3) \cdot \pi r_0^3 \rho_м$ — маса сферичної мітки, $\rho_м$ — густина матеріалу для сферичної мітки.

Підставивши (10) і (8) у (9), отримуємо:

$$\mu_{спокою} mg = (56/5) \cdot (\pi \mu^{0,5} \rho^{0,5} \upsilon^{1,5} r_0^2 / d^{0,5}). \quad (11)$$

Визначивши із (11) середню швидкість, ураховуючи вираз для маси сферичної мітки, отримуємо:

$$Q_{min1} = \pi r_0^2 \sqrt[1,5]{(5/42) \cdot (d/\mu\rho)^{0,5} \mu_{спокою} r_0 \rho_м g}. \quad (12)$$

Для оцінки правомірності запропонованої моделі обчислено мінімальну витрату за (12). Для цього потрібен коефіцієнт тертя спокою між пінополістиролом та оргсклом. Зважаючи на те, що коефіцієнт тертя між зазначеними матеріалами не досліджено, потрібно підібрати коефіцієнт пінополістиролу за іншим матеріалом, найбільш подібним за шорсткістю до оргскла. Міру шорсткості оцінено за статичним коефіцієнтом тертя однакових матеріалів. Коефіцієнт тертя оргскла по оргсклу складає 0,8. Найближчим за величиною є такий коефіцієнт для пари сталь-сталь — 0,78. Тому доцільно користуватися коефіцієнтом тертя спокою для пари пінополістирол-сталь, який складає 0,35.

Параметри для проведення розрахунків: $\mu_{спокою} = 0,35$, $\rho_м = 15$ кг/м^3, $\rho = 1,29$ кг/м^3, $d_0 = 0,0039$ м, $r_0 = 0,00195$ м.

На основі реалізованої моделі отримано теоретичне значення швидкості мітки мірного елемента $\upsilon_1 = 0,2875$ м/с, зафіксовано експериментальне значення $\upsilon_1 = 0,2211$ м/с. Мінімальна витрата становить $Q_{min1} = 0,01236$ м^3/год, тоді як експериментальне значення $Q_{min} = 0,01$ м^3/год. Порівнявши ці дві величини, можна побачити, що експериментальне значення не істотно відрізняється від теоретичного. Ураховуючи наближеність обчислень та похибки експерименту, така величина є цілком прийнятною для застосування запропонованої моделі. Основна причина відмінності теоретичного значення від експериментального зумовлена реальною геометрією самої мітки, оскільки виготовити її ідеально сферичною практично неможливо.

МОДЕЛЬ №2

Запропонована модель (рис. 7) передбачає розрахунок мінімальної сили динамічного тиску, яка зможе підтримувати рух сферичної мітки, долаючи силу тертя кочення, що є меншою від сили тертя спокою. Отже, витрата газу буде меншою.

$$F_0 = F_{кочення}, \quad (13)$$

де F_0 — сила динамічного тиску, $F_{кочення}$ — сила тертя кочення.

$$F_{кочення} = (\delta / r_0) N = (\delta / r_0) mg, \quad (14)$$

де δ — коефіцієнт тертя кочення (половина деформації тіла сферичної форми).

Підставивши (14) і (8) у (13), отримуємо:

$$(\delta / r_0) mg = (56/5) \cdot \pi (\mu\rho / d)^{0,5} \upsilon^{1,5} r_0^2. \quad (15)$$

Визначивши із (15) середню швидкість, отримуємо:

$$Q_{min2} = \pi r_0^2 \sqrt[1,5]{(5/42) \cdot (d/\mu\rho)^{0,5} \delta \cdot \rho_м \cdot g}. \quad (16)$$

(У процесі реалізації моделі встановлено, що швидкість мітки не залежатиме від r_0, проте δ залежить від r_0).

Для обчислень Q_{min2} потрібно знати коефіцієнт тертя кочення. Оскільки пінополістирол за тиску від 94 до 332 кПА деформується не більше ніж на 10 %, то, враховуючи розмір сферичної мітки $2\delta = 8 \cdot 10^{-4}$ м, відношення $\delta / R = \delta / r_0 = 0,1$. Параметри для проведення розрахунків: $\delta / r_0 = 0,1 \Rightarrow \delta = 0,000195$ м, $\rho_м = 15$ кг/м^3, $\rho = 1,29$ кг/м^3, $d_0 = 0,0039$ м, $r_0 = 0,00195$ м.

Отже, отримуємо: $V_2 = 0,12475$ м/с, $Q_{min2} = 0,00536$ м^3/год — величини того ж порядку і добре збігаються з реальним значенням.

Окрім того, проведено додаткові дослідження залежності витрати від параметрів сферичної мітки.

1) Для вдосконалення моделі запропоновано виконати сферичну мітку пустотілою (рис. 8).

Маса такої мітки:

$$m = (4/3) \cdot \pi \left(r_0^3 - r^3 \right) \rho_м, \quad (17)$$

де $0 < r < 0,00195$ м. Досліджено залежність

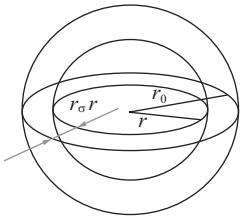

Рис. 8. Пустотіла сферична мітка
Fig. 8. Hollow spherical label

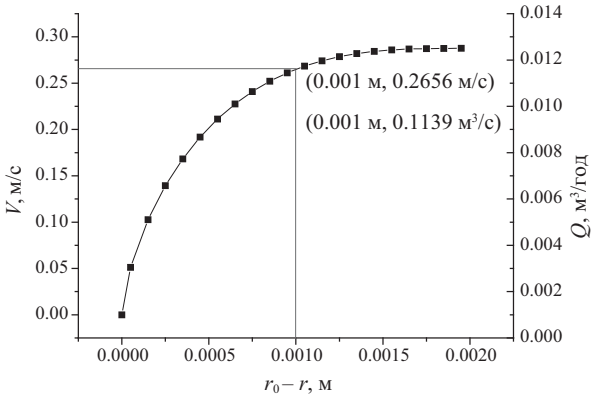

Рис. 9. Залежність мінімальної швидкості потоку повітря (ліва вертикальна вісь) та витрати (права вертикальна вісь) від товщини стінок пустотілої сферичної мітки

Fig. 9. Dependence minimum air velocity (left vertical axis) and expenses (right vertical axis) of thickness hollow spherical tags

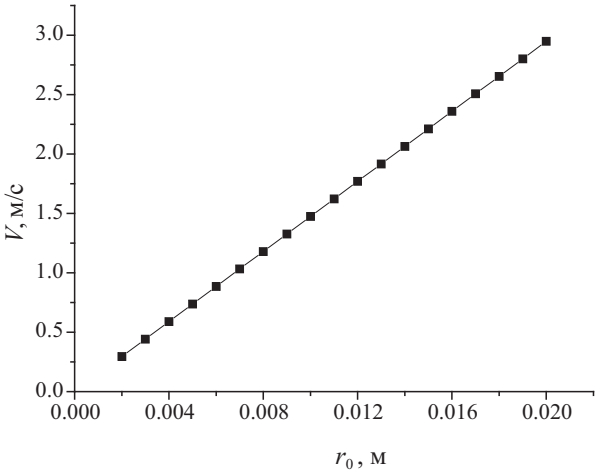

Рис. 10. Залежність мінімальної швидкості потоку від радіуса сферичної мітки

Fig. 10. The dependence of the minimum flow rate of the radius of the spherical tags

мінімальної швидкості від товщини стінок пустотілої сферичної мітки, якщо вважати, що $r_0 - r$ — товщина стінки пустотілої сферичної мітки.

Тоді, підставивши (17) у (11), отримуємо:

$$Q_{\min 1} = \pi r_0^2 \cdot \sqrt[1,5]{(5/42) \cdot \frac{\mu_{\text{спокою}} \cdot \left(r_0^3 - r^3\right) \cdot \rho_м \cdot d^{0,5} \cdot g}{\mu^{0,5} \cdot \rho^{0,5} \cdot r_0^2}}. \quad (18)$$

Із рис. 9 видно, що, починаючи з товщини стінок 0,001 м і більше, величина швидкості (витрати) майже не змінюється, тому товщина стінок сферичної мітки, за заданого радіуса, має бути не більшою 1 мм.

Характери зміни швидкості і витрати є однаковими, оскільки $r_0 = \text{const}$.

2) Також проведено дослідження зміни величини витрати та швидкості, за змінення радіуса сферичної мітки (збільшення його). $2r_0 \approx d$, тому за зміни r_0 відповідно змінюватиметься і d — діаметр каналу, за яким рухається сферична мітка, а також змінюватиметься і радіус тора, всередині якого розміщено канал. Оскільки розрахована мінімальна швидкість напряму не залежить від радіуса тора, внаслідок того, що число Рейнольдса у явній формі залежить від діаметра каналу, а не від довжини кола тора, досліджено залежність швидкості (витрати) зі збільшенням радіуса сферичної мітки, не зважаючи на збільшення радіуса тора.

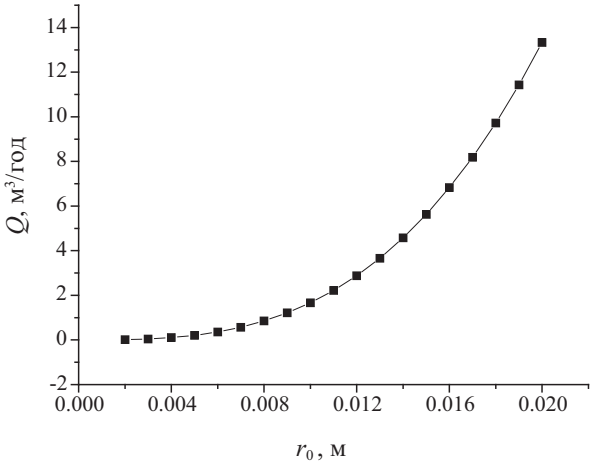

Рис. 11. Залежність мінімальної витрати від радіуса сферичної мітки

Fig. 11. Dependence minimal expenditure on the radius of the spherical tags

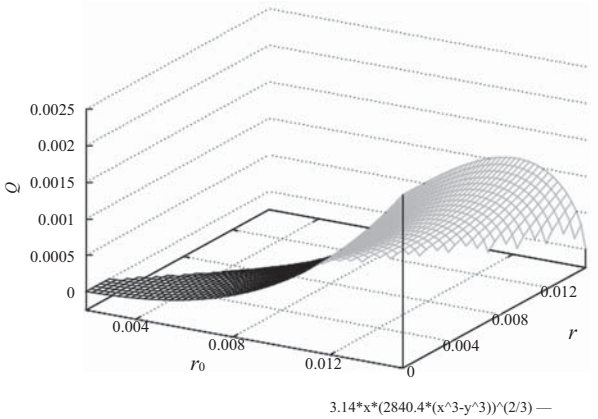

Рис. 12. Залежність мінімальної витрати від параметрів сферичної мітки

Fig. 12. Dependence minimal expenditure of parameters spherical tags

Підставивши у (11) $2r_0 \approx d$, отримуємо:

$$\upsilon_1 = r_0 \cdot \sqrt[1,5]{\frac{1}{6} \cdot \frac{\mu_{\text{спокою}} \cdot \rho_м \cdot g}{(\mu \cdot \rho)^{0,5}}}. \quad (19)$$

За (19), підставивши вже відомі числові значення, отримуємо лінійну залежність мінімальної швидкості від радіуса сферичної мітки (рис. 10).

Залежність мінімальної витрати від радіуса сферичної мітки описуватиметься виразом:

$$Q = \pi r_0^3 \cdot \sqrt[1,5]{\frac{1}{6} \cdot \frac{\mu_{\text{спокою}} \cdot \rho_м \cdot g}{(\mu \cdot \rho)^{0,5}}}. \quad (20)$$

Отримана залежність є кубічною (рис. 11), тобто за збільшення радіуса сферичної мітки мінімальна витрата газу, потрібна для подолання сили тертя спокою, швидко зростатиме (пропорційно кубу радіуса сферичної мітки).

Оцінимо вплив змін двох параметрів: підставивши $2r_0 \approx d$ у (18), отримуємо:

$$Q_{\min 1} = \pi r_0 \cdot \sqrt[1,5]{\frac{1}{6} \cdot \frac{\mu_{\text{спокою}} \cdot \left(r_0^3 - r^3\right) \cdot \rho_м \cdot g}{(\mu \cdot \rho)^{0,5}}}. \quad (21)$$

За формулою (21) побудовано залежність (рис. 12), оскільки $Q_{\min 1}$ залежить від двох параметрів: r_0 — радіуса сферичної мітки та r — радіуса сфери, вирізаної всередині сферичної мітки. Чим більший r, тим тонші стінки пустотілої мітки — $(r_0 - r)$.

На рис. 12 зображено цю залежність, де радіус сферичної мітки міститься в межах: $0,00195 \text{ м} < r_0 < 0,02 \text{ м}$ за віссю x, $0,0 \text{ м} < r < 0,02 \text{ м}$ за віссю y, а за віссю z — витрата.

ВИСНОВКИ

У процесі проведення досліджень реалізовано таку модель, яка дозволяє описати залежність сили динамічного тиску від густини матеріалу сферичної мітки. Розроблену модель можна використати за проектування мірних елементів для запропонованого у [3] пристрою. Додаткові дослідження проведено для моделі №1. Вони дозволяють на якісному та кількісному рівні оцінити доцільність використання певних параметрів за виготовлення корпуса лічильника та сферичної мітки. Проводити такі дослідження для моделі №2 немає сенсу, оскільки вона не може існувати окремо від моделі №1. Отримані моделі дозволяють проводити моделювання для описаного у патенті [3] пристрою. Як наслідок можна оптимізувати розміри мірної камери та самого мірного елемента, що, у свою чергу, дозволить скоротити витрати на розроблення пристрою.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ / REFERENCES

1. Кремлевский П.П. Расходомеры и счетчики количества веществ: Справочник: Кн. 2 / Под общ. ред. Е.А. Шорникова. — 5-е изд., перераб. и доп. — СПб.: Политехника (Kremlevskyi P.P. Rasxodomery i schetchiki kolichestva veshhestv: Spravochnik: Kn. 2 / Pod obshh. red. E. A. Shornikova. — 5-e izd., pererab. i dop. — SPb.: Politexnika), 2004. — 412 с/р.
2. Андріїшин М.П. Вимірювання витрати та кількості газу: Довідник. / М.П. Андріїшин, С.О. Канєвський, О.М. Капрпаш та ін. — Івано-Франківськ: ПП «Сімик» (Andriyishyn M. P. Vymiryuvannya vytraty ta kilkosti gazu: Dovidnyk./ M.P. Andriyishyn, S.O. Kanyevskyj, O.M. Kaprpash ta in. — Ivano-Frankivsk: PP «Simyk»). — 2004. — 160 с/р.
3. Патент на винахід №97780 «Спосіб вимірювання витрати за переміщенням сферичної мітки вимірюваним середовищем». Мельничук С.І., Мазурик І.З., Яковин С.В. (Patent na vynaxid №97780 «Sposib vymiryuvannya vytraty za peremishhennyam sferychnoyi mitky vymiryuvanym seredovyshhem». Melnychuk S.I., Mazuryk I.Z., Yakovyn S.V.).
4. Мельничук С. І., Мануляк І.З. Вимірювання об'єму та об'ємної витрати за переміщенням сферичної мітки потоком газу. Український метрологічний журнал. — Харків (Melnychuk S. I., Manulyak I.Z. Vymiryuvannya obyemu ta obyemnoyi vytraty za peremishhennyam sferychnoyi mitky potokom gazu. Ukrayinskyj metrologichnyj zhurnal. — Xarkiv). — 2012. — №4. — С/Р. 42—45.
5. ДСТУ 2681-94. Метрологія. Терміни та визначення (DSTU 2681-94. Metrologiya. Terminy ta vyznachennya).
6. Сивухин Д.В. Общий курс физики. /Д.В. Сивухин,/ М.: Наука (Syvuxin D.V. Obshhij kurs fizyky. /D.V. Syvuxin,/ M.: Nauka). 1979.– 520 с/р.
7. Стрелков С.П. Механика. / С.П. Стрелков / М.: Наука (Strelkov S.P. Mexanika. / S.P. Strelkov / M.: Nauka). 1965. — 526 с/р.
8. Сергель О.С. Прикладаня гидрогазодинамика. / О.С. Сергель / М.: «Машиностроение» (Sergel O.S. Prykladanya gydrogazodynamika. / O.S. Sergel / M.: «Mashynostroenye»), 1981. — 374 с/р.
9. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. / Г. Шлихтинг / М.: Наука (Shlixting G. Teoriya pogranichnogo sloya. / G. Shlixting / M.: Nauka), 1974. — 711 с/р.
10. Иванов О.П. Аэродинамика и вентиляторы/ Иванов О.П., Мамченко В.О. / М.: Машиностроение (Ivanov O.P. Aerodynamika i ventylyatory/ Ivanov O.P., Mamchenko V.O. / M.: Mashynostroenie). — 1986. — 280 с/р.

Отримано / received: 30.06.2015.
Стаття рекомендована до публікації проф. Л.М. Заміховським (Україна).
Prof. L.M. Zamikhovskyy, Ukraine, recommended this article to be published.