

До використання статистичних оцінок параметрів продуктивних пластів за кривими відновлювання тиску

М.А. Мислюк

д-р техн. наук
ІФНТУНГ

В.Я. Петруняк

СП «Полтавська
газонафтова компанія»

УДК 622.32

Розглянуто деякі особливості та наведено типові приклади використання статистичних оцінок параметрів продуктивних пластів за кривими відновлювання тиску.

Рассмотрены некоторые особенности и приведены типичные примеры использования статистических оценок параметров продуктивных пластов по кривым восстановления давления.

The paper examines some features and provides typical examples of the use of statistical estimates of productive bed parameters using pressure recovery curves.

На сьогодні гідродинамічний моніторинг продуктивних пластів здійснюють переважно за допомогою методу кривих відновлювання тиску (КВТ). Поширені методики інтерпретації гідродинамічних досліджень за КВТ [1–6] ґрунтуються на детермінованих оцінках параметрів продуктивного пласта, що не відповідає інформаційному забезпеченню та обмежує їх прикладне застосування.

У [7, 8] запропоновано методику обробки даних гідродинамічних досліджень продуктивних пластів за КВТ, яка зводиться до вибору найбільш адекватної моделі з деякого класу можливих гідродинамічних моделей продуктивного пласта. Модель та параметри продуктивного пласта оцінюють із використанням принципу максимуму функції правдоподібності. Зазначимо, що в такому разі оцінки параметрів пласта відповідають умові ефективності.

У прикладному аспекті інтерпретація даних гідродинамічних досліджень продуктивних пластів зводиться до побудови статистичних оцінок параметрів пласта, формулювання і перевірки відповідних статистичних гіпотез, моделювання гідродинамічних процесів під час реалізації технологій активної дії на пласт. Нижче детальніше розглянемо зазначені елементи застосування статистичної інформації про параметри пласта.

Обробка даних $\{p_c\}, \{t_i\}, i = \overline{1, n}$ гідродинамічних досліджень за КВТ зводиться до оцінки параметрів a_0 та a_1 лінійної моделі вигляду

$$\varphi = a_0 + a_1\psi(t), \quad (1)$$

де p_c, t_i – результати вимірювань тиску і часу; $\varphi, \psi(t)$ – апроксимуючі функції, які залежать від методики інтерпретації і виду флюїду (нафта, газ).

Наприклад, для методу D.K. Horner і нафтового пласта [2–4]

$$\varphi = p_c, \quad \psi(t) = \ln \frac{t}{T+t}, \quad a_0 = p_{II}, \quad a_1 = \frac{\eta Q_c}{4\pi kh}; \quad (2)$$

для модифікованого методу D.K. Horner і нафтового пласта [2–4]

$$\varphi = p_c - p_c(T), \quad \psi(t) = \ln \frac{t}{T+t}, \quad a_0 = p_{II}, \quad a_1 = \frac{\eta Q_c}{4\pi kh} \ln \frac{2,25kT}{R_{СП}^2}, \quad a_1 = \frac{\eta Q_c}{4\pi kh};$$

для газового пласта при $T < 20t_{вр}$ [1]

$$\varphi = p_c^2, \quad \psi(t) = \ln \frac{t}{T+t}, \quad a_0 = p_{II}^2, \quad a_1 = \frac{\eta Q_{c0} p_0 \bar{z}_{II} T_{II}}{2\pi kh T_0}; \quad (4)$$

для газового пласта при $T > 20t_{вр}$ [1]

$$\varphi = p_c^2, \quad \psi(t) = \ln t, \quad a_0 = (p_c(0))^2 + \frac{a_1 \ln(2,25k^2)}{R_{СП}^2} + bQ_{c0}^2, \quad (5)$$

$$a_1 = \frac{\eta Q_{c0} p_0 \bar{z}_{II} T_{II}}{2\pi kh T_0};$$

і т. ін. Тут позначено: $T, t_{вр}$ – тривалість роботи свердловини з дебітом Q_c або Q_{c0} до її зупинки і відновлення тиску; p_{II}, T_{II} – пластовий тиск і температура; k, κ – проникність і п'єзопровідність пласта; η – в'язкість флюїду; h – товщина пласта; $R_{СП}$ – приведений радіус свердловини; Q_{c0} – дебіт газу за стандартних умов ($p_0 = 0,1013$ МПа, $T_0 = 293$ К); \bar{z}_{II} – коефіцієнт стисливості газу в пластових умовах.

Зазначимо, що оцінки параметрів моделі (1) за результатами вимірювань КВТ статистично залежні з матрицею коваріацій [7, 8]

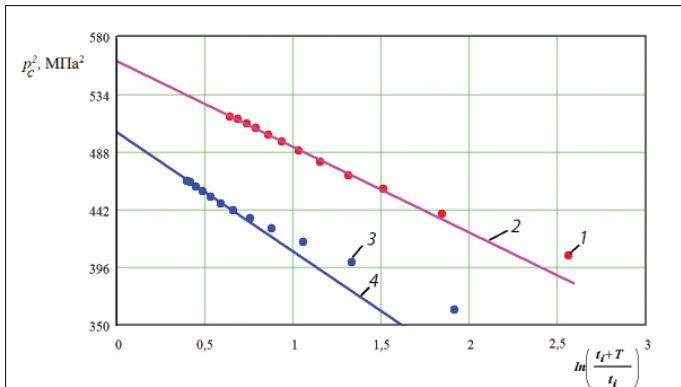


Рис. 1. КВТ св. 206 Мовчанівського НГКР до (дата досліджень 27.03.2009 р.) і після (1-5.04.2009 р.) проведення інтенсифікаційних робіт: 1, 3 – дані вимірювань; 2, 4 – результати обробки за методом D.K. Horner

$$O \equiv \begin{vmatrix} \sigma_0^2 & r_{01}\sigma_0\sigma_1 \\ r_{01}\sigma_0\sigma_1 & \sigma_1^2 \end{vmatrix} = (\varphi'(t)C^{-1}\varphi'^T(t))^{-1}, \quad (6)$$

де σ_0^2, σ_1^2 – оцінки дисперсій відповідно параметрів a_0 та a_1 ; r_{01} – оцінка коефіцієнта кореляції між цими параметрами; $\varphi'(t), \varphi'^T(t)$ – матриця похідних за оцінюваними параметрами пласта і транспонована до неї матриця; C – матриця коваріацій випадкової компоненти в задачі обробки даних гідродинамічних досліджень [7, 8].

Із довірчою ймовірністю α еліпсоїд оцінок параметрів моделі (1) задається нерівністю [9]

$$(a - \hat{a})^T O^{-1} (a - \hat{a}) < F_{\alpha; q; n-q} \quad (7)$$

де $F_{\alpha; q; n-q}$ – квантиль F -розподілу зі ступенями вільностей q та $n-q$; q – розмірність вектора параметрів моделі (1).

Статистичні оцінки складових параметрів a_0 і a_1 пласта (гідропровідність $G = kh/\eta$, проникність k і т. п.) будуються з використанням залежностей вигляду (2)–(5) та інших із

урахуванням інформації про закони і параметри розподілу вхідних відомих величин.

У загальному випадку за різних законів розподілу відомих величин для побудови статистичних оцінок складових параметрів β використовують методи статистичного моделювання або Монте-Карло [10]. Нехай вектор складових параметрів пласта подається із (2)–(5) і т.п. у вигляді

$$\beta = \beta(\lambda, \zeta, \xi), \quad (8)$$

де λ – точно відомі величини; ζ – неточно відомі статистично незалежні величини; ξ – неточно відомі статистично залежні величини. Тоді алгоритм побудови статистичних оцінок β зводиться до моделювання випадкових величин ζ та ξ , формування вибірок складових параметрів пласта і побудови їх статистичних оцінок.

У прикладному плані наявність статистичної інформації потребує формулювання і перевірки статистичних гіпотез, а в окремих випадках – побудови статистичних моделей прийняття рішень [7, 9, 11, 12]. Найбільш пріоритетними є статистичні гіпотези про векторні оцінки параметрів вигляду $H_0: a = a_*$ та $H_1: a = b$, де a, b – вектори параметрів пласта, a_* – деякий фіксований вектор параметрів пласта.

Перша з цих гіпотез перевіряється за допомогою статистики [9]

$$K = (\hat{a} - a_*)^T O^{-1} (\hat{a} - a_*) < F_{\alpha; q; n-q} \quad (9)$$

яка відповідає F -розподілу. Для перевірки гіпотези $H_0: a = b$ може бути використано критерій відношень функцій правдоподібності [11]

$$K = \frac{L(a)}{L(b)} < c, \quad (10)$$

де $L(a), L(b)$ – функції правдоподібності ($L(a) \geq L(b)$).

Параметр c приймається залежно від довірчої ймовірності α критерію перевірки гіпотези [11]:

Таблиця 1

Загальні відомості про об'єкти досліджень

Свердловина	Індекс горизонту	Інтервал перфоратації (верх/низ), м	Ефективна товщина, м	Дата проведення дослідження	Пластова температура, °С	Q_{cr}/σ_{Qr} , м³/с	Властивості газу			Час роботи свердловини до зупинки, год	Тривалість проведення дослідження, год
							$\bar{\rho}_r/\sigma_{\rho r}$	$\eta/\sigma_{\eta r}$, МПа·с	\bar{z}/σ_z		
206	T-1-2-3	2439/2478	48,9	27.03.09	85	1,3727/0,0206	0,637/0,025	0,011/0,0008	0,858/0,043	47	97
206	T-1-2-3	2439/2478	48,9	01-05.04.09	84	2,9502/0,0443	0,637/0,025	0,011/0,0008	0,858/0,043	9	10
167	T-1-2	2577/2998	46,2	20-25.02.10	89	0,0463/0,0007	0,626/0,025	0,011/0,0008	0,874/0,044	48	114
167	T-1-2	2577/2998	46,2	05-08.03.10	89	1,3704/0,0206	0,626/0,025	0,011/0,0008	0,874/0,044	20	63

ρ_r – відносна густина газу за повітрям, $\sigma_{Qr}, \sigma_{\rho r}, \sigma_{\eta r}, \sigma_z$ – середньоквадратичні відхилення

Таблиця 2

Результати інтерпретації КВТ на свердловинах Мовчанівського НГКР до і після проведення інтенсифікаційних робіт

Свердловина	До інтенсифікації				Після інтенсифікації			
	a_0/σ_{a_0} , МПа²/МПа²	a_1/σ_{a_1} , МПа²/МПа²	r_{01}	L , МПа⁻⁴	a_0/σ_{a_0} , МПа²/МПа²	a_1/σ_{a_1} , МПа²/МПа²	r_{01}	L , МПа⁻⁴
206	562,628/0,7956	-70,915/0,8574	-0,973	2,540	504,779/1,3756	-99,167/3,0088	-0,994	0,882
167	356,811/0,5870	-66,333/1,6170	-0,999	13,613	333,647/0,0554	-278,441/0,1947	-0,999	591,928

$$c = \frac{\alpha}{1 - \alpha}, \quad (11)$$

$$\sup P_0(K > c) = \alpha, \quad (12)$$

де P_0 – розподіл вибірки (10) для параметра b .

Перевірка статистичних гіпотез (9) і (10) із заданою довірчою ймовірністю α забезпечує обґрунтування суджень щодо ефективного впливу тих чи інших методів дії на привибійну зону пласта. Більш важливим є використання статистичної інформації в задачах прийняття рішень, які узагальнюють оцінювання параметрів, їх інтервалів надійності, формулювання і перевірку статистичних гіпотез тощо.

У задачах прийняття рішень у явному вигляді (грошовому або умовному) вводять числову функцію (функція втрат) наслідків, що виникають у результаті кожної дії в заданих умовах [12]. Наявність інформації про статистичні оцінки параметрів допускає побудову ймовірнісного простору можливих станів колекторських властивостей продуктивного пласта, що забезпечує достовірність моделювання гідродинамічних процесів і побудови функції втрат під час реалізації технології дії на привибійну зону пласта. Функція втрат відображає ситуації, які виходять за межі оцінювання і перевірки гіпотез.

На прикладах деяких свердловин Мовчанівського нафтогазоконденсатного родовища (НГКР) розглянемо статистичні оцінки параметрів продуктивних пластів за результатами гідродинамічних досліджень до і після їх солянокислотної обробки.

Дебіт св. 206 становив 254,88 тис. м³/добу газу і 79,5 т/добу конденсату. Після обробки пласта (35 м³ 15 %-го розчину соляної кислоти) дебіт газу сягнув 91,05 тис. м³/добу і конденсату 8 т/добу.

Св. 167 запущено в роботу з дебітом 4 тис. м³/добу. Після обробки пласта (200 м³ 15 %-го розчину соляної кислоти) дебіт газу становив 118,37 тис. м³/добу і конденсату 1 т/добу.

Загальні відомості про об'єкти дослідження наведено в табл. 1. Із урахуванням рекомендацій [1] обробку КВТ для газових свердловин виконували за (1) та (4) відповідно до методики [7, 8]. Клас 9 можливих гідродинамічних моделей продуктивного пласта (2) сформовано параметрично залежно від

Таблиця 3

Результати оцінювання параметрів продуктивних пластів на свердловинах Мовчанівського НГКР

Статистичні оцінки параметрів пласта	Св. 206		Св. 167	
	до інтенсифікації	після інтенсифікації	до інтенсифікації	після інтенсифікації
p_n , МПа	23,718 23,720	22,469 22,467	18,890 18,889	18,266 18,266
$G = (kh/\eta)10^{12}$, м ³ /Па·с	328,7 327,2	502,9 501,4	12,15 12,15	85,88 85,68
$k \cdot 10^{15}$, м ²	0,0742 0,0736	0,1136 0,1128	0,0029 0,0029	0,021 0,020
σ_p , МПа	0,016	0,029	0,015	0,001
$\sigma_G \cdot 10^{12}$, м ³ /Па·с	17,99	29,48	0,693	4,39
$\sigma_k \cdot 10^{15}$, м ²	0,0069	0,0108	0,00028	0,0019
r_{pG}	-0,210	-0,466	-0,412	-0,007
r_{pk}	-0,127	-0,290	-0,246	-0,007
r_{Gk}	0,556	0,581	0,597	0,546

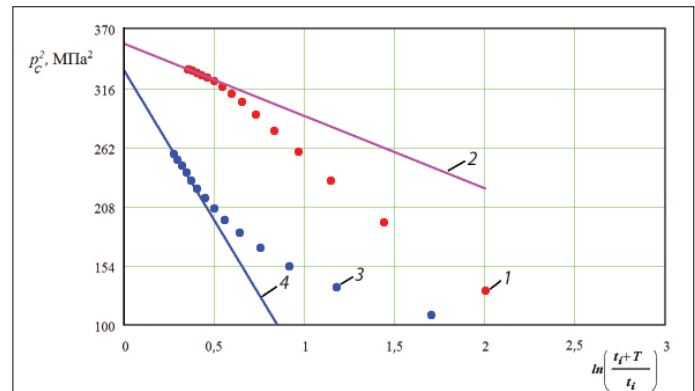


Рис. 2. КВТ св. 167 Мовчанівського НГКР до (дата досліджень 20–25.02.2010 р.) і після (5–8.03.2010 р.) проведення інтенсифікаційних робіт: 1, 3 – дані вимірювань; 2, 4 – результати обробки за методом D.K. Horner

кількості точок лінійної ділянки діагностичного графіка. Вибір найбільш адекватної гідродинамічної моделі пласта здійснювали за критерієм мінімуму дисперсії адекватності. Основні результати інтерпретації КВТ до і після інтенсифікаційних робіт наведено в табл. 2.

На рис. 1 і 2 показано КВТ продуктивних пластів за вимірюваннями до і після інтенсифікаційних робіт на св. 206 і 167 Мовчанівського НГКР, а також результати їх обробки. Аналіз свідчить про відповідність даних вимірювань умовам діагностики (1) із урахуванням (4). На рис. 3 із довірчою ймовірністю $\alpha = 0,05$ показано еліпсоїди оцінок параметрів моделі (1) за КВТ для св. 167. У табл. 2 наведено оцінки максимальних значень функцій правдоподібності для параметрів пласта за результатами обробки КВТ, умови (10) перевірки статистичних гіпотез $H_0: a = b$ із довірчою ймовірністю $\alpha = 0,05$ не виконуються для розглянутих свердловин. Це вказує на статистично значущу різницю оцінок параметрів моделі пласта (1) до і після інтенсифікаційних робіт, що також наглядно проілюстровано на рис. 1–3.

У табл. 3 наведено результати оцінювання параметрів продуктивних пластів за КВТ до і після соляно-кислотної обробки на св. 206 і 167 Мовчанівського НГКР. Статистичні оцінки параметрів пласта побудовано для моделі (1) і (4) за (8) за допомогою методу Монте-Карло. Моделювання параметрів a_0 та a_1 здійснювали для двовимірному нормального розподілу з матрицею коваріацій (6), а величин η , Q_{c0} і \bar{z} – для одновимірних нормальних розподілів ймовірностей. Вихідну інформацію для η , Q_{c0} і \bar{z} наведено в табл. 1. Об'єм вибірки статистичного моделювання 400.

Оцінки параметрів пласта (див. табл. 3), що включають інформацію про математичні сподівання пластового тиску p_n , гідропровідності G , коефіцієнта проникності k , їх середньоквадратичних відхилень (σ_p , σ_G , σ_k) та коефіцієнтів кореляцій r_{pG} (між p_n і G), r_{pk} (між p_n і k), r_{Gk} (між G і k), є повними за методом D. Horner для газового пласта. З метою порівняння у знаменнику (див. табл. 3) наведено оцінки середніх значень параметрів пласта без урахування інформації про точність. Аналіз цих даних вказує на їх незначну відмінність. В окремих випадках (для різних законів розподілу ймовірностей більшої невизначеності вихідних величин і т. ін.) відмінності між оцінками параметрів пласта можуть бути більш значущими.

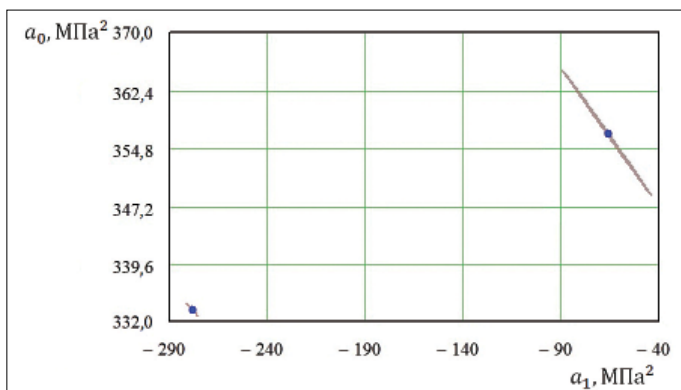


Рис. 3. Еліпсоїди оцінок параметрів моделі (1) за КВТ для св. 167 до і після проведення інтенсифікаційних робіт

Таблиця 4

Оцінки параметрів продуктивного пласта св. 167 Мовчанівського НГКР

Статистичні оцінки параметрів пласта	Кількість n статистичних експериментів					
	50	100	200	300	500	1000
p_{nr} , МПа	18,267	18,266	18,266	18,266	18,266	18,266
$G = (kh/\eta)10^{12}$, м ³ /Па·с	85,09	86,54	85,64	85,86	85,65	85,57
$k \cdot 10^{15}$, м ²	0,020	0,021	0,020	0,021	0,020	0,020
σ_p , МПа	0,0014	0,0015	0,0013	0,0016	0,0014	0,0015
$\sigma_G \cdot 10^{12}$, м ³ /Па·с	5,431	4,496	4,173	4,303	4,415	4,519
$\sigma_k \cdot 10^{15}$, м ²	0,0019	0,0021	0,0017	0,0018	0,0018	0,0019
r_{pG}	-0,068	-0,136	-0,038	-0,090	-0,031	-0,024
r_{pk}	-0,028	0,012	-0,070	-0,083	0,024	-0,022
r_{Gk}	0,650	0,658	0,581	0,573	0,621	0,566

У табл. 4 наведено результати оцінювання параметрів пласта (математичних сподівань і елементів матриці коваріацій) св. 167 (дата досліджень 05–08.03.2010 р.) залежно від кількості статистичних експериментів, аналіз яких свідчить про стійкість статистичних оцінок параметрів пласта при $n > 200$.

Дані табл. 3 вказують, зокрема, на вплив соляно-кислотної обробки на колекторські властивості продуктивного пласта. Результати гідродинамічних досліджень св. 206 свідчать про зростання гідропровідності в 1,5 раза внаслідок обробки горизонту Т-1-2-3, проте її дебіт зменшився. Ймовірною причиною останнього є кольматация кислотою теригенних відкладів продуктивного горизонту, з яких здійснювався основний відбір газу і конденсату до проведення робіт з інтенсифікації. Підвищення гідропровідності горизонту Т-1-2-3 зв'язано із його карбонатними відкладами. Для св. 167 гідродинамічні дослідження вказують на значні підвищення гідропровідності (в 7,1 раза) і дебіту газу (в 29,6 раза) та успішність інтенсифікаційних робіт.

Таким чином, використання інформації про точність оцінювання параметрів продуктивного пласта є важливим узагальненням методики обробки КВТ. Це дає змогу враховувати статистичні оцінки параметрів пласта в моделюванні задач розробки нафтових і газових родовищ, а також в умовах інформаційної невизначеності допускає

застосування статистичних моделей прийняття рішень з метою вибору обґрунтованих проєктів.

Список літератури

1. **Гриценко А.И.** Руководство по исследованию скважин / А.И. Гриценко, З.С. Алиев, О.М. Ермилов, В.В. Ремизов, Г.А. Зотов. – М.: Наука, 1995. – 523 с.
2. **Шагиев Р.Г.** Исследование скважин по КВД / Р.Г. Шагиев. – М.: Наука, 1998. – 304 с.
3. **Хисамов Р.С.** Гидродинамические исследования скважин и методы обработки результатов измерений / Р.С. Хисамов, Э.И. Сулейманов, Р.Г. Фархуллин, О.А. Никашев, А.А. Губайдуллин, Р.К. Ишкаев, В.М. Хусаинов. – М.: ОАО «ВНИИОЭНГ», 2000. – 228 с.
4. **Иктисанов В.А.** Определение фильтрационных параметров пластов и реологических свойств дисперсных систем при разработке нефтяных месторождений / В.А. Иктисанов. – М.: ОАО «ВНИИОЭНГ», 2001. – 212 с.
5. **Bourdet D.** Use of Pressure Derivative in Well-Test Interpretation / D. Bourdet, J.A. Ayoub, Y.M. Pirard // SPE Formation Evaluation. – 1989. – June. – Pp. 293–302.
6. **Чодри А.** Гидродинамические исследования нефтяных скважин / А. Чодри. – М.: ООО «Премиум Инжиниринг», 2011. – 687 с.
7. **Мыслюк М.А.** Методика обработки кривых восстановления давления / М.А. Мыслюк // НТВ «Каротажник». – 2009. – Вып. 7. – С. 112–120.
8. **Мыслюк М.А.** До оцінки параметрів продуктивних газових пластів за кривими відновлювання тиску / М.А. Мыслюк, В.Я. Петруняк // Нафт. і газова пром-сть. – 2012. – № 2. – С. 38–40.
9. **Ермаков С.М.** Математическая теория планирования эксперимента / С.М. Ермаков, В.З. Бродский, А.А. Жиглявский [и др.]. – М.: Наука, 1983. – 392 с.
10. **Ермаков С.М.** Статистическое моделирование / С.М. Ермаков, Г.А. Михайлов. – М.: Наука, 1982. – 296 с.
11. **Боровиков А.А.** Математическая статистика. – М.: Наука, 1984. – 472 с.
12. **Мыслюк М.А.** Моделювання явищ і процесів у нафтогазопромисловій справі / М.А. Мыслюк, Ю.О. Зарубін. – Івано-Франківськ: Екор, 1999. – 426 с.

Автори статті



Мыслюк Михайло Андрійович

Д-р техн. наук, професор кафедри буріння нафтових і газових свердловин ІФНТУНГ. Напрями наукових інтересів – вибір і прийняття технологічних рішень у бурінні свердловин, моделювання процесів буріння.

Петруняк Володимир Ярославович

Інженер із видобування нафти і газу СП «Полтавська газонафтова компанія», аспірант кафедри буріння нафтових і газових свердловин ІФНТУНГ. Закінчив Полтавський національний технічний університет ім. Ю.Кондратюка за спеціальністю видобування нафти і газу. Сфера наукових інтересів – гідродинамічні дослідження продуктивних пластів.

