

УДК 621.658.012.531

**М.М. Майстришин***Севастопольский национальный технический университет**ул. Университетская 33, г. Севастополь, Украина, 99053**E-mail: mihaail.maystrishin@gmail.com***ВЛИЯНИЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ НА ОПТИМАЛЬНОЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЕ ОБЪЕКТА**

*Исследовано влияние линейно-вязкого сопротивления и сухого трения при оптимальном управлении переносным движением упругого объекта. Предложена методика экспериментальных исследований.*

**Ключевые слова:** оптимальное управление, линейно-вязкое сопротивление, сухое трение, колебание упругого объекта.

**Введение.** Задача перемещения упругих объектов окончательно не изучена. В [1] предложены и исследованы оптимальные управления переносным движением упруго-деформируемых систем с конечным и бесконечным числом степеней свободы, но без учета сопротивления.

**Цель работы** — исследование управления переносным движением основания упругого объекта (с учетом сопротивлений), обеспечивающего перемещение из исходного состояния абсолютного покоя в конечное состояние абсолютного покоя за минимальное время  $T$ .

Дифференциальное уравнение динамики переносного движения объекта (центра масс) запишется в виде:

$$m_* \ddot{Sc} = F(t) - F_{mp} - k_1 \frac{dSc}{dt} . \quad (1)$$

Здесь  $m_*$  — перемещаемая масса;  $Sc$  — координата центра масс ( $Sc = Se + Xr$ , где  $Se$  — перемещение в переносном движении,  $Xr$  — перемещение в относительном движении);  $F$  — силовое воздействие (управление);  $F_{mp}$  — сила сопротивления по Кулону–Амонтону (в данном случае переносная скорость не меняет знак);  $k_1$  — коэффициент линейно-вязкого сопротивления.

Из (1) управление на единицу массы составит:  $U(t) = \frac{F(t)}{m_*} = \ddot{Se} + \ddot{Xr} + \frac{F_{mp}}{m_*} + \frac{k_1}{m_*} (\dot{Se} + \dot{Xr})$  или

$$U(t) = Ue + f_1 + 2kVe, \quad (2)$$

где  $f_1 = \frac{F_{mp}}{m_*}$  — сила сухого трения (на единицу массы);

$Ve(t)$  — переносная скорость;  $k = k_1/2m_*$ , где  $k_1$  — коэффициент вязкого сопротивления (по гипотезе Кельвина-Фойта). На рисунке 1 изображен график управления  $U(t)$  без учета сопротивлений.

В качестве переносного ускорения объекта принят кососимметричный закон (рисунок 1) рассмотренный в [1], который в результате интегрирования с учетом начальных условий принимает вид:

$$\begin{aligned} \ddot{Se} = Ue(t) &= U_0 \left( H(t) + 2H\left(t - \frac{T}{2}\right) + H(t - T) \right), \\ \dot{Se} = Ve(t) &= U_0 \left( H(t)t - 2H\left(t - \frac{T}{2}\right)t + H\left(t - \frac{T}{2}\right)T + H(t - T)t - H(t - T)T \right), \\ Se(t) &= U_0 \left( \frac{1}{2} H(t)t^2 - H\left(t - \frac{T}{2}\right)t^2 + \frac{1}{4} H\left(t - \frac{T}{2}\right)T^2 + T \left( H\left(t - \frac{T}{2}\right)t - \frac{1}{2} H\left(t - \frac{T}{2}\right)T \right) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} H(t - T)t^2 - \frac{1}{2} H(t - T)T^2 - T(H(t - T)t - H(t - T)T) \right), \end{aligned} \quad (3)$$

где  $U_0$  — переносное ускорение;  $H$  — функция Хевисайда;  $T$  — время движения.

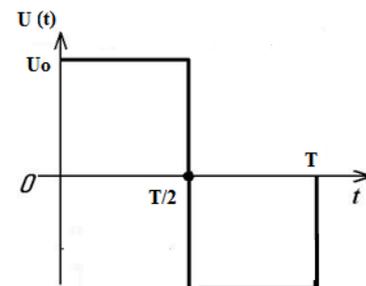


Рисунок 1 — Управления переносным движением без учета сопротивлений

По зависимостям (3) построены графики переносного движения (рисунки 2, 3) при  $U_0 = 2 \text{ м/с}^2$ ,  $T = 2 \text{ с}$ .

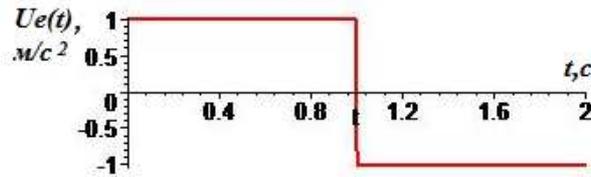


Рисунок 2 — График переносного ускорения

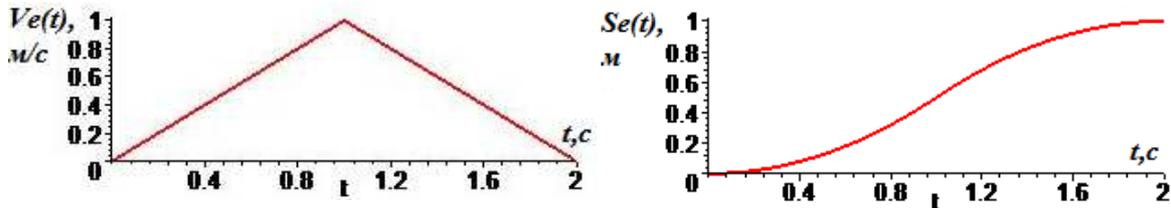


Рисунок 3 — Графики переносной скорости и перемещения

Для реализации переносного ускорения  $Ue(t)$  с учетом сухого трения и линейно-вязкого сопротивления по зависимости (2) найдены управляющие воздействия: с учетом только сухого трения —  $U(t) = Ue(t) + f$ ; с учетом только линейно-вязкого сопротивления —  $U(t) = Ue(t) + 2kVe(t)$ ; с учетом линейно-вязкого сопротивления и сухого трения:  $U(t) = Ue(t) + 2kVe(t) + f$ . На рисунке 4 представлены графики оптимального управления переносным движением без учета влияния упругих колебаний объекта.

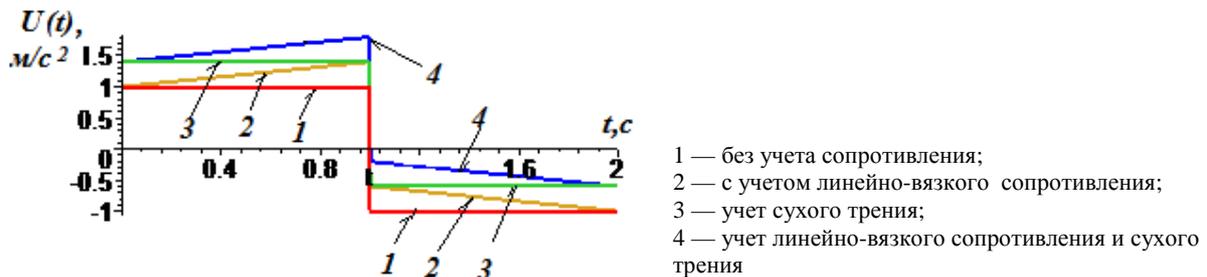


Рисунок 4 — Графики оптимального управления переносным движением

Дифференциальное уравнение относительного движения упругого объекта (колебания без учета внутреннего трения) записывается следующим образом:

$$\frac{d^2 X_r}{dt^2} + \omega^2 X_r = -U_e(t). \quad (4)$$

Здесь  $X_r$  — относительное перемещение;  $\omega^2 = c/m$ ;  $c$  — коэффициент жесткости;  $m$  — сосредоточенная масса. При исходных данных ( $\omega = 2\pi$ ,  $T = 2 \text{ с}$ ) найдено решение уравнения и построены графики  $X_r(t)$  и  $V_r(t)$  (рисунок 5).

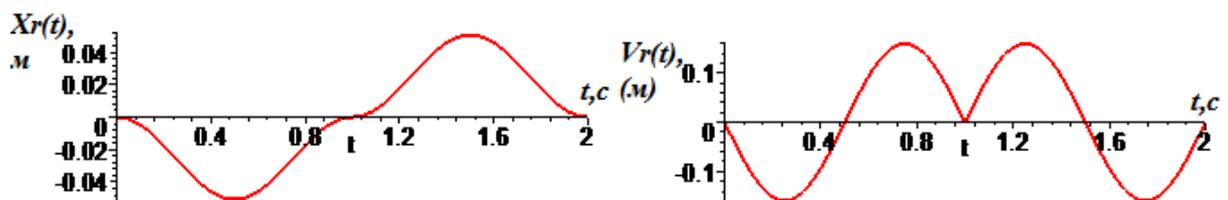


Рисунок 5 — Графики относительного движения  $X_r(t)$  и относительной скорости  $V_r(t)$

**Методика експериментальних досліджень.** В качестве упрягого елемента використовується плоский стержень (рисунок 6) с жестко закрепленным основанием.

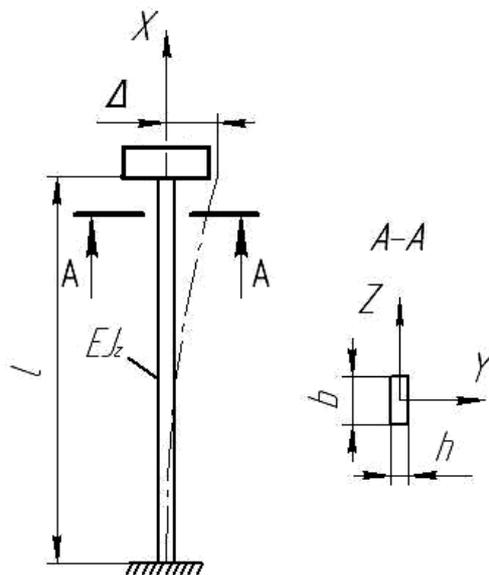


Рисунок 6 — Изгиб стержня

Известно, что перемещение свободного конца стержня с жестко зашцеиленным другим равно  $\Delta = \frac{Pl^3}{3EJ_z}$ , где  $P$  — сила;  $l$  — длина;  $EJ_z$  — жесткость на изгиб ( $E$  — модуль упрягости первого рода;  $J_z$  — осевой момент инерции поперечного сечения).  $P = \frac{3EJ_z}{l^3} \cdot \Delta$ , следовательно коэффициент жесткости листовой пружины равен  $c = \frac{3EJ_z}{l^3}$ . Частота собственных колебаний  $\omega = \sqrt{\frac{c}{m}}$ ;  $\omega = \frac{2\pi}{T}$ , где  $T$  — период колебаний.

Следовательно,  $\frac{3EJ_z}{l^3} = \frac{4\pi^2}{T^2}$ . С учетом выражения для осевого момента инерции  $J_z = \frac{bh^3}{12}$  длина стержня вычисляется по формуле:

$$l = \sqrt[3]{\frac{bh^3ET^2}{16\pi^2m}} \tag{5}$$

Исходные данные для эксперимента:  $b = 0,1$  м;  $h = 0,03$  м, модуль упрягости  $E = 0,21 \cdot 10^{12}$  Па; период колебания  $T = 1$  с; масса сосредоточенная  $m = 2$  кг. Из (5) найдена длина стержня  $l = 0,564$  м.

Для измерения деформации стержня использованы тензорезистивные преобразователи, принцип действия которых основан на тензоэффекте, т.е. изменении электрического сопротивления проводника (полупроводника) под действием силы  $P$ . Электрическое сопротивление  $R_0$  проводника (полупроводника) постоянному току определяется [2] как  $R_0 = \rho \int_0^l \frac{dl}{S}$ , где  $\rho$  — удельное электрическое сопротивление материала тензорезистора;  $l$  — длина провода;  $S$  — площадь проходного сечения провода. Относительное изменение сопротивления  $\epsilon_R = \Delta R/R_0 = ((\Delta l/l) + (\Delta S/S) + \Delta \rho/\rho)$ , где  $(\Delta l/l) = \epsilon_l$  — относительное удлинение,  $(\Delta S/S) = \epsilon_S$  — относительное изменение площади,  $(\Delta \rho/\rho) = \epsilon_\rho$  — относительное изменение удельного сопротивления материала.

Коэффициент тензочувствительности датчика  $K_{mз} = 1 + 2\mu + (\epsilon_\rho/\epsilon_l)$ , где  $\mu$  — коэффициент Пуассона (для металлов  $\mu \cong (0,24...0,4)$ ). Функция преобразования тензорезистора  $\epsilon_R = \varphi(\Delta l/l)$  имеет вид:  $\epsilon_R = \Delta R/R_0 = K_{mз}(\sigma/E) = K_{mз}(\Delta l/l)$ , где  $\sigma = E \cdot (\Delta l/l)$  — механическое напряжение;  $E$  — модуль упрягости материала тензорезистора;  $K_{mз} \cong (0,5...4)$ .

Использовались два работающие в противофазе тензорезистора (рисунок 7).

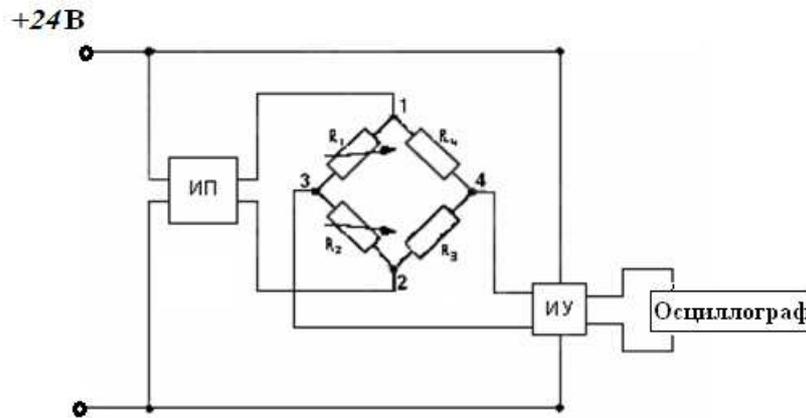


Рисунок 7 — Электрическая схема измерительного блока

На рисунке 7 изображена электрическая схема блока измерения (БИ), реализующего преобразование параметра  $\varepsilon_R = \Delta R/R_0$  в электрический сигнал  $U_{\text{вых}}$ , пропорциональный отклонению  $\Delta$ . БИ включает источник питания (ИП), набор прецизионных резисторов, образующих мост Уитстона, и измерительный усилитель (ИУ) с возможностью баланса нуля. В последовательные плечи моста включены тензорезисторы  $R_1, R_2$ , противофазно размещенные на упругой пластине, а в противоположные плечи моста — прецизионные резисторы  $R_3, R_4$ . К диагонали 1–2 моста подключен источник питания, а к диагонали 3–4 — измерительный усилитель.

Напряжение  $U_{\text{вых}}$  на выходе ИУ измеряется вольтметром (В). Информационный параметр  $\varepsilon_R$  при необходимости, контролируется мультиметром в режиме измерения сопротивлений. При отсутствии деформации стержня и соответственно и тензорезисторов, выполняется условие баланса моста:  $R_1/R_2 = R_4/R_3$ ,  $U_{34} = 0$ . Во время колебаний упругий стержень деформируется и сопротивления  $R_1, R_2$  изменяются:  $R_1 = R_0(1 + \varepsilon_{R_1})$ ,  $R_2 = R_0(1 + \varepsilon_{R_2})$ , где  $\varepsilon_{R_{1,2}} = \Delta R_{1,2}/R_0$ ,  $R_0$  — начальное сопротивление чувствительного элемента в ненагруженном состоянии ( $\varepsilon_{R_{1,2}} = 0$ ). В результате деформации растяжения в измерительной диагонали моста формируется напряжение  $U_{34} = U_0 \cdot [0,5 \cdot \varepsilon_R / (2 + \varepsilon_R)]$ , где  $U_0$  — напряжение питания моста Уитстона.

После усиления напряжения  $U_{34}$  на выходе ИУ с коэффициентом усиления  $K_0$  формируется информационный сигнал  $U_{\text{вых}}$  тензодатчика:

$$U_{\text{вых}} = K_0 \cdot U_0 \cdot [0,5 \cdot \varepsilon_R / (2 + \varepsilon_R)].$$

Найдена зависимость  $\Delta$  от  $U_{\text{вых}}$ . При изгибе стержня напряжения в месте заземления:  $\sigma = \frac{M}{W}$ ,

где  $M = Pl$  — изгибающий момент;  $W = \frac{bh^2}{6}$  — момент сопротивления сечения, где  $b, h$  — размеры поперечного сечения. С учетом (5) следует:

$$\frac{\Delta}{\sigma} = \frac{l^2 bh^2}{18EJ}. \quad (6)$$

По закону Гука  $\sigma = E \cdot (\Delta/l)$  где  $\Delta/l = \varepsilon_R$  и из (5) получено

$$\Delta = \frac{8l^2 U_{\text{вых}}}{3h(K_0 U_0 - 2U_{\text{вых}})}.$$

**Выводы.** В результате приложения к основанию упругого объекта управляющего воздействия  $U(t)$  с учетом сопротивления движению реализуется требуемое ускорение переносного движения  $Ue(t)$ , график которого представлен на рисунке 2. При реализации найденных управлений перемещение упругого объекта происходит из исходного состояния в конечное состояние покоя за время  $T$ .

Предложена методика регистрации измерений колебаний упругого объекта с использованием тензометрирования. Найдена зависимость  $Xr(t)$  от выходного значения напряжения.

Дальнейшие исследования предусматривают разработку программы (язык Melfa Basic IV) реализации оптимального закона управления на роботизированном манипуляторе MITSUBISHI RV-2AJ для линейного перемещения упругого объекта.

**Библиографический список использованной литературы**

1. Бохонский А.И. Оптимальное управление переносным движением деформируемых объектов: теория и технические приложения /А.И. Бохонский, Н.И. Варминская, М.И. Мозолевский. — Севастополь: СевНТУ, 2007. — 296 с.

2. Пашков Е.В. Электropневмоавтоматика в производственных процессах: учеб. пособие / Е.В. Пашков, Ю.А. Осинский, А.А. Четверкин; под ред. Е.В. Пашкова. — 2-е изд., перераб. и доп. — Севастополь: СевНТУ, 2007. — 496 с.

*Поступила в редакцию 25.02.2013 г.*

**Майстрішин М.М. Вплив опору на оптимальне переміщення пружного об'єкта**

Досліджено вплив лінійно-в'язкого опору і сухого тертя на рух пружного об'єкта під час оптимального керування переносним рухом. Запропоновано методику експериментальних досліджень.

**Ключові слова:** оптимальне керування, лінійно-в'язкий опір, сухе тертя, коливання пружного об'єкта.

**Maistrishin M.M. Resistance under optimal movement elastic object**

The influence of linear-viscous damping and dry friction on the motion of elastic object in the optimal control of the movement. The technique of experimental studies is suggested.

**Keywords:** optimal control, linear-viscous resistance, dry resistance, vibration elastic object.