

УДК 330.322

Г. В. САЛТИКОВА

м. Суми

a.saltykova@finance.sumdu.edu.ua

ВИЗНАЧЕННЯ БЮДЖЕТНОЇ НОРМИ ДИСКОНТУВАННЯ

Досліджено можливість використання ряду моделей часової структури відсоткових ставок для оптимізації бюджетної ставки дисконтування (моделі Васічека, Мертона, Кокса-Інгерсолла-Росса та ін.). Доведено, що при використанні даних моделей для вирішення поставленої задачі виникає ряд специфічних обмежень, які унеможливають їх застосування в чистому вигляді. За основу при визначенні оптимальної бюджетної ставки дисконту обрано середньозважену за всіма інструментами ставку рефінансування. Запропоновано підхід до встановлення бюджетної ставки дисконтування із врахуванням специфіки формування ставки рефінансування та її випадкових коливань у часі.

Ключові слова: бюджетна норма дисконтування, моделі процентних ставок, моделі часової структури.

Сучасний стан економіки України обумовив особливу актуальність розв'язання питань, пов'язаних з ефективністю та раціональністю прийняття управлінських рішень відносно розміщення державних інвестицій. Сучасні кризові умови зумовили не тільки скорочення обсягів внутрішніх та зовнішніх інвестиційних потоків від суб'єктів господарювання, а й визначили нові вимоги до проведення державної інвестиційної політики в умовах обмеженого обсягу ресурсів та нестабільного стану фінансової системи країни. В даних умовах інвестиційна політика держави повинна бути спрямована як на стимулювання розвитку найбільш важливих напрямків функціонування економіки, так і на максимально ефективне використання існуючих фінансових ресурсів.

Важливим інструментом, який виступає основою обґрунтування доцільності прийняття рішень щодо інвестування державних коштів виступає бюджетна норма дисконтування. Визначення адекватного значення даного параметра є дуже складним та багатограничним процесом, і повинно враховувати прогнозні економічні та соціальні характеристики функціонування держави. Врахування показника бюджетної норми дисконтування в процесі аналізу інвестиційного проекту дає можливість зробити висновок про рівень його прибутковості та прийняти виважене інвестиційне рішення.

Результати досліджень з питань ефективного державного інвестування, впровадження державно-приватних партнерств у різних економічних сферах знайшли відображення у працях Т. А. Васильєвої, О. В. Жулина, Корольова В. О., О. О. Терещенка та інших. Разом із ґрунтовною опрацьованістю ряду аспектів недостатньо дослідженим залишаються питання, пов'язані із встановленням чисельного значення та прогнозуванням бюджетної ставки дисконтування.

Метою статті є дослідження можливості застосування різних моделей процентних ставок та їх адаптації для формалізації бюджетної норми дисконту.

Числова характеристика зміни бюджетної норми дисконту, враховуючи невизначеність параметрів її формування, передбачає моделювання на основі застосування особливостей венерівського процесу і може бути описана за допомогою стохастичного диференціального рівняння:

$$dx = \mu_x(t, x)dt + \sigma_x(t, x)d\omega, \quad (1)$$

де x – ставка рефінансування (середньозважена ставка за всіма інструментами), дана змінна містить елементи випадкового характеру, тобто її можна вважати випадковою змінною, яка залежить від часу t і стану фінансового ринку; dt – нескінченно малий проміжок часу; dx – приріст величини x за час dt ; $\mu_x(t, x)$ – очікуване значення річного приросту ставки рефінансу-

вання; $\sigma_x(t, x)$ – стандартне відхилення річного приросту ставки рефінансування, тобто показник волатильності; ω – стандартний венерівський процес, тобто залежна від часу випадкова змінна $\omega(t)$, прирощення якої за час $\Delta\omega = \omega(t + \Delta t) - \omega(t)$ виступають незалежними нормально розподіленими випадковими величинами, очікуване значення яких дорівнює нулю, а стандартне відхилення $\sqrt{\Delta t}$.

Аналізуючи співвідношення (1) при формалізації кількісної характеристики бюджетної норми дисконту, необхідно зазначити, що перша складова рівняння $\mu_x(t, x)dt$ відповідає загальній тенденції встановлення рівня ставки рефінансування, в той час як друга $\sigma_x(t, x)d\omega$ відображує випадкові коливання даного показника в часі.

Паралельно із зазначеним аспектом, відмітимо особливість співвідношення (1), сутність якого полягає в тому, що даний математичний вираз виступає основою побудови ряду моделей визначення бюджетної норми дисконту для різних значень зміни параметрів її формування. Так, найпоширенішими моделями в розрізі опису моделей процентних ставок та їх адаптації для формалізації бюджетної норми дисконту виступають моделі Васічека, Мертона, Халла-Уайта, Хо-Лі, Кокса-Інгерсолла-Росса та інші [1; 2; 3; 4; 5; 6], узагальнення яких у вигляді однофакторного випадку можна представити наступним чином:

$$dx = (\mu_1 + \mu_2 x)dt + sr^\beta d\omega. \quad (2)$$

На основі використання стохастичного диференційного рівняння (2) розглянемо можливі комбінації параметрів формування бюджетної норми дисконту та особливості практичного використання кожного з них.

Так, при $\mu_1 = \alpha\mu$, $\mu_2 = -\alpha$, $\beta = 0$ отримуємо модель Васічека, яку часто називають моделлю часової структури відсоткових ставок, в якій динаміка короткострокової ставки має тенденцію повернення до рівноважного значення. В нашому випадку, адаптацію моделі Васічека до формалізації бюджетної норми дисконту можна інтерпретувати як модель часової структури бюджетної норми дисконту, в якій динаміка ставки рефінансування має тенденцію повернення до рівноважного

значення, і математично представити у вигляді:

$$dx = \alpha(\mu - x) dt + \sigma d\omega, \quad (3)$$

де $\mu_x(t, x) = \alpha(\mu - x)$; μ – константа, яка визначає довгострокове рівноважне значення ставки рефінансування; α – параметр, що відображує швидкість наближення x до рівноважного значення μ ; $\sigma_x(t, x) = \sigma$ – стандартне відхилення приросту бюджетної норми дисконту, яке виступає константою, тому не залежить від часу та значення x .

Розв'язок диференційного рівняння (3) визначає числову характеристику бюджетної норми дисконту у випадку проведення стабільної як інвестиційної, так і грошово-кредитної політики і передбачає визначення оптимального (рівноважного) значення ставки рефінансування та постійної підтримки даного рівня.

$$\begin{aligned} p(t, T) &= p(\tau) = e^{-\chi(\tau)\tau}, \\ \chi(\tau) &= x \frac{\phi(\tau)}{\tau} + \left(\mu - \frac{\lambda\sigma}{\alpha} - \frac{\sigma}{2\alpha^2} \right) \frac{\tau - \phi(\tau)}{\tau} + \frac{(\sigma\phi(\tau))^2}{4\alpha\tau}, \\ \phi(\tau) &= \frac{1 - e^{-\alpha\tau}}{\alpha}, \\ \Psi(\tau) &= \left(\mu - \frac{\lambda\sigma}{\alpha} - \frac{\sigma}{2\alpha^2} \right) (\tau - \phi(\tau)) + \frac{(\sigma\phi(\tau))^2}{4\alpha}, \end{aligned} \quad (4)$$

де T – термін надання державних інвестиційних коштів; t – поточний момент часу; $\tau = T - t$.

У той же час, зазначимо, що застосування адаптації моделі Васічека до розрахунку бюджетної норми дисконту можливе лише за умови жорсткого встановлення Національним банком України відповідних рівнів відсоткових ставок за кредитами, депозитами та ставок на міжбанківському ринку.

Дана ситуація в сучасних умовах розвитку економіки країни є неможливою і визначає обмеженість практичної реалізації даної моделі. Крім того, зі значним викривленням результатів, отриманим за допомогою даного підходу, можна стикнутись в кризових умовах, пов'язаних зі значною зміною певних параметрів, які в моделі Васічека виступають константами. Врахувати дані обмеження дозволяє використання моделі Мертона. Отримати модель Мертона, використовуючи узагальнюючу однофакторну модель (2), і в

подальшому провести її адаптацію до розрахунку бюджетної норми дисконту виявляється можливим за рахунок введення наступних спрощень: $\mu_2 = 0$, $\beta = 0$, а також врахування усіх параметрів моделі в якості констант. Паралельно із зазначеними аспектами, зазначимо, що специфічною особливістю моделі Мертона, на відміну від розглянутого вище підходу Васічека, є відсутність в динаміці тенденції повернення короткострокової ставки до її рівноважного значення. В межах адаптації даної моделі до випадку визначення числової характеристики бюджетної норми дисконту, зазначений факт інтерпретується як відсутність жорсткої політики з точки зору органів державної влади в напрямку регулювання відповідної ставки. Як наслідок, ставка рефінансування має можливість вільно пристосовуватись до умов ринкової економіки.

Отже, еквівалент моделі Мертона для випадку визначення бюджетної норми дисконту можна описати наступним диференціальним рівнянням динаміки ставки рефінансування:

$$dx = \mu dt + \sigma d\omega, \quad (5)$$

де μ , σ – константи.

Знаходження розв'язку рівняння (5) дозволяє формалізувати математичний вираз для визначення бюджетної норми дисконту, враховуючи припущення моделі Мертона щодо відсутності в динаміці тенденції повернення ставки рефінансування до її рівноважного значення:

$$\begin{aligned} p(\tau) &= e^{-x\tau - \psi(\tau)}, \\ \chi(\tau) &= x + \frac{1}{2}(\mu - \lambda\sigma)\tau - \frac{1}{6}\sigma^2\tau^2, \quad (6) \\ \psi(\tau) &= \frac{1}{2}(\mu - \lambda\sigma)\tau^2 - \frac{1}{6}\sigma^2\tau^3. \end{aligned}$$

На основі аналізу співвідношення (6) необхідно зазначити, що модель Мертона, як і модель Васічека, не позбавлена недоліків. В першу чергу це стосується того факту, що в даному випадку ставка рефінансування зображується як квадратична функція часу, хоча проведені дослідження, свідчать про наявність у цій функції також косинусоїди, логарифмічної, прямої, оберненої та експоненційної залежності. В свою чергу, це може призвести до звуження діапазону застосування (в

процесі прийняття управлінських рішень щодо здійснення інвестування) бюджетної норми дисконту, отриманої за допомогою моделі Мертона, а також неможливості її використання в довгостроковій перспективі за рахунок значного відхилення розрахованого значення бюджетної норми дисконту від її реального значення. Саме тому на практиці широко використовується альтернативний підхід у вигляді моделі Кокса-Інгерсолла-Росса.

Модель Кокса-Інгерсолла-Росса (точніше, її пристосування до досліджуваної проблеми) – модель часової структури, побудована на основі врахування ідеї підтримки рівноважного значення бюджетної норми дисконту на основі аналізу оптимальних рішень економічних агентів, а не просто реалізації жорсткої політики державних органів контролю. Саме дана особливість забезпечує можливість використання даної моделі при прийнятті гнучких оперативних управлінських рішень в області досягнення бажаного рівня ефективності інвестування ключових напрямків соціально-економічного розвитку країни за рахунок державних коштів.

Крім того, необхідно зазначити, що модель Кокса-Інгерсолла-Росса ґрунтується на припущенні, яке полягає в тому, що у стані рівноваги ставка рефінансування виступає лінійною функцією залежності від випадкового фактора. Виходячи з даного факту, а також приймаючи в моделі (2) $\beta = 1/2$, проведемо формалізацію динаміки зміни бюджетної норми дисконту за допомогою наступного математичного співвідношення:

$$dx = \alpha(\mu - x)dt + \sigma\sqrt{x}d\omega. \quad (7)$$

Розв'язок диференціального рівняння (7) характеризує оптимальне числове значення бюджетної норми дисконту:

$$\begin{aligned} p(t, T) &= p(\tau) = e^{-\chi(\tau)\tau}, \\ \chi(\tau) &= x \frac{\phi(\tau)}{\tau} + \frac{\psi(\tau)}{\tau}, \\ \phi(\tau) &= -\frac{sh(\gamma\tau)}{\gamma ch(\gamma\tau) + (1/2)\alpha sh(\gamma\tau)}, \\ \psi(\tau) &= \frac{2\alpha\mu}{\sigma^2} \ln \left(\frac{\gamma \exp(\alpha\tau/2)}{\gamma ch(\gamma\tau) + (1/2)\alpha sh(\gamma\tau)} \right), \quad (8) \\ \gamma &= \frac{\sqrt{\alpha^2 + 2\sigma^2}}{2}, \end{aligned}$$

де $sh(\cdot)$, $ch(\cdot)$ – гіперболічний синус та косинус відповідно;

$$sh(z) = \frac{e^z - e^{-z}}{2}, \quad ch(z) = \frac{e^z + e^{-z}}{2}.$$

Підводячи підсумок описаним вище математичним моделям та їх адаптації до визначення бюджетної норми дисконту, зазначимо наступні аспекти їх практичного застосування при прийнятті ефективних інвестиційних рішень:

- модель Васічека доцільно використовувати у випадку проведення стабільної як інвестиційної, так і грошово-кредитної політики і попереднього визначення оптимального (рівноважного) значення ставки рефінансування та постійної підтримки даного рівня;
- модель Мертона доцільно використовувати у випадку відсутності жорсткої політики з точки зору органів державної влади в напрямку регулювання відповідної ставки і підтримки можливості вільного пристосування ставки рефінансування до умов ринкової економіки;

- модель Кокса-Інгерсолла-Росса доцільно використовувати у випадку підтримки рівноважного значення бюджетної норми дисконту на основі аналізу оптимальних рішень економічних агентів, а не просто реалізації жорсткої політики державних органів контролю.

Список використаних джерел

1. Конюховский П. В. Математические методы исследования операций в экономике : учебное пособие / П. В. Конюховский. — СПб. : Питер, 2000. — 208 с.
2. Математические методы в социально-экономических исследованиях : сборник научных статей / под ред. проф. С. М. Ермакова и д-ра физ.-мат. наук В. Б. Меласа. — СПб. : Петрополис, 1996. — С. 8—33.
3. Хазанова Л. Э. Математическое моделирование в экономике : учебное пособие / Л. Э. Хазанова. — М. : БЕК, 1998. — 141 с.
4. Vasicek O. An equilibrium characterization of the term structure [Text] / O. Vasicek // Journal of Financial Economics, Volume 5, Issue 2, November 1977, Pages 177—188.
5. Vasicek O. The economics of interest rates [Text] / O. Vasicek // Journal of Financial Economics, Volume 76, Issue 2, May 2005, Pages 293—307.
6. Merton R. Financial innovation and the management and regulation of financial institutions [Text] / R. Merton // Journal of Banking & Finance, Volume 19, Issues 3—4, June 1995, Pages 461—481.

H. SALTYKOVA

Sumy

DETERMINATION OF THE BUDGETARY DISCOUNT RATE

The problem of determining the budgetary discount rate acquires the special actuality in the process of choosing the priority of state financing of the investment projects in modern conditions. The possibility of usage of some models of interest rate temporal structure (Vasicek, Merton, Cox-Ingersoll-Ross models and others) for budgetary discount rate optimization is investigated. It is proved that usage of these models to solve the identified problem causes a number of specific limitations which make it impossible to use them in its pure form. As the base for determining the optimal budgetary discount rate is selected the weighted average on all instruments rate of refinancing. The approach to budgetary discount rate determination taking into account specificity of refinancing rate formation and its random fluctuations over time is suggested.

Key words: budgetary discount rate, interest rate models, temporal structure models.

A. В. САЛТЫКОВА

г. Сумы

ОПРЕДЕЛЕНИЕ БЮДЖЕТНОЙ СТАВКИ ДИСКОНТИРОВАНИЯ

В современных условиях при выборе приоритетности финансирования государством инвестиционных проектов особую актуальность приобретает проблема определения бюджетной ставки дисконтирования. Исследована возможность использования ряда моделей временной структуры процентных ставок для оптимизации бюджетной ставки дисконтирования (модели Васічека, Мертона, Кокса-Інгерсолла-Росса и др.). Доказано, что при использовании данных моделей для решения поставленной задачи возникает ряд специфических ограничений, которые делают невозможным их применение в чистом виде. За основу при определении оптимальной бюджетной ставки дисконта избрана средневзвешенная по всем инструментам ставка рефинансирования. Предложен подход к установлению бюджетной ставки дисконтирования с учетом специфики формирования ставки рефинансирования и ее случайных колебаний во времени.

Ключевые слова: бюджетная ставка дисконтирования, модели процентных ставок, модели временной структуры.

Стаття надійшла до редколегії 02.11.2015