

УДК 623.438.3

М.О. ШИШАНОВ, д-р техн. наук, **В.В. ЯБЛОКОВ**, **В.В. СОТНИК**, **А.В. ГУЛЯЄВ**, кандидати техн. наук
(Центр. науково-дослідний ін-т озброєння та військової техніки Збройних Сил України, м. Київ)

СТАТИСТИЧНА ОБРОБКА РЕЗУЛЬТАТІВ БАГАТОФАКТОРНОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ У РАЗІ ДОСЛІДЖЕННЯ ТЕХНОЛОГІЧНИХ ПРОЦЕСІВ РЕМОНТУ ОЗБРОЄННЯ ТА ВІЙСЬКОВОЇ ТЕХНІКИ

Викладено методику статистичної обробки даних багатофакторного експерименту у разі дослідження технологічних процесів ремонту й модернізації озброєння та військової техніки.

Изложена методика статистической обработки данных многофакторного эксперимента при исследовании технологических процессов ремонта и модернизации вооружения и военной техники.

У разі впровадження нового технологічного процесу значний час займає визначення його режиму, який забезпечує необхідні показники продукції. У більшості випадків на підприємствах з ремонту бронетанкового озброєння й техніки цю операцію виконують шляхом послідовного підбору окремих параметрів режиму, що пов'язано зі значними витратами часу та матеріальних засобів. Альтернативою вказаному підбору режиму є його оптимізація за допомогою ЕОМ з використанням математичних моделей, які відображають залежність показників продукції від параметрів режиму. Математичні моделі будуються за результатами експерименту з обмеженим числом дослідів, який виконують за певним планом.

У Центральному науково-дослідному інституті Збройних Сил України (ЦНДІ ОВТ ЗСУ) проведено комплексні дослідження нових технологічних процесів, що включають зварювальні та гальванічні роботи, з використанням активного експерименту на основі багатофакторного планування. В ході досліджень побудовано математичні моделі, які було використано для вивчення механізму процесів, що досліджуються, і пошуку їхніх раціональних режимів. Увесь комплекс експериментальних досліджень виконувався за попередньо розробленою методикою й включав кілька етапів, один із яких — статистична

оцінка експериментальних даних — висвітлено в цій статті.

Результат реалізації експериментів — масив даних, який складається зі значень параметрів режиму (вхідних факторів) і показників продукції (вихідних показників), що відповідають їм. Для подальшого використання зазначений масив даних потребує певної статистичної обробки та оцінки, й тільки після цього його можна бути використано для побудови математичної моделі процесу, що досліджується.

Необхідність попередньої статистичної обробки та оцінки експериментальних даних викликана тим, що в фізичному експерименті поряд з керованими вхідними факторами практично завжди присутні некеровані випадкові впливи, тому значення вихідних показників є величинами випадковими, як викладено в роботі [1, 2]. Крім того, завдання параметрів режиму завжди виконується з якоюсь помилкою. Тобто, навіть у випадку постійних значень вхідних факторів, значення вихідних показників будуть різні. Для побудови математичних моделей може бути використано тільки ті результати експерименту, де вплив керованих вхідних факторів буде істотно вище впливу випадкових.

Як відомо, розподіл випадкової величини характеризується комплексом показників, з

© М.О. ШИШАНОВ, В.В. ЯБЛОКОВ, В.В. СОТНИК, А.В. ГУЛЯЄВ, 2014

яких найчастіше використовують математичне очікування випадкової величини M , дисперсію D і середньоквадратичне відхилення σ . Останні показники слугують для оцінки розсіювання значень випадкової величини щодо її математичного очікування. Показники, які наведено, може бути визначено тільки для генеральної сукупності (нескінченної безлічі) значень випадкових величин (теоретичний розподіл). У реальному фізичному експерименті одержання генеральної сукупності неможливо й доводиться мати справу з обмеженою кількістю спостережень (з обмеженою вибіркою) випадкових величин, для якої можна віднести статистичні оцінки: середнє значення обмеженої вибірки \bar{Y} , оцінку дисперсії S^2 та оцінку середньоквадратичного відхилення S . У фізичному експерименті доводиться мати справу тільки з обмеженою вибіркою, показники S^2 і S для простоти називають дисперсією та середньоквадратичним відхиленням відповідно, як показано в роботах [1, 2].

Сутність статистичної обробки експериментальних даних полягає в перевірці достовірності результатів експерименту, розрахунку статистичних характеристик та оцінки належності результатів до однієї генеральної сукупності. Тільки після статистичної обробки можливо зробити висновок про доцільність подальшого використання результатів експерименту. При цьому також одержується додаткова інформація про процес, який досліджується.

У разі виконання досліджень, які зазначено вище, реалізовувалися активні експерименти у відповідності з прийнятим планом (матрицею) з неодноразовим однаковим дублюванням дослідів у кожному рядку матриці. В цьому разі значення параметрів режиму (вхідних факторів) встановлювалися на трьох рівнях, які істотно відрізнялися один від одного, як це позначено в роботах [3, 4].

Статистична обробка експериментальних даних, які отримано, виконувалася в кілька етапів за наступною послідовністю:

1. Перевірка значень відмінності показників рівнів вхідних факторів:

- обчислення середніх значень вхідних факторів для кожного рівня;

- розрахунок дисперсій для кожного рівня вхідних факторів;

- перевірка гіпотези щодо однорідності дисперсій рівнів вхідних факторів;

- перевірка гіпотези щодо значень відмінності показників рівнів вхідних факторів.

2. Ухвалення рішення про закон розподілу значень вихідних показників (відгуків) на основі апріорних даних і візуальної оцінки та (чи) проведення перевірки відповідності нормального закону розподілу за критерієм згоди.

3. Встановлення відсутності грубих відхилень значень відгуків у результаті браку в експерименті.

4. Обчислення для кожного рядка матриці середніх значень відгуків.

5. Обчислення відрядкових дисперсій і середніх квадратичних відхилень.

6. Перевірка гіпотези про однорідність відрядкових дисперсій.

7. У разі підтвердження гіпотези щодо однорідності відрядкових дисперсій виконується обчислення дисперсії відтворюваності експерименту.

Дії за пунктом 1 виконуються для переконання, що фактичне значення інтервалів варіювання вхідних факторів, які було задано в процесі експерименту, не менше, ніж його похибка.

Вказану оцінку робили шляхом статистичної перевірки значень відмінності реалізованих показників рівнів факторів за допомогою t критерію Ст'юдента [3]. При цьому йдеться про перевірку гіпотези щодо рівності середніх значень двох вибірок. У якості однієї з вибірок представляються значення певного фактора, наприклад, на основному рівні, а в якості другої вибірки — значення цього ж фактора, наприклад, на нижньому рівні. Якщо в процесі перевірки встановлюється, що середні значення факторів на згаданих рівнях відрізняються один від одного незначно, тобто випадково, це означає, що інтервал варіювання фактора обрано меншим, ніж похибку його фактичного завдання. В цьому випадку продовжувати подальшу обробку експериментальних даних безглуздо, так як вплив на зміну значень відгуку більшою мірою надає по-

хибка експерименту, а не цілеспрямована зміна значень фактора. При цьому єдиним виходом є проведення нового експерименту з більшим інтервалом варіювання факторів.

Оцінка відмінності значень показників рівнів факторів здійснювалась в такій послідовності.

Перш за все було розраховано середні значення факторів для кожного рівня згідно з планом експерименту. Оскільки план експерименту передбачав три рівні варіювання факторів з однаковою кількістю експериментальних точок $n_1 = n_2 = n_3 = n$, де $n_1 = n_n$ на нижньому, $n_2 = n_o$ на основному та $n_3 = n_b$ на верхньому рівнях, то було визначено середні значення цих рівнів $\bar{X}_1, \bar{X}_2, \bar{X}_3$.

Далі розраховувалися дисперсії S_m^2 для значень показників рівнів факторів на рівнях, які зазначено й перевірялася їхня однорідність, тобто належність дисперсій до однієї генеральної сукупності зі застосуванням критерію Фішера шляхом порівняння розрахункового значення критерію F_p з критичним $F_{кр}$ для рівня значення α та f ступенів свободи [3]. Гіпотеза щодо однорідності дисперсій приймається, якщо розрахункове значення критерію не перевищує табличного $F_p \leq F_{кр}$.

Оскільки в даному експерименті дисперсії виявилися однорідними, можна було приступити до оцінки значень відмінності показників рівнів факторів, що було виконано за допомогою критерію Ст'юдента. Критичне $t_{кр}$ і розрахункове t_p значення критерію Ст'юдента для малих вибірок обсягом (кількістю значень даних) $n \leq 30$, а це найбільш поширений випадок, визначаються відповідно до рекомендацій у роботі [3] для певних показників рівня значень α і числа ступенів свободи $f = n_1 + n_2 - 2$. Якщо $t_p \geq t_{кр}$, тоді нульова гіпотеза щодо несуттєвих відмінностей середніх є помилковою, тобто в даному випадку це буде говорити про те, що рівні варіювання значно відрізняються й можна продовжувати обробку результатів експерименту.

Як приклад, наведемо ситуацію зі завданням значень фактора X_1 (напруга джерела зварювального струму $U_{зв}$) під час дослідження процесу відновлення деталей бронетанко-

вого озброєння та техніки (БТОТ). Результати статистичної оцінки відмінності фактичних значень фактора на нижньому та основному рівнях варіювання наведено в табл. 1.

Як показує статистична оцінка, відмінність значень фактора виявилася статистично значущою, що підтверджує правильність вибору значень рівнів і коректність установки значень факторів в ході експерименту.

Слід зазначити, що статистичну обробку експериментальних даних необхідно здійснювати з урахуванням закону про розподіл їхніх значень. Тому слід прийняти рішення, до якого закон розподілу слід віднести розподіл в експерименті даних, які отримано, зокрема вихідних показників. Найбільш коректним є порівняння експериментальних даних із відомими теоретичними розподілами за допомогою критеріїв згоди [5]. Проте останнім часом рішення про закон розподілу значень експериментальних показників все частіше приймається на основі апріорних даних, які отримано в ході аналогічних досліджень, і візуальної оцінки, наприклад, полігонів і гістограм ряду розподілу. Підставою для такого підходу є те, що в технічному експерименті в багатьох випадках розподіл експериментальних даних близький до нормального закону.

Характер розподілу порушується за наявності серед значень відгуку результатів, що різко відрізняються, так званих грубих спостережень. Поява таких результатів, як правило, викликано помилками експериментатора або порушеннями роботи експериментального обладнання. Досліди з такими результатами називаються бракованими й їх не можна використовувати в подальшому.

Для виключення бракованих дослідів існують певні правила, які викладено в роботі [6]. Можна визначити результат, що різко відрізняється, візуально, але тільки в разі досить великої кількості дублів r у рядку плану. В разі малого числа спостережень візуальна оцінка може бути помилковою. Тому надійніше скористатися статистичною оцінкою, зокрема, яку виконано за допомогою критерію Ст'юдента. Так, якщо в ряді з r спостережень $y_1, y_2, \dots, y_{r-1}, y_r$ різко виділяється спосте-

Таблиця 1. Статистична оцінка фактичних значень фактора X_1 (напруга джерела зварювального струму $U_{зв}$) на нижньому та основному рівнях варіювання під час реалізації планованого багатофакторного експерименту з 27 дослідів

Номер рядка плану	Значення фактора X_1 у дублюючих дослідах, В		
	Дубль 1	Дубль 2	Дубль 3
На нижньому рівні варіювання фактора			
2	28,2	27,8	27,6
3	27,8	27,7	28,3
5	28,4	27,8	27,5
8	28,3	28,0	28,4
9	28,2	27,8	27,6
12	27,8	27,6	28,2
13	27,7	28,4	28,2
16	27,8	28,4	28,2
19	27,5	27,7	27,6
На верхньому рівні варіювання фактора			
17	31,8	31,6	32,0
20	32,5	32,6	31,6
21	31,8	32,2	32,5
22	31,6	31,8	32,6
23	32,4	31,6	31,8
24	32,1	32,4	32,7
25	31,9	31,6	32,5
26	32,5	31,7	31,8
27	32,1	32,5	32,4
Середнє значення факторів на нижньому рівні			$\bar{X}_n = 27,93$
Дисперсія значень факторів на нижньому рівні			$S_n^2 = 0,091396$
Середнє значення факторів на основному рівні			$\bar{X}_o = 32,1$
Дисперсія значень факторів на основному рівні			$S_o^2 = 0,14769$
Перевірка однорідності дисперсій за F -критерієм Фішера			
Значення F -критерію ($\alpha = 0,05; f_o = f_n = 27$)			Висновок
Розрахункове	Критичне	$F_p \leq F_{кр}$ Дисперсії однорідні	
$F_p = 1,62$	$F_{кр} = 1,9$		
Перевірка значущості відмінності значень рівнів за t -критерієм Ст'юдента			
Значення t -критерію ($\alpha = 0,05; f = 52$)			Висновок
Розрахункове	Критичне	$t_p \geq t_{кр}$ Різниця значимо	
$t_p = 44,3$	$t_{кр} = 2,03$		

реження y_r , його виключають з ряду розподілу й за рештою спостережень $r - 1$ розраховують їхнє середнє значення, дисперсію та середнє квадратичне відхилення [6]. Далі знаходять розрахункове значення критерію Ст'юдента, яке порівнюють з критичним (табличним) значенням $t_{кр}$ у разі заданого рівня значення α й числі ступенів свободи $f = (r -$

1) - 1. Якщо розрахункове значення критерію Ст'юдента менше критичного $t_p \leq t_{кр}$, то підозрілий результат не можна вважати грубою помилкою.

Наприклад, у разі дослідження відновлення зношених поверхонь деталей БТОТ наплавленням в одному з дослідів було отримано такі значення твердості відновленої по-

Таблиця 2. Статистична оцінка результату, що різко виділяється, в ряду вимірних значень твердості (*HRC*)

Ряд значень твердості, які виміряно	35	38	34	44
Ряд значень твердості після виключення підозрілого результату	35	38	34	–
Результат статистичної оцінки				
Показник	Результат			
Середнє значення	35,666			
Дисперсія	4,33			
Середньоквадратичне відхилення	2,08			
Розрахункове значення <i>t</i> -критерію	4,003			
Критичне значення <i>t</i> -критерію ($\alpha = 0,05; f = 2$)	4,303			
Висновок: $t_p \leq t_{кр}$. Значення 44 <i>HRC</i> значно не відрізняється від інших значень твердості, які виміряно.				

верхні: 35, 38, 34 і 44 *HRC*. Останній результат виглядає підозріло. Але чи значно він відрізняється від інших? Попередній висновок з візуальної оцінки говорить, що це значення є браком. У той же час статистична оцінка за критерієм Ст'юдента, результати якої наведено в табл. 2, не підтвердила візуальну оцінку.

Як показали результати статистичної оцінки, яку наведено, значення твердості, що виділяється, належить отриманій сукупності та не підлягає виключенню як груба похибка.

Якщо їх у результаті експерименту не виявлено або вжиті відповідні заходи з їхнього усунення, можна приступати до розрахунку статистичних характеристик відгуків [1, 3], а саме було розраховано:

- середнє арифметичне значення \bar{y}_j (далі – просто середнє значення) відгуку в *j*-ому рядку матриці з *r*-дублів;

- порядкові дисперсії S_j^2 з числом ступенів свободи, які дорівнюють кількості дублів у рядку мінус одиниця, так як одну ступінь свободи використано у разі обчислення середнього значення відгуку в рядку;

- середнє квадратичне відхилення, також зване стандартом або квадратичною похибкою, S_j .

Наступним етапом статистичної обробки результатів експерименту є перевірка однорідності порядкових дисперсій дослідів, процедура якої аналогічна описаній вище перевірці однорідності дисперсій факторів. Якщо гіпотеза щодо однорідності дисперсій підтверджується, то можна оперувати з порядковими дисперсіями, зокрема усереднювати

їх, тобто розраховувати дисперсію всього експерименту, яка отримала назву дисперсії відтворюваності експерименту S_B^2 [3]. У разі обчислення дисперсії відтворюваності приймають число ступенів свободи $f_B = n(r - 1)$, де *n* – число точок у плані; *r* – однакове число дублів у кожному рядку плану.

Масив експериментальних даних, що пройшов статистичну оцінку й задовольняє наведеним вище критеріям, може служити основою для побудови математичної моделі досліджуваного процесу.

Слід зазначити, що запропоновану методику може бути використано й під час обробки результатів пасивного експерименту, але у разі наявності в експерименті дублюючих дослідів. ❏

Список літератури

1. *Зажигаев Л.С., Кишьян А.А., Романиков Ю.И.* Методы планирования и обработка результатов физического эксперимента / Л.С. Зажигаев, А.А. Кишьян, Ю.И. Романиков. – М.: Атомиздат, 1978. – 232 с.
2. *Налимов В.В., Чернова Н.А.* Статистические методы планирования экстремальных экспериментов / В.В. Налимов, Н.А. Чернова. – М.: Наука, 1965. – 398 с.
3. *Адлер Ю.П.* Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий / Ю.П. Адлер, Е.В. Маркова, Ю.В. Грановский. – М.: Наука, 1976. – 278 с.
4. *Спирidonov А.А.* Планирование эксперимента при исследовании технологических процессов / А.А. Спирidonov. – М.: Машиностроение, 1981. – 184 с.
5. *Bailey N.T.* Statistical Methods in Biology / University of Oxford. – 1959. – 120 p.
6. *Гурин Н.И.* Введение в метрологию / Н.И. Гурин. – М.: Издательство стандартов, 1976. – 304 с.