

УДК 373.5.016:53

Д. О. Гнатюк,
учитель фізики КЗ «Луцький навчально-виховний комплекс № 26
Луцької міської ради Волинської області»

Розвиток предметних компетенцій із фізики на прикладі задач високого рівня складності з геометричної оптики



Подано детальні розв'язування задач на прикладі оптичних систем: дві збиральні лінзи зі спільною оптичною віссю, збиральна та розсіювальна лінзи, лінза та плоскопаралельна пластинка, лінза та дзеркало. Статтю призначено для факультативних занять, підготовки учнів до олімпіад.

Ключові слова: лінза, плоскопаралельна пластинка, плоске дзеркало, побічна оптична вісь, фокальна площина, оптична сила лінзи, збільшення лінзи.

Hnatiuk D. O. Development of Key Competencies in Physics on the Example of High-Complexity Problems in „Geometric Optics”.

The article presents detailed solutions on the example of optical systems: two collected lenses with the join lens axis, collected and scattering lenses, a lens and a flat parallel plate, a lens and a mirror. The article is designed for optional classes, to train pupils for olympiads.

Key words: lens, plane-parallel plate, flat mirror, lateral optical axis, focal plane, optical power of the lens, lens magnification.

Постановка питання. Одним із найбільш ефективних шляхів вирішення проблеми формування предметних компетенцій із фізики є розв'язування задач підвищеного рівня складності, узагальнення та систематизації методів, прийомів, алгоритмів, способів, які при цьому застосовують. Розв'язування лише стандартних, базових задач забезпечує лише формальне засвоєння пройденого матеріалу. Часто повторення пройденого відбувається шляхом пригадування розглянутих раніше методів. Узагальнення й систематизація не проводиться.

Робота над формуванням предметних компетенцій буде поверховою, якщо тема вивчалася так, що розв'язували тільки задачі середнього рівня складності, а способи, методи та прийоми розв'язування не були спеціально дібрані, систематизовані й засвоєні. Кожна тема має завершуватися розв'язанням складних, багатопланових, нестандартних задач, коли вивчаються і відпрацьовуються узагальнені систематизовані способи дій, виділяються головні ідеї, які дають бажаний результат, при цьому компетенції застосовують у нових нестандартних умовах. Лише така організація навчальної діяльності дає змогу глибоко осмислити сутність процесів, що вивчаються, зрозуміти структуру теми, її особливості, засвоїти вербальні методи, способи дій, скласти власні задачі.

Виклад основного матеріалу. Більшість задач, які пропонують на ЗНО, є нестандартними, тому типові способи їхнього розв'язання не дають бажаного результату. ЗНО вимагає глибокого розуміння фізичних понять, законів, явищ, вільного володіння широким набором способів, прийомів нестандартного мислення.

Так, наприклад, якщо треба побудувати зображення предмета в системі двох лінз із загальною оптичною віссю, то положення зображення знаходять таким чином. Спочатку будують зображення в першій лінзі, його положення визначають формулою:

$$\frac{1}{f_1} + \frac{1}{d_1} = \frac{1}{F_1}.$$

При цьому друга лінза не береться до уваги. Далі перше зображення розглядається як джерело для другої лінзи, знову використовується формула лінзи

$$\frac{1}{f_2} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{F_2} \text{ тощо.}$$

Розв'язок підтверджує рис. 1:

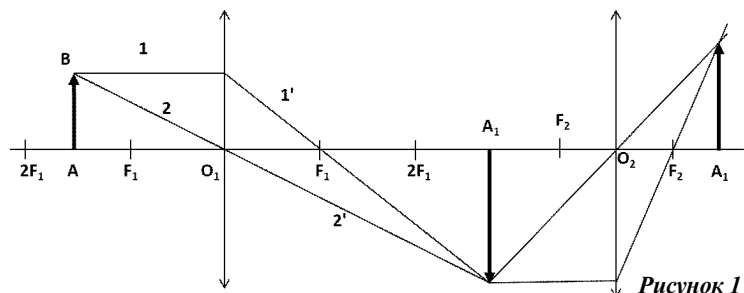


Рисунок 1

Але якщо друга лінза знаходиться на відстані від першої ближче, ніж перше зображення A_1B_1 , то такий спосіб є малоефективним. Необхідна покрокова побудова ходу променів $1'$ і $2'$ у другій лінзі з використанням побічних оптичних осей і фокальних площин.

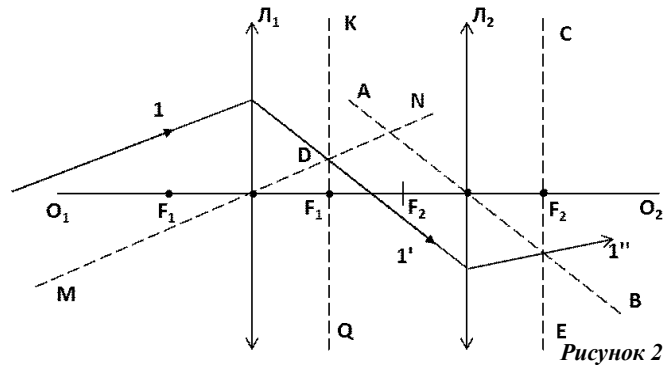
Для цього спочатку розв'яжемо задачу, в якій потрібно побудувати довільний промінь у такій оптичній системі.

Задача 1.

Дві збиральні лінзи L_1 і L_2 з фокусними відстанями F_1 і F_2 мають спільну оптичну вісь O_1O_2 . На лінзу L_1 падає довільний промінь 1. Побудувати хід цього променя в такій оптичній системі.

Розв'язуючи задачу, будемо побічну оптичну вісь лінзи L_1 (відрізок прямої MN). Після цієї лінзи промінь 1 проходить через точку D перетину побічної оптичної осі MN і фокальної площини QK . У такий же спосіб будемо хід променя 1 у лінзі L_2 . Після цієї лінзи промінь пройде через точку перетину фокальної площини CE і побічної оптичної осі AB . Після заломлення в обох лінзах промінь поширюватиметься вздовж напрямку $1''$.

Висновок – див. рис. 2.



Задача 2.

Побудувати зображення точки, яка знаходиться на спільній головній оптичній осі двох лінз, друга є розсіювальною (причому друга лінза розташована ближче до першої, ніж зображення точки, утворене першою лінзою).

Побудову подано на рис. 3.

Промінь $SO_1O_2S_1$ проходить через спільну оптичну вісь і не заломлюється. Промінь SA після заломлення в першій лінзі йде вздовж лінії ABC . Для визначення цього напрямку використовується побічна оптична вісь NK , фокальна площина F_1B , далі цей промінь падає на другу лінзу в точці C_1 і його подальша побудова здійснюється за допомогою фокальної площини, проведеної через передній фокус лінзи L_2 і побічної осі MK' . Остаточно отримується уявне зображення джерела S_2 в цій оптичній системі.

Висновок: саме такий спосіб побудови зображень в оптичних системах має стати частиною відповідних предметних компетенцій учнів.

Задача 3.

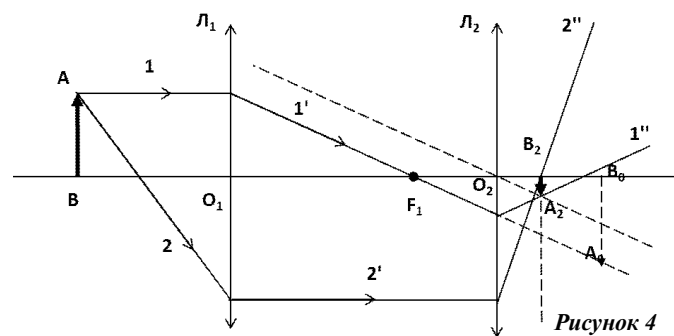
Дві тонкі збиральні лінзи з загальною головною оптичною віссю мають фокусні відстані $F_1 = 8$ см і $F_2 = 4$ см та розташовані на відстані $a = 18$ см. Предмет знаходиться на відстані $d = 12$ см від першої лінзи. Знайти положення зображення та лінійне збільшення цієї оптичної системи (рис. 4).

Розв'язування. Зображення, утворене першою лінзою, є проміжним і слугує предметом (дійсним або уявним, якщо отримується «перед» або «за» другою лінзою) для другої лінзи. Застосовуючи

формулу збиральної лінзи $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{f_1} = \frac{1}{F_1}$, отримаємо: $f_1 = \frac{d_1 F_1}{d_1 - F_1}$, $f_1 = \frac{12 \cdot 8}{12 - 8} = 24$ (см).

За умовою відстань між лінзами $a = 18$ см. Тоді таке зображення розташувалося на відстані $d_2 = f_1 - a = 6$ см від другої лінзи. Отже, на другу лінзу падають промені, які перетинаються в одній точці, тож предмет A_0B_0 для цієї лінзи є уявним, тому відстань до другої лінзи береться зі знаком «-».

Знаходимо відстань $f_2 = \frac{F_2 d_2}{d_2 + F_2}$, або $F_2 = 24$ см.



Збільшення системи лінз: $\Gamma = \Gamma_1 \cdot \Gamma_2 = \frac{f_1 \cdot f_2}{d_1 |d_2|}$, $\Gamma = 0,8$.

На рис. 4 показано хід променів 1 і 2 через систему двох лінз. Хід променя 1 через лінзу L_2 побудовано за допомогою побічної оптичної осі (показана штрихом O_2F_2'), яка паралельна променю 1 після проходження ним першої лінзи через оптичний центр лінзи L_2 . Промінь 2 зручно спрямувати через фокус F_1 лінзи L_1 , тому що після заломлення в цій лінзі він піде паралельно до головної оптичної осі системи цих лінз. Його хід після лінзи L_2 будується стандартним методом.

Задача цікава тим, що при її розв'язуванні повторюється хід променів у двох лінзах, використовуються способи побудови зображень у складних умовах, суттєво уточнюється спосіб використання формули лінзи, коли відстань « d_2 », від уявного предмета до другої лінзи береться зі знаком «-». При розв'язуванні задач з однією лінзою ця відстань є додатною. Учні отримують нову важливу інформацію.

Задача 4.

Збиральна лінза L_1 з фокусною відстанню $F_1 = 20$ см знаходиться на відстані $a = 50$ см від розсіювальної лінзи L_2 з фокусною відстанню $F_2 = 36$ см, а предмет розташований на відстані $d_2 = 28$ см від збиральної лінзи. Знайти положення зображення і збільшення системи.

Розв'язування. Використовуючи формулу збиральної лінзи $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{f_1} = \frac{1}{F_1}$, знаходимо відстань до зображення $f_1 = \frac{d_1 F_1}{d_1 + F_1}$; $f_1 = \frac{28 \cdot 20}{28 - 20} = 70$ (см).

Отже, відстань від лінзи L_1 до зображення предмета в ній більша за відстань між лінзами: ($f_1 > a$). Тому зображення в системі лінз може бути утворене побудовою променів 1 і 2 (рис. 5).

Зображення, утворене першою лінзою, знаходиться на відстані $d_2 = f_1 - a$ від другої. Причому $d_2 = 70 - 50 = 20$ (см): ця відстань більша, ніж відстань між лінзами. Отже, проміжне зображення є уявним для другої лінзи. Тоді для цієї лінзи буде: $\frac{-1}{d_2} + \frac{1}{f_2} = \frac{-1}{F_2}$. Звідси: $f_2 = \frac{d_2 F_2}{F_2 - d_2}$; $f_2 = 45$ см.

Відповідним є збільшення системи лінз: $\Gamma = \Gamma_1 \cdot \Gamma_2 = \frac{f_1 \cdot f_2}{d_1 |d_2|}$, $\Gamma = 5,625$. При виконанні побудови зображення

на рис. 5 показано хід променів 1 і 2 через систему лінз L_1 і L_2 . Хід променя 1 після лінзи L_2 побудовано за допомогою побічної оптичної осі MN і фокальної площини EK .

При розв'язуванні такої задачі учні використовують систему знань у нових умовах, переконуються, що розсіювальна лінза не завжди створює уявне зображення, а відстань d взято зі знаком «-» у цих конкретних умовах.

Далі можна розглянути задачу, де оптична система складається зі збиральної лінзи та плоскопаралельної пластинки.

Задача 5.

На відстані $d = 1$ м від лінзи з оптичною силою $D = 5$ дптр поставлено предмет. Між лінзою та зображенням розміщують перпендикулярно до головної оптичної осі плоскопаралельну пластинку завтовшки $a = 18$ см із коефіцієнтом заломлення світла $n = 1,5$. Де виникає нове зображення предмета? (Рис. 6.)

Розв'язування. При відсутності плоскопаралельної пластинки зображення A_1B_1 предмета AB утвориться лінзою на відстані, яка визначається з формули лінзи:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f_1} \Rightarrow f_1 = \frac{F \cdot d}{d - F}; \Rightarrow f_1 = 25 \text{ см.}$$

Після встановлення пластинки всі промені, що падають на неї, зміщуються у напрямку, перпендикулярному пластинці. У цьому випадку промені утворюють нове зображення A_2B_2 , яке знаходиться на відстані $f_2 = f_1 + EK$ (із паралелограма EKB_2B_1).

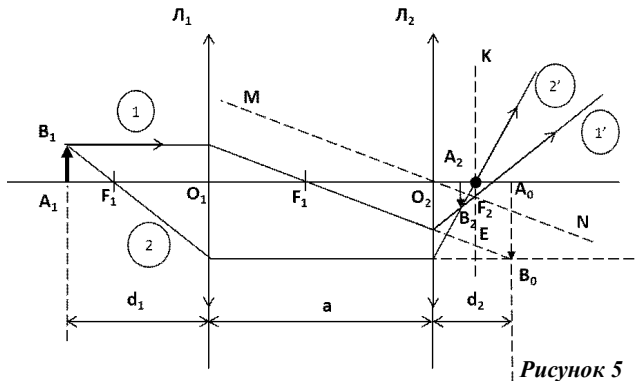


Рисунок 5

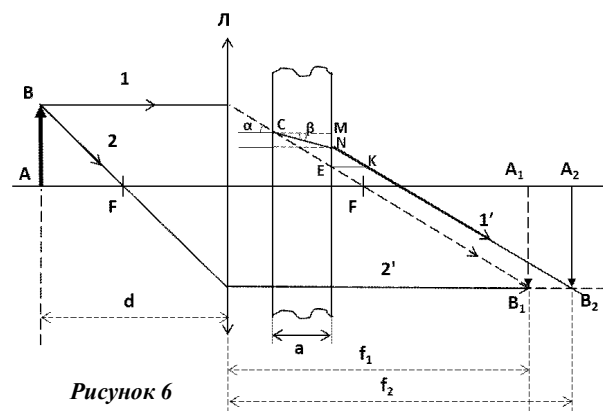


Рисунок 6

Методичні публікації

Визначимо зміщення променя 1, який падає на пластинку під кутом α в точці С.

Оскільки $\angle NKE = \alpha$, то з $\triangle ENK$ знаходимо $EN : EK = \tan \alpha$.

Для малих кутів справедливо: $EN \approx EK \cdot \alpha$; ($\sin \alpha \approx \alpha$).

Відрізок EN визначається з прямокутних трикутників $\triangle CME$ і $\triangle CMN$:
 $EN = ME - MN = EK \cdot \alpha - EK \cdot \beta \approx EK \cdot (\alpha - \beta)$.

Для заломлення променя в точці С: $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n$, або наближено: $n \approx \frac{\alpha}{\beta}$.

Отже, утворюється система рівнянь:
$$\begin{cases} EN = EK \cdot \alpha & (1) \\ EN = EK \cdot (\alpha - \beta) & (2) \\ \alpha = n \cdot \beta \end{cases}$$

З рівнянь (1) і (2), прирівнюючи праві сторони, отримуємо: $EK \cdot \alpha = EK \cdot (\alpha - \beta)$.

Або: $EK \cdot n \cdot \beta = EK \cdot \alpha - EK \cdot \beta$. Далі: $EK = \frac{a(\alpha - \beta)}{n \cdot \beta}$.

Чисельник і знаменник правої частини виразу ділимо на кут β :

$EK = a \left(\frac{\alpha}{\beta} - 1 \right)$; але $\frac{\alpha}{\beta} = n$, тому $EK = \frac{a(n-1)}{n}$.

Отже, зміщення зображення, здійснене плоскопаралельною пластинкою, визначається лише її товщиною та показником заломлення матеріалу, з якого вона виготовлена, і не залежить від кута падіння променя на цю пластинку. Тобто зміщення всіх променів буде однаковим (для малих кутів). Тож відстань від лінзи до

зображення: $f_1 = \frac{d}{D \cdot d - 1} + \frac{a(n-1)}{n} = 31$ (см).

Задача 6.

На оптичній осі збиральної лінзи з фокусною відстанню $F = 12$ см розміщено точкове джерело світла S на відстані $d_1 = 36$ см від лінзи. За лінзою на відстані $a = 27$ см розташоване плоске дзеркало. Знайти положення зображення S' джерела після проходження світла через лінзу, відбиття від джерела та другого проходження через лінзу.

Розв'язування:

1. На рис. 7: S – джерело світла, S_1 – зображення джерела в лінзі L . Після відбивання променів від дзеркала отримується нове допоміжне зображення джерела S_2 , яке є уявним зображенням S_1 в плоскому дзеркалі.

MN – побічна оптична вісь лінзи, паралельна променю KS_1 ; CE – побічна оптична вісь лінзи, паралельна променю SK ; AB – фокальна площина лінзи.

2. Після проходження через лінзу зображення S_1 знаходиться на відстані: $f_1 = \frac{Fd_1}{d_1 - F}$; $f_1 = 18$ (см).

Оскільки відстань між лінзою і дзеркалом $EE_1 = a = 27$ см, то, ймовірно, зображення S_1 знаходиться між лінзою і дзеркалом на відстані $a - f_1 = 27 - 18 = 9$ см від дзеркала.

3. Нове зображення S_2 розташоване на відстані $d_2 = a + a - f_1$; $d_2 = 36$ см від лінзи.

Це зображення є дійсним джерелом для лінзи тому, що від нього йде пучок променів, який розходиться.

Знайдемо f_2 від зображення S' до лінзи: $f_2 = \frac{Fd_2}{d_2 - F}$; $f_2 = 18$ (см).

Як правило, учням пропонуються задачі з умовами, у яких головна оптична вісь збігається зі стандартним напрямком осі OX , а предмет розташовується перпендикулярно до цієї осі. Якщо ж запропонувати школярам задачу, де лінза знаходиться під кутом до головної оптичної осі, то її розв'язання викликає великі труднощі. Причина – в недосконалому методичному навчанні, що обмежує рівень компетенцій. Така методика спрощує навчальний процес, оминає вимоги зони найближчого розвитку учнів тощо.

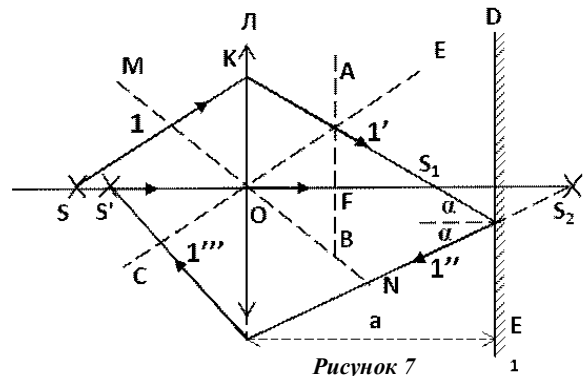


Рисунок 7

Задача 7.

Дві однакові лінзи L_1 і L_2 з рівними фокусними відстанями $F_1 = F_2 = F$ розташовані так, що їх головні оптичні осі утворюють кут α , а головна оптична вісь другої лінзи проходить через оптичний центр першої. У фокусі першої лінзи розташовано точкове джерело світла S . Знайти відстань між джерелом світла та його зображенням у цій оптичній системі. Відстань визначити вздовж лінії AD (рис. 8). Відстань між центрами лінз $2F$.

Розв'язування. Будуємо зображення S' джерела S за допомогою променів 1 та 2. За лінзою L_2 одна і та ж точка, яка є у фокусі цієї лінзи, позначена одночасно літерами F і D (рис. 9).

За умови: $SO_1 = F$; $O_2F = F$; $O_1O_2 = 2F$; S – світла точка, S' – зображення точки S . MK – фокальна площина лінзи L_2 і EQ – побічна оптична вісь лінзи L_2 , паралельна променям 1 і 2.

1. SO_1 не заломлюється. Він поширюється вздовж головної оптичної осі L_1 .

2. $SO_2 = F$, тому промінь 1 після L_2 спрямований паралельно до головної оптичної осі SO_1 . Далі будемо хід двох променів 1 і 2 в лінзі L_2 .

Зображення S' утворюється на перетині фокальної площини лінзи L_2 (MK) і променя 2. Тоді $AD = F \cos \alpha + 2F + F = F \cos \alpha + 3F$; ($O_1A = F \cos \alpha$; $O_1O_2 = 2F$; $O_2D = F$).

Висновки

1. При розв'язуванні задач на вказані типи оптичних систем необхідно створити рисунок, який уточнює умову, несе вичерпну інформацію щодо конкретного фізичного процесу. На рисунку відображається хід променів, головна і побічні оптичні осі, фокальні площини, всі необхідні відстані, відмічаються проміжні та остаточні зображення предмета.

2. Загальна формула лінзи: $\pm \frac{1}{F} = \pm \frac{1}{d} \pm \frac{1}{f}$. Будь-яка з цих трьох відстаней може бути додатньою або від'ємною.

3. Необхідно враховувати, що якщо промені після заломлення в лінзі сходяться, то утворюється дійсне зображення предмета, якщо ж вони після лінзи розходяться, то зображення уявне. Відповідно визначається знак величин: F ; d ; f .

4. В оптичних системах розсіювальна лінза може утворювати збільшене зображення, яке розташовується за нею.

5. Плоскопаралельна пластинка, розташована на малій відстані від лінзи, не змінює типу зображення, утвореного лінзою, а лише зміщує його на відстань, яка у випадку малих кутів визначається тільки показником заломлення такої пластинки та її товщиною.

Застосування задач такого рівня складності дає змогу не лише повторити знання, набуті раніше, а й узагальнити і систематизувати їх у нових, нестандартних умовах, досягати поглибленого засвоєння навчального матеріалу, сформувати предметні компетенції високого рівня.

Ці задачі корисні для факультативних занять, при підготовці до ЗНО, олімпіад.

Практика доводить: використання задач високого рівня складності забезпечує повноцінну навчальну діяльність, у результаті якої зростає темп розумового розвитку, спостерігається прискорення логічного та творчого мислення.

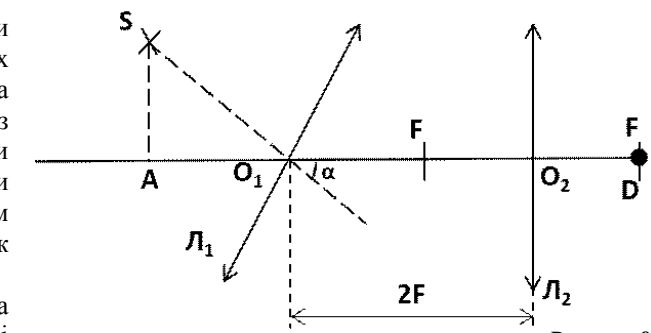


Рисунок 8

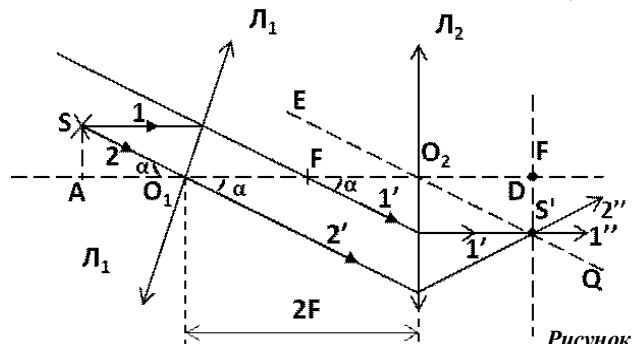


Рисунок 9

Література

1. Гончаренко С. У., Корженевич Є. Л. Задачі для фізичних олімпіад. Київ: Рад. шк., 1967. С. 61–64.
 2. Сперанський М. М. Як розв'язувати задачі з фізики. Київ: Рад. шк., 1972. С. 231–263.
 3. Струк Н., Мацюк В., Остап'юк С. Фізика. Комплексна підготовка до зовнішнього незалежного оцінювання. Тернопіль: Підручники і посібники, 2016. 432 с.