



УДК 66.086.2

МОДЕЛЮВАННЯ ЕЛЕКТРИЧНОГО ПОЛЯ В ПРОГРАМІ MATLAB

Дубініна С. В. інженер

Таврійський державний агротехнологічний університет

Тел. (0619) 42-11-74

Анотація. В роботі надані результати математичного моделювання електричного поля, створеного циліндричними електродами з використанням функції комплексного потенціалу та програмних засобів MATLAB. Представлено лістинг програм для побудови топології потенціалу та напруженості електричного поля.

Ключові слова – комплексний потенціал, напруженість, електричне поле, електрод.

Постановка проблеми. Розрахунок параметрів електричного поля зустрічається в багатьох задачах електротехніки і електротехнологій, зокрема, при проектуванні електродних водонагрівачів, електросепараторів, електрофільтрів та інших пристроїв електронно-іонної технології [1].

Розрахунок електричного поля для більшості електродних систем, за винятком безкінечних паралельних пластин та коаксіальних циліндрів, викликає значні складності. У зв'язку з тим, що багато прикладних задач потребує аналітичного представлення залежностей складових вектора напруженості електричного поля від координат, розв'язання рівняння Лапласа числовими методами є недостатнім.

Тому є актуальним дослідження аналітичних методів опису електричного поля складних систем електродів з аналізом результатів в програмі MATLAB.

Аналіз останніх досліджень. На даний час розроблено ряд математичних методів для вирішення електростатичної задачі: метод Гріна, методи теорії функції комплексної змінної, наближені, числові та інші методи [2,3].

Досить поширеними в електротехніці є електроди у вигляді паралельних циліндрів. В таких електродних системах параметри електричного поля не залежать від однієї з координат, і поля, створені такими електродними системами, можна вважати плоскими.



Розрахунок будь-якого плоского поля зводиться до рішення двомірного рівняння Лапласа при заданих граничних умовах, тобто знаходженню потенціалу $\varphi(x, y)$. При розв'язанні задачі Діріхле можуть використовуватися методи теорії функції комплексної змінної, тому що поле, при довжині електродів багато більшій за відстань між ними, можна розглядати як таке, що залежить тільки від двох координат. Одним з цих методів є метод заданого комплексного потенціалу [2].

Формулювання цілей статті. Робота направлена на розробку та дослідження в програмі MATLAB математичної моделі електричного поля паралельних циліндрів.

Основна частина. Комплексний потенціал електричного поля поза межами циліндричних електродів при умові, коли відстань між осями циліндрів перевищує їх діаметр, задається виразом [2]:

$$W = \frac{i(U_1 - U_2)}{2 \ln D} \ln(z - D) \frac{R}{z}, \quad (1)$$

де W - комплексний потенціал, В;

U - потенціали електродів, В;

z - комплексна координата, м;

D - відстань між осями циліндрів, м;

R - радіус циліндрів, м.

Для визначення напруженості електричного поля з використанням заданої формулою (1) комплексного потенціалу використовується формула [1]:

$$\vec{E} = -i \frac{dW}{dz} . \quad (2)$$

Для розрахунку складових вектора напруженості електричного поля за формулою (2) необхідно взяти похідну від комплексного потенціалу, з якої виділити дійсну та уявну частини, після цього отрима-



ти комплексно спряжену величину. Після помноження отриманої функції на $-i$, буде знайдена комплексна функція від координат. Дійсна частина функції буде відповідати X - складовій напруженості поля, а уявна - Y - складовій. Наведений алгоритм дуже часто приводить до складних громіздких виразів, що суттєво ускладнює розв'язання електростатичної задачі. В таких випадках доцільно використовувати програмні засоби MATLAB.

Ще більше ускладнюється задача, коли потрібно знайти вирази для сили, яка діє на поляризовану частинку в неоднорідному електричному полі [4]:

$$\vec{F} \equiv \frac{dW_z}{dz} \overline{\frac{d^2W_z}{dz^2}} \quad (3)$$

Для побудови топології електричного поля та поля сил візьмемо першу та другу похідні від комплексного потенціалу:

$$\frac{dW_z}{dz} = i \frac{D(U_1 - U_2)}{\frac{2 \ln D}{R} z(z - D)}; \quad (4)$$

$$\frac{d^2W_z}{dz^2} = -i \frac{D(U_1 - U_2)(2z - D)}{\frac{2 \ln D}{R} z^2(z - D)^2}. \quad (5)$$

Отримані формули дозволяють побудувати в програмі MATLAB розподіл потенціалу в міжелектродній області, складові вектора напруженості електричного поля та вектора сил, що діє на поляризовані частинки. Для цього використовувались наступні оператори MATLAB: «conj»- перетворення в комплексно спряжену функцію; «real» - виділення дійсної частини комплексної функції; «imag» - виділення уявної частини комплексної функції [5].

Лістинги програми для візуалізації потенціалу, складових напруженості електричного поля та складових сили показані в таблиці 1. Отримані за результатами моделювання залежності при $U_1 = 0\text{В}$, $U_2 = 1\text{В}$, $D=0,1\text{ м}$, $R=0,01\text{ м}$ представлені на рис.1.

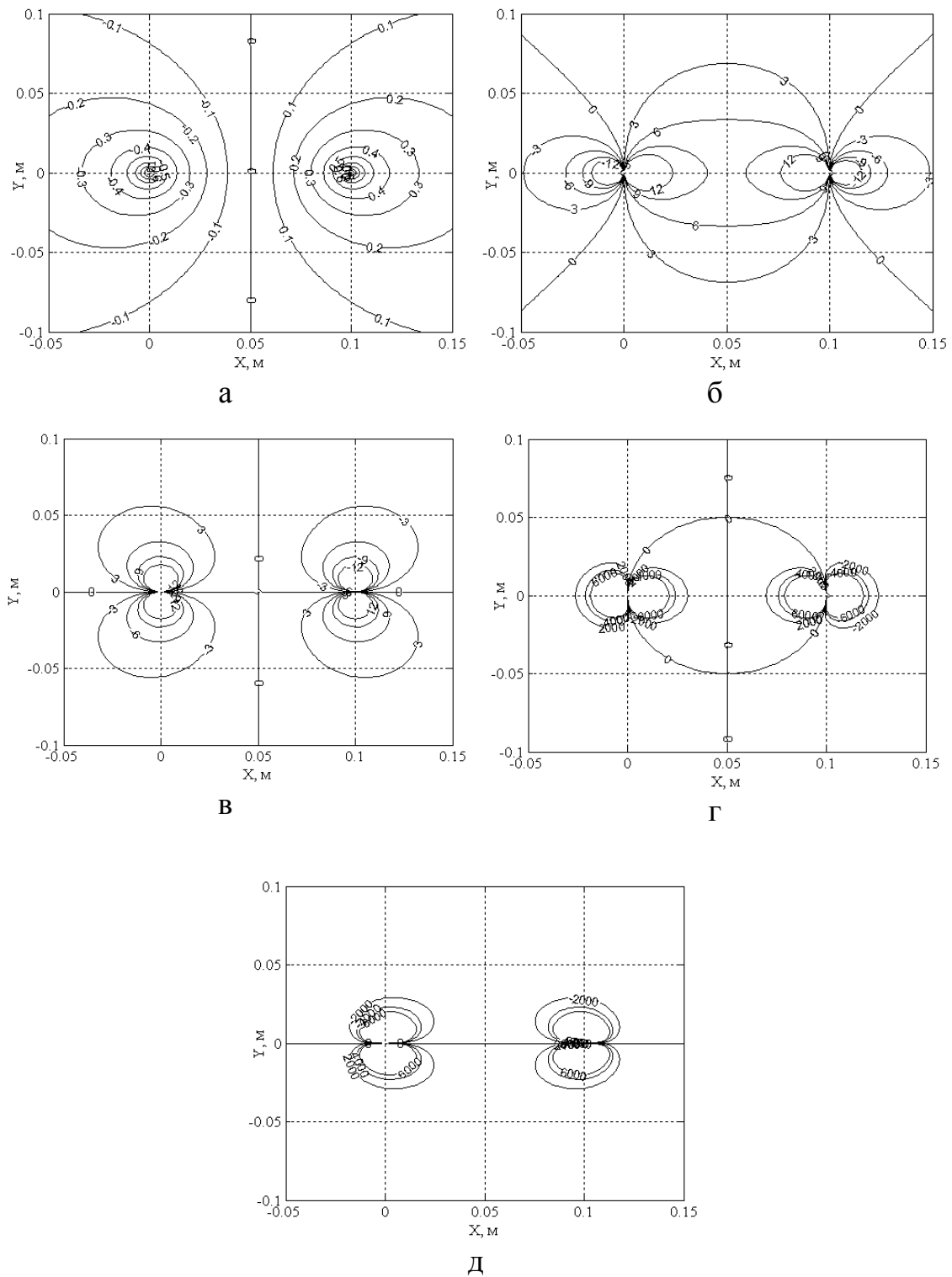


Рис. 1. Результати моделювання електричного поля:

- а - потенціал електричного поля;
- б - X- складова напруженості електричного поля;
- в - Y- складова напруженості електричного поля;
- г - X- складова сили;
- д - Y- складова сили



Таблиця 1

Лістинг програми MATLAB для розрахунку параметрів електричного поля

Параметр	Лістинг
Потенціал	<pre>[x,y]=meshgrid(-0.05:0.002:0.15,-0.1:0.002:0.1); z=x+i*y; U1=0; U2=1; D=0.1; R=0.01; W=0.5*i*((U1-U2).*log((z-D)./z))./log(D/R) F=real(z); S=imag(z);N=imag(W);g=-1:0.1:1; [c,h]=contour(F,S,N,g);</pre>
Напруженість	<pre>[x,y]=meshgrid(-0.05:0.002:0.15,-0.1:0.002:0.1) z=x+i*y;U1=0; U2=1; D=0.1; R=0.01; W1=conj(0.5*D*((U1-U2)./log(D/R))./(z-D)./z); F=real(z);S=imag(z);N=real(W1);g=-12:3:12 [c,h]=contour(F,S,N,g);</pre>
Сила	<pre>[x,y]=meshgrid(-0.05:0.002:0.15,-0.1:0.002:0.1) z=x+i*y;U1=0; U2=1; D=0.1; R=0.01 W1=i*0.5*D*((U1-U2)./log(D/R))./(z-D)./z); W2=-i*0.5*D*(U1-U2)*(2*z-D)./log(D/R)./(z-D).^2./z.^2 F=W1.*conj(W2);P=real(z);S=imag(z);N=imag(F) g=-6000:2000:6000; [c,h]=contour(P,S,N,g)</pre>

Висновки. Методи теорії функції комплексної змінної та використання програмних засобів MATLAB дозволили визначити параметри електричного поля: потенціал, компоненти вектора напруженості та компоненти вектора сили, що діє на поляризовану частинку як функції координат для циліндричних електродів. Отримані результати у вигляді лістингу програми можуть бути використані при проектуванні електротехнологічних установок, в яких використовується електричне поле.

Література

1. Живописцев Е. Н. Электротехнология и электрическое освещение / Е. Н. Живописцев, О. А. Косицын. - М.: Агропромиздат, 1990. - 303 с.
2. Миролюбов Н.Н. Методы расчета электростатических полей / Н.Н. Миролюбов, М.В. Костенко, М.Л. Левинштейн, Н.Н. Тиходеев. - М.: Высшая школа, 1963. - 415 с.
3. Лаврентьев М.А. Методы теории функции комплексного переменного / М.А. Лаврентьев, Б.В. Шабат. - М.: Наука, 1987. - 740 с.
4. Назаренко І. П. Теоретичні дослідження взаємодії електричного поля з діелектричними суспензіями в багатоелектродних системах / І. П. Назаренко // Праці Таврійського державного агротехнологічного університету: наук. фах. видання. - Мелітополь: ТДАТУ, 2012. - Вип. 12, т. 1. - С. 35-45.
5. Чен К. MATLAB в математических исследованиях / К. Чен, П. Джиблин, А. Ирвинг. - М.: Мир, 2001. - 346 с.



МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ В ПРОГРАММЕ MATLAB

Дубинина С. В

Аннотация

В работе представлены результаты математического моделирования электростатического поля параллельных цилиндров, которое встречается во многих задачах электротехники. Для аналитического решения задачи использовались методы теории функции комплексной переменной, в частности, метод заданного комплексного потенциала. Получены решения для напряженности поля, градиента напряженности поля и произведения напряженности поля на градиент напряженности. Осуществлена визуализация в программе MATLAB потенциала поля, составляющих вектора напряженности электрического поля и составляющих вектора произведения напряженности поля на градиент напряженности. Полученные результаты могут быть использованы при проектировании электротехнологического оборудования.

MODEL OF THE ELECTRIC FIELD IN THE MATLAB PROGRAMS

S. Dubinina

Summary

The results of mathematical simulation of the parallel cylinders electrostatic field, which is encountered in many electrical engineering problems, are presented in this paper. For the analytical solution of the problem, the methods of the theory of a complex function variable were used, in particular, the method of a given complex potential. Solutions are obtained for the field strength, the field strength gradient, and the product of the field strength by the intensity gradient. The field potential visualization in the MATLAB program is carried out that make up the electric field strength vector and the multiplication of product field strength and product components on the intensity gradient. The obtained results can be used in the design of electrotechnological equipment.