УДК 372.853;530.12

О. Ю. Орлянський,
кандидат фізико-математичних наук, доцент
(Дніпропетровський національний університет ім. Олеся Гончара)
olegorl1@gmail.com

СПЕЦІАЛЬНА ТЕОРІЯ ВІДНОСНОСТІ БЕЗ ПАРАДОКСАЛЬНИХ ПОСТУЛАТІВ

Анотація

Спеціальну теорію відносності зазвичай викладають, використовуючи постулат Ейнштейна про незалежність швидкості світла у вакуумі від швидкості випромінювача. Парадоксальність цього постулату, на думку багатьох, і є причиною парадоксів теорії, які продовжують дивувати і навіть викликати супротив вже понад сто років. У роботі показана хибність такої думки. Перетворення Лоренца отримані без постулату Ейнштейна про швидкість світла, без використання чотирьохвимірного інтервалу простору-часу Мінковського і без посилання на електродинаміку та рівняння Максвелла.

Ключові слова: спеціальна теорія відносності, перетворення Лоренца, простір швидкостей.

Summary

A special theory of relativity is usually studied using Einstein's postulate of the independence of the speed of light in vacuum from the radiation source velocity. According to the current opinion, the paradox of this postulate is the reason for the paradoxes of the theory, which continue to surprise and even cause resistance for more than a hundred years. The paper shows the falsity of such an opinion. Lorentz transformations are obtained without Einstein's postulate on the speed of light, without using the four-dimensional Minkowski space-time interval and without reference to electrodynamics and Maxwell's equations.

Key words: special relativity, Lorentz transformations, velocity space.

Постановка проблеми. Спеціальна теорія відносності (СТВ) вже давно стала інженерною дисципліною, взяти хоча б GPS-навігацію, яка завдячує своїй точності саме врахуванню релятивістських ефектів. Упевненість наукової світової спільноти в СТВ і незмінному значенню швидкості світла у вакуумі виявилась настільки великою, що у 1983 р. на 17-й Генеральній конференції мір і ваг у прийнятій одноголосно резолюції метр визначається через швидкість світла у вакуумі [1] . Фактично відбулася зміна еталонів. Замість міжнародного еталону довжини вже 34 роки використовують еталон швидкості, а саме 299 792 458 м/с точно (постульоване значення швидкості світла у вакуумі). У той самий час в інтернеті існує багато сайтів і спільнот, де теорія відносності вважається світовим запамороченням, а постулат Ейнштейна про незмінне значення швидкості світла – еталоном абсурду. На наш погляд, однією з головних причин таких поглядів є традиційний підхід до вивчення СТВ, який виходить з парадоксального постулату про стале значення швидкості світла у вакуумі або твердження про зв'язок між часом і простором у вигляді чотирьохвимірного псевдоевклідового інтервалу Мінковського [2]. В обох випадках пропонується в це повірити, хоча існує інший послідовний і логічний підхід, який і буде продемонстрований далі.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Перетворення Лоренца є математичною основою спеціальної теорії відносності. Таку назву вони отримали в червні 1905 р. у статті Анрі Пуанкаре [3, 429] "Ідея Лоренца в тому, що рівняння електромагнітного поля не змінюються в результаті деякого перетворення (яке я назву ім'ям Лоренца)". Лоренц знайшов перетворення з точністю до масштабного множника в 1899 році, а в 1904 році з розгляду руху електрона в зовнішньому полі довів, що цей множник дорівнює одиниці. Однак, зазначимо, що вперше перетворення між координатами і часом двох систем відліку з точністю до масштабного множника були отримані ще Вольдемаром Фогтом у 1887 році з аналізу властивостей хвильового рівняння. Точний вираз перетворень уперше знайшов Джозеф Лармор і опублікував у 1900 році в роботі "Ефір і матерія". Всі ці роботи, включаючи роботу Анрі Пуанкаре 1905 р., фактично виходили з аналізу рівнянь електродинаміки. У Лоренца та Пуанкаре знаходимо також гіпотезу про те, що, можливо, такі самі перетворення можна застосувати й до гравітації. У тому ж 1905 р. Альберт Ейнштейн пропонує інший підхід [4, 7], який швидко приводить до перетворень Лоренца, безпосередньо не прив'язуючись до електродинаміки, чи якоїсь іншої теорії окремого виду матерії. Натомість з'являються два постулати: принцип відносності, згідно з яким "закони зміни стану фізичних систем не залежать від того, до якої з двох координатних систем, що рухаються одна відносно іншої рівномірно і прямолінійно, ці зміни стану відносяться" та постулат про стале значення швидкості світла "незалежно від того, випромінюється світло тілом, що покоїться або рухається"[4, 10]. Зазначимо, що на відміну від деяких інтерпретацій сьогодення, другий постулат Ейнштейна безпосередньо не вимагає незалежності швидкості світла від швидкості системи відліку. Це твердження вже є наслідком обох постулатів разом. Незважаючи на більш м'яку подачу другого постулату, що сприймається як алюзія на звичну всім швидкість звуку (яка не залежить від швидкості джерела, оскільки звук розповсюджується в повітрі), парадоксальність постулату та висновків з нього збентежила багатьох фізиків. У 1907 р. Макс Планк написав Ейнштейну "Зараз, коли прибічників теорії відносності можна перерахувати по пальцях, удвічі важливо, щоб між нами не було розбіжностей". Хендрик Антон Лоренц, визнаючи теорію відносності і роль Ейнштейна в її створенні, не позбувся сумнівів навіть через вісім років після роботи Ейнштейна. Він тактично дистанціювався від інтерпретації Ейнштейна, вважаючи скорочення довжини в напрямку руху динамічним ефектом. У 1913 р. у своїй лекції у Гарлемі Лоренц сказав: "...сміливе припущення про неможливість спостерігати швидкості, більші за швидкість світла, містять гіпотетичне обмеження на нашу здатність до сприйняття, яке не може бути прийняте беззастережно"[5, 161]. Постулат про швидкість світла для багатьох став найбільш сумнівним положенням теорії відносності, з якого і випливають всі її парадокси та дивні наслідки.

Проте, несподівано виявилося, що спеціальна теорія відносності може бути побудована без будь-яких положень, які викликають сумніви і недовіру людини, вихованій на уявленнях класичної фізики! Першим, хто отримав перетворення Лоренца без постулату Ейнштейна про швидкість світла, фактично з одного принципу відносності і природнього припущення про групові властивості перетворень між системами відліку, був Володимир Ігнатовський. Через рік після нього, у 1911 р., з використанням додаткового припущення про лінійність перетворень, це зробили Філіпп Франк і Герман Ротте [6, 27].

Доля Володимира Сергійовича Ігнатовського склалася трагічно. Під час другої світової війни він опинився у блокадному Ленінграді. 9 січня 1942 р. 67-и річного доктора ф.-м.н., професора Ленінградського університету, член-кореспондента Академії наук СРСР В.С. Ігнатовського, який зробив значний внесок в обороноздатність СРСР, разом з дружиною арештували, а вже на старий новий рік приговорили до розстрілу з формулюванням: “Будучи немецким шпионом, он длительное время маскировался под видного учёного-оптика”!

Питанню викладання спеціальної теорії відносності без другого постулату Ейнштейна до сих пір приділяється незначна увага, незважаючи на очікуваний позитивний ефект у напрямку розуміння й прийняття теорії. Серед спроб на цьому шляху не тільки отримати, а й узагальнити спеціальну теорію відносності можна відмітити роботи нашого співвітчизника Сергія Степанова, наприклад [7].

Отже **метою статті** є спроба змінити традиційний підхід до викладання СТВ. Більш того, показати як саме на елементарному рівні, зрозумілому не тільки студенту, а навіть старшокласнику, можна отримати перетворення Лоренца без постулату про швидкість світла, без електродинаміки і без концепції чотирьохвимірного простору-часу, яка могла з’явитися (і з’явилася) тільки після прийняття сталого значення швидкості світла.

Розглянемо дві інерціальні системи відліку: умовно нерухому систему S і систему S', яка рухається відносно неї уздовж декартової осі OX зі швидкістю *v*. Осі OX і O'X' систем відліку збігаються, а осі OY і O'Y' (OZ і O'Z') паралельні (рис.1). Такий вибір ми завжди можемо зробити для зручності розрахунків, перенісши початок координат і повернувши осі.

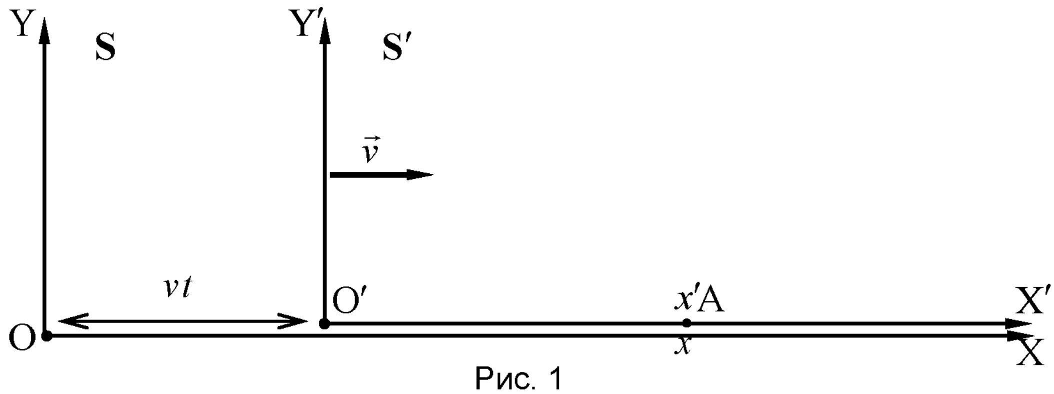

Рис. 1

Припустимо, що в момент проходження точкою O' точки O спостерігачі встановлюють початок відліку часу, вмикаючи годинники. Насамперед слід переконатися, що годинники йдуть однаково, а вимірювальні лінійки двох систем відліку мають однакові масштаби. Скористаємося для цього принципом відносності. Закони фізики є однаковими в інерціальних системах відліку, тому за допомогою, скажімо, атомних явищ завжди можна ввести узгоджені проміжки часу і масштаби довжини.

Нехай деяка подія, наприклад, народження частинки, відбулася в момент часу t за годинником системи S і в момент t' за годинником S' в точці A з координатами x та x', відповідно. Тоді відстань O'A, виміряна в S, дорівнює $x - vt$ (рис.1). Ця же відстань в S' співпадає з координатою точки A (x', 0,0), тобто, дорівнює x'. Здається очевидним, що $x - vt$ та x' рівні. Однак не будемо поспішати. Довжини вдовж напрямку відносного руху виміряні в різних системах відліку різними спостерігачами і не можуть бути настільки ж безпосередньо порівняні, як це мало б місце у випадку відрізків, розташованих уздовж перпендикулярних до руху осей OY і O'Y'. Спробуйте нерухомою лінійкою виміряти довжину пістолетної кулі, що пролітає повз вас. Діаметр – інша справа. Ставимо на шляху кулі аркуш картону, і вимірюємо діаметр отвору. Виміряти розміри в напрямку руху однією тільки нерухомою лінійкою без фіксації часу неможливо. Дійсно, ми можемо одночасно виміряти координати обох кінців і визначити довжину. Але для цього потрібні синхронізовані годинники. А можемо виміряти час, протягом якого куля пролітає повз нерухому точку нашої системи. Потім помножити час на швидкість і знайти довжину. Яку б процедуру ми не запропонували, без годинника не обійтись.

Тому дорівнюючи $x - vt$ і x', ми б ввели тим самим додатковий постулат, еквівалентний твердженню про абсолютний характер часу і простору, й закономірно отримали перетворення Галілея ($x' = x - vt$, $t' = t$). Наша мета інша – розглянути найбільш загальний випадок, не привносячи ніяких додаткових припущень під приводом їх очевидності, суворо дотримуватися принципу леза Оккама і понад необхідності “гіпотез не вигадувати”.

Якщо ми вважаємо, що Світ піддається пізнанню, ми маємо погодитись, що існує зв'язок між вимірами, зробленими в різних системах відліку. Припустимо, що довжина відрізку O'A, що дорівнює $x - vt$ в системі S, може бути виражена через величини, виміряні в S': x', t' і v. У загальному вигляді це можна записати так:

$$x - vt = x' f(x', t', v), \qquad (1)$$

де f – деяка безрозмірна функція трьох змінних (саме для безрозмірності цієї функції був записаний множник x'). З однорідності простору і часу випливає, що f залежить тільки від швидкості v. Доведемо це елементарними ілюстраціями. Вираз (1) справедливий для довільної точки A, в тому числі якщо A є точкою осі O'X' і рухається разом з системою S' зі швидкістю v.

З огляду на рівноправність різних моментів часу і різних положень у просторі, відстань O'A, виміряна в S у різні моменти часу t_1 і t_2, залишиться незмінною. Відрізок O'A з віддаленням від точки O не повинен ні стискатися, ні розтягуватися. Отже, $\mathrm{O'A} = x(t_1) - vt_1 = x(t_2) - vt_2$ або, згідно (1), $x' f(x', t_1', v) = x' f(x', t_2', v)$. З математичної точки зору рівність

$$f(x', t_1', v) = f(x', t_2', v) \qquad (2)$$

у загальному випадку довільних $t_1' \neq t_2'$ можлива, якщо функція f не залежить від часу. До такого висновку легко дійти, подумки зафіксувавши x', t_1', v в (2), і змінюючи t_2'. Незалежно від значення t_2' ліва, а з нею й права частини рівняння (2) залишатимуться сталими. Отже, $f = f(x', v)$. Доведемо тепер, що функція f не залежить і від координати. Припустимо для зручності, що між точками O' і A на осі O'X' вміщуються 5 масштабних відрізків O'M (рис.2).

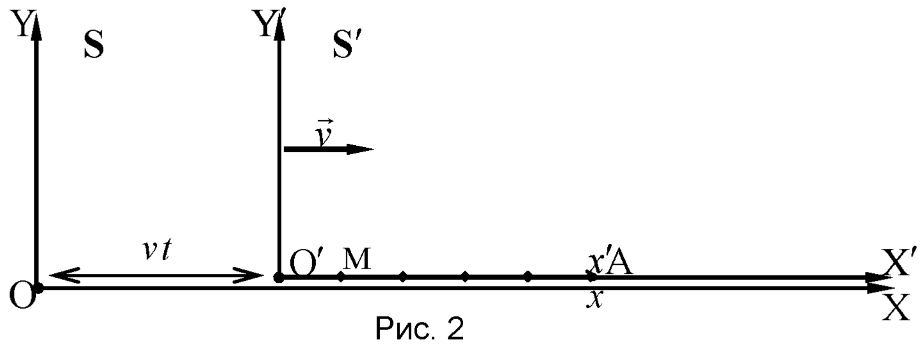

Рис. 2

Тоді відношення O'A/O'M дорівнюватиме п’яти в будь-який момент часу для будь-якої системи відліку, а саме $\frac{x'}{x'_M}=\frac{x-vt}{x_M-vt}=\frac{x'f(x',v)}{x'_M f(x'_M,v)}$, де було враховано рівняння (1). Скорочуючи, знаходимо, що $f(x',v)=f(x'_M,v)$. У загальному випадку x' і x'_M незалежні, звідки робимо висновок, що функція *f* може залежати тільки від швидкості. Тоді рівняння (1) набуває вигляду

$$x-vt=x'f(v)\,. \tag{3}$$

Нашим завданням є знаходження функції $f(v)$. Щодо неї вже зараз можна зробити декілька важливих зауважень. По-перше, $f(0)=1$ внаслідок окремого випадку нерухомих систем відліку ($v=0$, $x=x'$), по-друге, функція $f(v)$ безрозмірна, а її аргумент, швидкість, величина розмірна. Це означає, що або *f* тотожно дорівнює одиниці, і нічого, крім перетворень Галілея отримати не можна, або ж існує фундаментальна стала розмірності швидкості, однакова згідно принципу відносності для всіх ІСО. Ця стала й забезпечує скорочення розмірності в $f(v)$. Нарешті, функція $f(v)$ є парною, у чому можна переконатися, помінявши напрямки координатних осей і швидкості на протилежні ($x\to -x$, $x'\to -x'$, $v\to -v$), що еквівалентно такому ж руху але у зворотному напрямку. Вважаючи, що простір ізотропний і напрямки рівноправні, з рівняння (3) отримуємо $f(-v)=-f(v)$.

Тепер скористуємось рівноправністю систем відліку. Перейдемо на точку зору системи S', вважаючи її нерухомою. Аналіз відстані OA приводить до рівняння, яке можна швидко отримати з (3), заміною штрихів і знаку швидкості. Ідея такої заміни у наступному. Оскільки штрихами позначалися вимірювання у рухомій системі відліку S', а тепер рухається S, – слід поміняти штрихи. Однак система S рухається відносно S' хоча і з такою ж за величиною швидкістю, проте у напрямку протилежному напрямку координатної осі. Отже, для того, щоб скористатися попередніми розрахунками, слід ще поміняти v на $-v$. З рівняння (3) й урахування парності функції $f(v)$ отримуємо.

$$x'+vt'=xf(v)\,. \tag{4}$$

Припустимо, що точка A рухається вздовж осі абсцис з деякою швидкістю $u_x=\Delta x/\Delta t$ і $u'_x=\Delta x'/\Delta t'$, відносно систем S і S', відповідно. Записавши рівняння (3) і (4) для двох близьких моментів часу і віднявши з других рівнянь перші, отримаємо систему

$$\begin{cases}\Delta x-v\Delta t=\Delta x'f(v),\\ \Delta x'+v\Delta t'=\Delta xf(v),\end{cases}$$

яку для хороших студентів більш доречно записувати через диференціали. Для знаходження зв'язку між швидкостями необхідно в отриману систему рівнянь підставити $\Delta x = u_x \Delta t$, $\Delta x' = u'_x \Delta t'$ й помножити перше рівняння на друге, щоб скоротити проміжки часу Δt і $\Delta t'$:

$$(u_x - v)(u'_x + v) = u_x u'_x f^2(v). \qquad (5)$$

Для визначення явного вигляду $f(v)$ одного рівняння (5) недостатньо. В окремому випадку рівномірного руху точки А вздовж осей OX і O'X', з нею може бути пов'язана третя інерціальна система відліку S'' з віссю абсцис AX'', спрямованою уздовж OX і O'X'.

Розглянемо тепер рух точки O' відносно нерухомої системи S і рухомої S''. Щоб не повторювати всі обчислення, розберемося, які слід зробити заміни в отриманих виразах. Відносно нерухомої системи S точки O' і A помінялися ролями. Точка А, що розглядалася раніше як просто деяка матеріальна точка, об'єкт спостереження, стала початком рухомої системи відліку і навпаки. Отже, швидкості u_x і v слід поміняти місцями. Швидкість u'_x матеріальної точки відносно рухомої системи відліку має бути замінена на $-u'_x$, оскільки швидкість А відносно O' дорівнює швидкості O' відносно А з протилежним знаком. Таким чином, для знаходження додаткового рівняння, робимо в (5) заміни $u_x \leftrightarrow v$, $u'_x \to -u'_x$:

$$(v - u_x)(-u'_x + u_x) = -v u'_x f^2(u_x). \qquad (6)$$

У рівняннях (5) і (6) тільки u'_x не є аргументом невідомої функції *f*. Тому виключаємо з (5) і (6) u'_x і після нескладних перетворень отримуємо рівняння:

$$\frac{1 - f^2(v)}{v^2} = \frac{1 - f^2(u_x)}{u_x^2}.$$

Зліва і справа стоять однакові вирази від швидкостей v і u_x, які є незалежними одна від одної. Це означає, що ці вирази мають стале значення. Дійсно, підставимо в правий вираз якесь конкретне u_x і обчислимо його значення. Позначимо його через *С*. Тоді і лівий вираз повинен дорівнювати цій самій сталій *С* при будь-яких v. Отже

$$\frac{1 - f^2(v)}{v^2} = \frac{1 - f^2(u_x)}{u_x^2} = C = Const. \qquad (7)$$

Цей прийом у математичній фізиці називається методом розділення змінних Фур'є. Не вводячи додаткових постулатів, усунути невизначеність сталої *С* неможливо. Значення *С* може дати лише зовнішня до нашої теорії інформація, наприклад, з результатів кінематичних експериментів. З рівняння (7), враховуючи граничний випадок $f(0) = 1$, знаходимо явний вигляд $f(v)$:

$$f(v) = \sqrt{1 - Cv^2}. \qquad (8)$$

У залежності від значення C (додатного, від'ємного чи рівного нулю) маємо три різні випадки. В тривіальному випадку $C = 0$. Тоді $f = 1$, що приводить до перетворень Галілея класичної механіки з абсолютним характером часу ($t = t'$). У двох інших випадках додатного або від'ємного значення сталої C виникає незвична фізика. Оскільки C має розмірність, обернену до квадрату швидкості (див. (8)), введемо зручне позначення $C = \frac{1}{c^2}$

(c – нова фундаментальна стала з розмірністю швидкості) і підставимо у (8), а (8) у рівняння (3) і (4):

$$\begin{cases} x - vt = x'\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}, \\ x' + vt' = x\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}. \end{cases} \tag{9}$$

Виразимо з (9) t і x:

$$t = \frac{t' + \dfrac{v}{c^2}x'}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}, \qquad x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}. \tag{10}$$

Нами отримані перетворення Лоренца, які слід доповнити $y = y'$ і $z = z'$ – співпадінням масштабів у перпендикулярному до руху напрямку. Ми ввели позначення $C = \dfrac{1}{c^2}$ для $C > 0$. У випадку від'ємного значення сталої C $\left(C = -\dfrac{1}{c^2}\right)$ у рівнянні (10) слід замінити c^2 на $-c^2$. Тривіальний випадок $C = 0$ можна отримати формально, якщо спрямувати c до нескінченності ($c^2 \to \infty$). Аналогічно з рівняння (5) знаходимо релятивістський закон додавання швидкостей.

$$u_x = \frac{u'_x + v}{1 + \dfrac{u'_x v}{c^2}}. \tag{11}$$

Як бачимо, з вимог однорідності часу, однорідності та ізотропії простору і принципу відносності виникають три можливості, три типи перетворень і три світоустрою, перевагу одному з яких дає експеримент. Фундаментальна стала c ніяк не пов'язана у нашому підході зі швидкістю поширення електромагнітних хвиль у вакуумі. Проте закон додавання швидкостей (11) дозволяє прояснити її фізичний зміст, експериментально визначити чисельне значення і з'ясувати, в якому ж з трьох світів ми живемо. Для цього треба виміряти відносну швидкість двох систем відліку v і швидкість пробного тіла щодо них (u_x і u'_x), а потім скористатися (11) і обчислити c. Зазначимо, що якби у нашому світі не було нічого, що рухалось зі швидкістю c, все одно значення c у такий спосіб могло бути розраховане.

Існує глибока аналогія між отриманими перетвореннями і трьома геометріями сталої кривизни: параболічною (Евкліда), еліптичною (Рімана) і гіперболічною (Лобачевського). Виявляється, однорідний ізотропний простір, тобто, простір, всі точки і напрямки якого рівноправні, реалізується в трьох максимально повних геометріях: плоскій геометрії Евкліда (всі точки і напрямки на площині рівноправні, нульова кривизна), геометрії Рімана зі сталою кривизною (всі точки і напрямки на сферичній поверхні рівноправні, додатна кривизна) і геометрії Лобачевського (від'ємна кривизна). Зрозуміло, що всі три геометрії мають сталу кривизну, інакше різні точки простору відрізнялися б.

Принцип відносності стверджує рівноправність усіх інерціальних систем відліку, що рухаються одна відносно одної зі сталими швидкостями, незалежно від величин і напрямків швидкостей. Така рівноправність систем відліку тотожна рівноправності всіх точок і напрямків у просторі швидкостей, тобто його однорідності та ізотропії. Але ж однорідний ізотропний простір, допускає існування трьох геометрій зі сталою кривизною. За ними стоїть певна фізика.

Простір швидкостей ми отримуємо, коли уздовж координатних осей відкладаємо не координати, а проекції швидкості. На кшталт, шкали спідометра в автомобілі. Наша система відліку – на початку координат. Чим далі від початку координат віддалена точка у просторі швидкостей, чим більшу швидкість щодо нас має відповідна їй система відліку. Нескінченній відстані у просторі швидкостей геометрії Лобачевського відповідає кінцева швидкість c реального світу. У цьому випадку швидкість виражається через гіперболічний тангенс відстані.

Висновки та перспективи подальших пошуків у напрямі дослідження. Принцип відносності тотожний однорідності та ізотропії простору швидкостей, а це еквівалентно існуванню у цьому просторі трьох геометрій зі сталою кривизною, за кожною з яких стоїть своя можлива світобудова реального світу. Саме тому для отримання перетворень Лоренца або Галілея немає потреби у постулаті про швидкість світла або абсолютність часу. Відповідь, яким є наш світ, дає експеримент. Він однозначно свідчить на користь релятивізму і геометрії Лобачевського у просторі швидкостей. Додаткові постулати лише звужують, обмежують можливості, забороняючи будь що інше, ніж те, що привносять самі. Так постулат про швидкість світла – несумісний з постулатом про абсолютність часу, і навпаки. Продемонстрований у роботі спосіб отримання всіх трьох перетворень без додаткових постулатів є елементарним (можна обійтися навіть без похідних та тригонометрії), розширює розуміння проблеми і не викликає супротиву “здорового глузду” при першому ознайомленні. На наш погляд, такий підхід є універсальним, не пов’язаним з конкретним типом матерії і має бути впроваджений у навчальну літературу, щоб зокрема зняти спекуляції відносно постулату Ейнштейна про стале значення швидкості світла. У подальшому насамперед планується опублікувати знаходження виразів релятивістських імпульсу та енергії у дусі даної статті, а кінцевою метою є видання монографії з альтернативними підходами до викладання СТО.

ЛІТЕРАТУРА

1. Resolution 1 of the 17th CGPM (1983) // From Bureau international des poids et mesures. URL: http://www.bipm.org/en/CGPM/db/17/1/ (дата звернення: 31.07.2017).
2. Ландау Л.Д. Теоретическая физика: в 10 т. Т. 2.: Теория поля / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифщиц. – М.: Наука, 1988. – 512 с.
3. Пуанкаре А. О динамике электрона: Избранные труды в трех томах: Т. 3. / А. Пуанкаре. – М.: Наука, 1974. – 772 с.
4. Эйнштейн А. К электродинамике движущихся тел: Собрание научных трудов в четырех томах: Т. 1. / А. Эйнштейн. – М.: Наука, 1965. – 700 с.
5. Пайс А. Научная деятельность и жизнь Альберта Эйнштейна / А. Пайс. – М. : Наука, 1991. – 568 с.
6. Паули В. Теория относительности / В. Паули. – М.: Наука, 1965. – 328 с.
7. Stepanov S.S. A time-space varying speed of light and the Hubble Law in static Universe / S.S. Stepanov. – Phys. Rev. D 62 (2000) 023507.

Стаття надійшла до редакції 10.08.2017