

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЦЕЛЕВЫХ ФУНКЦИЙ ДЛЯ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ ПРОЦЕССА ОБРАБОТКИ НА СРЕДНИХ ТОКАРНЫХ СТАНКАХ

Васильева Л. В., Хорошайло В. В.

Проведен теоретический анализ целевых функций для многокритериальной оптимизации процесса обработки на средних токарных станках. Исследования проводились в реальном диапазоне изменения управляющих переменных, используемых при расчетах. В исследованиях выполнялись требования системного подхода для выявления полной номенклатуры критериев, обеспечивающих эффективность механической обработки деталей на средних токарных станках. Показано, что в пределах заданных ограничений существует минимум следующих критериев: затраты, производительность труда, расход твердого сплава, расход комплектов инструмента. Следовательно, существуют оптимальные по этому критерию значения переменных. Полученные результаты позволяют определить набор критериев оптимальности для многокритериальной оптимизации процесса механической обработки деталей.

Проведено теоретичний аналіз цільових функцій для багатокритеріальної оптимізації процесу обробки на середніх токарних верстатах. Дослідження проводилися в реальному діапазоні зміни керуючих змінних, використуваних при розрахунках. У дослідженнях виконувалися вимоги системного підходу для виявлення повної номенклатури критеріїв, що забезпечують ефективність механічної обробки деталей на середніх токарних верстатах. Показано, що в межах заданих обмежень існує мінімум наступних критеріїв: витрати, продуктивність праці, витрати твердого сплаву, витрати комплектів інструменту. Отже, існують оптимальні за цими критеріями значення змінних. Отримані результати дозволяють визначити набір критеріїв оптимальності для багатокритеріальної оптимізації процесу механічної обробки деталей.

The theoretical analysis of objective functions is conducted for multicriteria optimization of process of treatment on middle lathes. Researches were conducted in the real range of the managing variables used for calculations. In the studies meet the requirements of a systematic approach to identify the full range of criteria ensuring the effectiveness of machining at medium lathes. It is shown that within the given constraints there is at least the following criteria: cost, productivity, consumption of hard metal, the consumption of the toolkit. Consequently, there are optimal for these criteria variables. The obtained results allow to define a set of optimality criteria for multi-objective optimization process machining.

Васильева Л. В.

канд. техн. наук, ст. преп. кафедры ПМ ДГМА
pm@dgma.donetsk.ua

Хорошайло В. В.

ассистент кафедры ИГ ДГМА

УДК 519.8: 621.9.025

Васильева Л. В., Хорошайло В. В.

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЦЕЛЕВЫХ ФУНКЦИЙ ДЛЯ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ ПРОЦЕССА ОБРАБОТКИ НА СРЕДНИХ ТОКАРНЫХ СТАНКАХ

При исследовании достаточно сложных систем и объектов, таких, как технологическая система, постановки скалярной задачи оптимизации недостаточно, построение обобщенных функций полезности и эффективности является проблемой большой трудности, не всегда разрешимой, но потребности практики проектирования, создания и эксплуатации требуют учета и согласования различных требований наилучшим способом. Это вызывает необходимость использования многокритериальной оптимизации.

Оптимизация процесса механической обработки представляет сложную научную проблему при эксплуатации средних токарных станков. Алгоритм исследований состоит из нескольких этапов [1], часть из которых являются подготовительными к самой процедуре оптимизации. Первый этап – это определение семейства критериев оптимальности и их весовостей. Согласно требованиям системного подхода вначале необходимо выявить достаточно полную номенклатуру критериев, обеспечивающих эффективность механической обработки деталей на средних токарных станках. При этом необходимо рассматривать их с точки зрения возможности установления связи с управляющими переменными, то есть получения целевых функций. Такой анализ был проведен для различных случаев обработки на средних токарных станках. При черновом точении использовались критерии: затраты на обработку A , штучное время (величина, обратная производительности) $t_{ум}$, напряженность труда станочника H_p , расход твердого сплава R_c и в отдельных случаях – расход инструмента (кроме режущих пластин) R_{II} . Для чистовой обработки в качестве целевой функции должен использоваться коэффициент вариации стойкости W_T и в отдельных случаях – отношение гамма-процентной стойкости к средней T_γ / T , причем для упрощения задачи R_c и R_{II} могут не учитываться [2, 3]. Следующим этапом исследований является получение моделей исходных функций для оптимизации, их изучение.

Целью данной статьи является теоретический анализ целевых функций для определения факта существования многоцелевого оптимума. Сопутствующая задача – определение принципа выбора решения задачи многокритериальной оптимизации [4].

Вначале был проведен графический анализ зависимости некоторых целевых функций от оптимизируемых переменных (рис. 1). Результаты анализа сведены в табл. 1.

Таблица 1

Зависимости целевых функций от управляющих переменных

Целевые функции \ Переменные	s , мм/об	v , м/мин	D_c , мм	h , мм	l , мм
Приведенное время	U	↓	U	U	U
Штучное время	U	↓	↓	↓	↓
Расход сплава	↑	U	↓	U	↑
Расход инструмента	U	U	↓	↓	↓
Свертка $t_{ум}, R_c, R_{II}$	U	U	↓	U	U

Приведенные в таблице символы означают следующее:

U – целевая функция имеет минимум, ее оптимальное значение зависит от значений оптимизируемых переменных;

↑ – целевая функция увеличивается, оптимизируемые переменные будут стремиться принимать нижнее значение параллелепипедных ограничений;

↓ – целевая функция уменьшается, оптимизируемые переменные будут стремиться принимать верхнее значение параллелепипедных ограничений.

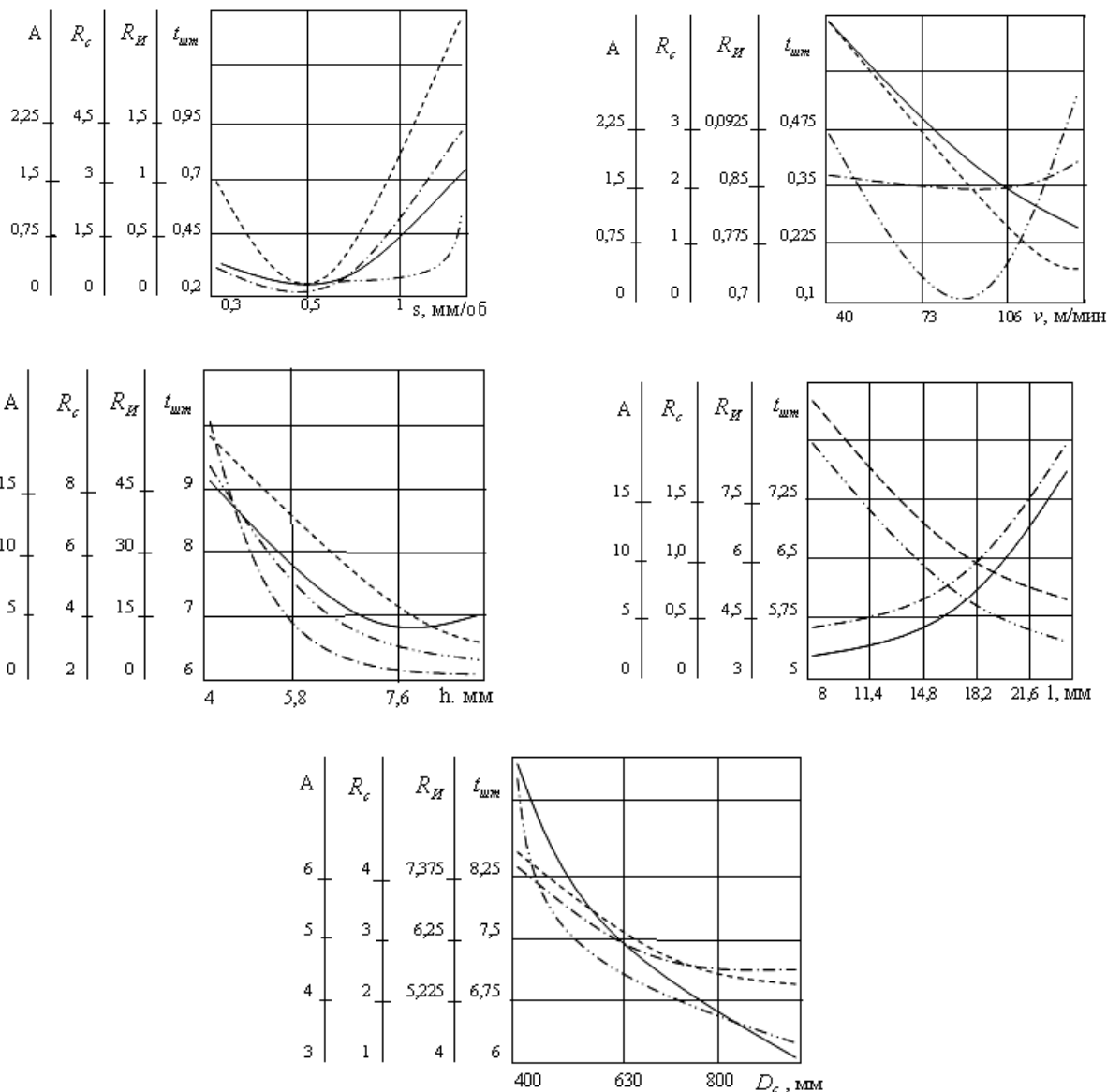


Рис. 1. Графики зависимости целевых функций от оптимизируемых переменных:

- функция приведенных затрат;
- - - функция штучного времени;
- · - функция расхода твердого сплава;
- · · функция расхода инструмента.

Полученные результаты позволяют утверждать, что экстремум в большинстве случаев существует и функции, описывающие критерии, выпуклы по соответствующим переменным. Следовательно, оптимизация возможна. Все выше приведенные результаты получены для реального диапазона изменения управляющих переменных, используемого при расчетах.

Установлено, что большое влияние на целевые функции оказывают подача и скорость резания, что соответствует известным данным. Однако, весьма велика роль толщины пластины, что мало отражено в нормативах. Следует учитывать также сечение державки резца, в частности ее высота, что также необходимо учитывать при инструментообеспечении рабочих мест.

Перед началом многокритериальной оптимизации целевые функции были подвергнуты формальному анализу. Определялись безусловные минимумы указанных целевых функций. Из условия минимума штучного времени можно записать:

$$\begin{cases} \frac{\partial t_{um}}{\partial s} = 0, & \frac{\partial t_{um}}{\partial h} = 0; \\ \frac{\partial t_{um}}{\partial v} = 0, & \frac{\partial t_{um}}{\partial l} = 0. \end{cases} \quad (1)$$

Решая систему (1), получим значение безусловного минимума функции штучного времени. Составив аналогичные системы для остальных целевых функций, получим следующие результаты (табл. 2). В этих точках матрица Гессе положительно определена, следовательно, они являются точками относительного минимума.

При анализе оптимального решения проверяется его чувствительность – устойчивость решения к внешним возмущениям, а именно, как влияют на оптимальные расчетные значения небольшие изменения величин компонент, обусловленных, к примеру, старением; неопределенность в расчетных данных; небольшие изменения в структуре системы. В данной работе исследовалась такая зависимость от основных функциональных ограничений системы – на величину периода стойкости (T , мин) и долю поломок (q) режущего инструмента. В качестве коэффициента чувствительности оптимального значения к относительно малым изменениям ограничивающего уравнения в случае, когда это ограничение активно, использовались множители Лагранжа.

Таблица 2

Безусловные минимумы некоторых целевых функций

Целевые функции \ Переменные	s^0 , мм/об	v^0 , м/мин	h^0 , мм	l^0 , мм	Минимум целевой функции
Штучное время	1,067	73,70	8,9	22,7	0,248
Расход инструмента	0,734	65,42	10,0	22,1	0,02
Расход сплава	0,300	150,0	6,0	8,0	$3 \cdot 10^{-6}$
Приведенные затраты	0,744	150,0	7,7	8,0	0,85

При решении следующей задачи:

$$\min f(x), \quad (2)$$

$$g_i(x) \leq b_i, \quad i = 1..m, \quad (3)$$

при изменении скаляров b_i множество допустимых решений также изменяется. Соответственно изменяется и точка минимума x^* . Производная:

$$\left. \frac{\partial f(x^*)}{\partial b_i} \right|_{b=0}, \quad 1 \leq i \leq m, \quad (4)$$

представляет собой чувствительность оптимального значения относительно небольших изменений параметра, определяющего ограничения. Вычислив эту производную, получили значения множителей Лагранжа, взятые с обратным знаком:

$$\left. \frac{\partial f(x^*)}{\partial b_i} \right|_{b=0} = -\lambda_i. \tag{5}$$

Применив формулу (5) к оптимальным значениям, получим значения λ_1, λ_2 (табл. 3).

Таблица 3

Множители Лагранжа

Целевые функции	λ_1	λ_2
Штучное время	+ 0,034	- 0,001
Расход инструмента	+ 0,009	- 0,001
Расход сплава	+ 0,955	- 0,02
Приведенные затраты	+ 0,843	- 0,005

Эта информация ценна для анализа постановки задачи. Из вида целевых функций следует, что наиболее зависимыми от величины ограничения на долю поломок являются целевые функции R_c и A , то есть при изменении ограничения на q существенно изменятся их оптимальные значения.

Знак «+» перед величинами λ_1 означает, что для уменьшения q следует уменьшить значения оптимизируемых переменных. Знак «-» перед λ_2 означает необходимость противоположного действия. Получаем, что долю поломок желательно снизить, период стойкости увеличить. Это соответствует смыслу задачи.

ВЫВОДЫ

На основе анализа целевых функций показано, что в большинстве случаев в пределах ограничений существует минимум критериев приведенных затрат, штучного времени, напряженности труда, расхода твердого сплава, расхода комплектов инструмента, а, следовательно, – оптимальные по этому критерию значения переменных. Целевые функции выпуклы и повсюду дифференцируемы. Чувствительность оптимума такова, что систему оптимизации можно считать устойчивой к внешним возмущениям. Значения критериев, показателей надежности и переменных при различных частных минимумах для точения на средних станках отличаются до 2–7 раз, что подтверждает многокритериальность задачи.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Краснокутская Л. В. Принятие решений при многокритериальной оптимизации / Л. В. Краснокутская, Г. Л. Хаеи // *Надійність інструменту та оптимізація технологічних систем* : збірник наукових праць. – Краматорськ : ДДМА, 1996. – Вып. 6. – С. 92–109.
2. Мироненко Е. В. К определению весовости критериев при оптимизации выбора режущего инструмента и режимов резания / Е. В. Мироненко, Л. В. Васильева // *Надійність інструменту та оптимізація технологічних систем* : збірник наукових праць. – Краматорськ : ДДМА, 2004. – Вып. 16. – С. 159–165.
3. Васильева Л. В. Исследование критериев оптимальности процесса механообработки / Л. В. Васильева, Е. В. Мироненко // *Надійність інструменту та оптимізація технологічних систем*: збірник наукових праць. – Краматорськ : ДДМА, 2009. – Вып. 24. – С. 102–105.
4. Хоменюк В. В. *Элементы теории многоцелевой оптимизации* / В. В. Хоменюк – М. : Наука, 1983. – 124 с.