

УДК 378.147.091.3:51:159.947.5
**ПРО ФОРМУВАННЯ ДЕЯКИХ ЛОГІЧНИХ ОПЕРАЦІЙ ЯК БАЗИСУ МАТЕМАТИЧНОГО МИСЛЕННЯ У
ПРОЦЕСІ ВИВЧЕННЯ ОКРЕМИХ ТЕМ МАТЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ ТА ГЕОМЕТРІЇ**

*Бачевська Ірина Вікторівна,
старший викладач*

Прилуцький гуманітарно-педагогічний коледж ім. І. Я. Франка

Одним із завдань навчання математиці у вищому навчальному закладі є забезпечення рівня математичної культури, необхідного для повноцінної професійної діяльності студентів у майбутньому.

Орієнтуватися у потоці науково-технічної інформації можуть тільки люди, котрі вміють аналізувати та порівнювати факти, мислити творчо, оперативно реагують на зміни, що постійно виникають у практичній та науковій діяльності, у суспільній практиці в цілому. Саме математика є унікальним засобом формування освітнього та інтелектуального потенціалу особистості. У зв'язку з цим постає проблема розвитку математичного мислення студентів, тобто теоретичного мислення, побудованого на об'єктах математики, що вимагає пошуку умов ефективності його розвитку.

Результати досліджень багатьох вітчизняних та зарубіжних психологів та педагогів свідчать, що математичне мислення є не лише одним із найважливіших компонентів процесу пізнавальної діяльності, але й таким його складником, без цілеспрямованого розвитку якого неможливо досягнути ефективних результатів оволодіння математичною наукою. Дослідження багатьох вітчизняних і зарубіжних психологів (П. Блонського, В. Давидова, Ж. Піаже, Я. Пономарьова, С. Рубінштейна, Н. Талізної й інших) [3] підтверджують, що без планомирного розвитку математичного мислення неможливо досягти ефективних результатів у навчанні, систематизації знань, умінь і навичок.

Таким чином, *мета статті* полягає у спробі проаналізувати недоліки у формуванні логічних операцій мислення студентів (узагальнення, аналізу, синтезу) у процесі вивчення окремих тем та намітити шляхи їх корективи.

Логічне мислення як феномен вивчається різними науками: філософією, психологією, логікою. Кожна з них у власний спосіб визначає його сутність. Так, зокрема, в одних джерелах логічним мисленням називають процес мислення, в якому умовиводи суворо ґрунтуються на правильних судженнях. За таких умов явище отримує переконливе пояснення, безпомилково встановлюються причини й наслідки, унаочнюються зв'язки між поняттями, що розкриваються у судженнях, вірність яких не можна спростувати. Нерідко словесно-логічне мислення визначають як один з видів мислення, що відбувається шляхом використанням логічних конструкцій. А. Хінчин вказує на чотири характерні ознаки математичного мислення: 1) домінування логічної схеми міркування; 2) лаконізм, прагнення відшукати найоптимальніший логічний засіб вирішення питання; 3) чітке структурування аргументації; 4) точність використання математичної символіки [2, с. 38].

Більшість дослідників доходять спільної мови у тому, що розвиток логічного мислення у процесі навчання математиці передбачає набуття умінь порівнювати спостережувані предмети, знаходити у них спільне та відмінне; виділяти суттєві властивості предметів та відділяти їх від другорядних, несуттєвих; формувати у дітей навички аналізу предмету шляхом розділення його на складники з метою пізнання кожного з них та синтезу цих елементів з метою дослідження предмета (явища) як цілого; робити правильні висновки зі спостережень та перевіряти їх; прищеплювати вміння узагальнювати факти і переконливо доводити істинність власних суджень, спростовуючи хибні умовиводи; стежити за тим, щоб думки висловлювалися обґрунтовано.

Спіраючись на дослідження О. Колмогорова та інших [1], можна виділити такі компоненти математичного мислення: глибина як здатність проникнення у сутність завдання; гнучкість як здатність виходити за межі стандартного способу дії; узагальненість як спроможність використовувати узагальнення як ефективний прийом рішення задач; раціональність як здатність відшукувати економічне рішення задачі; просторова уява як вміння активно користуватися просторовими образами, схемами, символами; логічне мислення як здібність до логічного узгодження взаємопов'язаних етапів рішення задачі.

Власне логічне мислення повстає на основі наочно-образного мислення, є вищою стадією розвитку мислення загалом. Процес досягнення стадії логічного мислення доволі складний, передусім тому, що повноцінний розвиток логічного мислення не лише вимагає високої розумової активності, але й передбачає наявність у людини певної суми знань про суттєві ознаки явищ навколишнього.

Сутність методики формування математичного мислення студентів полягає у послідовному узгодженні навчального матеріалу із визначеними особливостями організації процесу навчання дисциплін за певними етапами: логічний аналіз навчального матеріалу; проектування комплексу педагогічних засобів формування математичного мислення; розробка системи навчальних завдань, що поєднує лекційні, практичні та самостійні заняття.

Неабиякий вплив на розвиток логічного мислення студентів справляє виклад матеріалу викладачем, що має відзначитися систематичністю, логічною послідовністю та науковістю. Проте у процесі навчання математиці іноді надають перевагу вивченню формулювань та доведень, що стає на заваді розвитку мислення, хоча перехід до розв'язування задач неможливий доти, доки не засвоєний комплекс означень й теорем. Але самі задачі підбираються як ілюстрація вже засвоєних понять й фактів. Інша надмірність полягає у односторонньому тренуванні мислення без достатньої опори на фактичні знання. Зокрема, учням дозволяється постійно мати поруч таблицю тригонометричних формул або таблицю похідних, з якою завжди можна звіритися, не завантажуючи пам'ять. Наслідком такої звички може стати невміння розв'язувати задачу за відсутності посібника з формулами, навіть якщо їх було б неважко пригадати чи вивести самостійно.

Розвиток мислення студента дійсно турбує викладача набагато менше, ніж озброєння його фактичними знаннями, тому що зміст фактичного матеріалу відображений у програмі, яку необхідно виконувати. Той факт, що цілеспрямованому розвитку мислення приділялось мало уваги, завжди компенсувався змістом математичних міркувань, які самі по собі – скарбниця для тренування розуму. Проте це є слухним лише для здібних студентів, котрі зі змістом фактичного матеріалу засвоюють й модуси процесу мислення. Переважна більшість студентів потребує спеціальної системи вправ на відпрацювання кожної навички розумової діяльності, планування якої вимагає від викладача чітких уявлень про те, вивчення яких розділів або тем програми уможливує відпрацювання конкретної навички логічного мислення.

Для досягнення необхідної систематичності у презентації змісту розділу чи теми курсу необхідно продумати як систему подання усього матеріалу, так і систему питань, які мають бути поставлені при викладанні, закріпленні й поглибленні нового матеріалу.

У практиці сучасного вивчення математики більша частина навчального часу відводиться на розв'язування задач. Але позитивних результатів у розвитку логічного мислення не можна досягти роботою лише із стандартними задачами.

Доцільнішим є розгляд кількох способів розв'язування однієї задачі, ніж швидке рішення трьох чи чотирьох аналогічних, та формування здібностей класифікувати, аналізувати, узагальнювати, систематизувати матеріал.

Зокрема, впродовж вивчення теми «Функції та їхні властивості» у запропонованій системі вправ зустрічаються різні математичні поняття, проте оперування ними здійснюється на середньому рівні: пропонується лише з'ясувати, чи володіє та чи інша функція певними властивостями. Ширші можливості для розвитку математичного мислення відкриваються у процесі розгляду додаткових, більш складних, проте й більш цікавих вправ. Наприклад:

1) Відомо, що функція $f(x)$ зростає на множині всіх дійсних чисел. Чи можна те саме стверджувати про функції $f(x+a)$, $f(x)+a$, $f(kx)$, $kf(x)$? 2) Відомо, що $f(x)$ і $g(x)$ непарні функції. Чи є їх композиція (суперпозиція) $f(g(x))$ парною або непарною? 3. Чи існує функція, яка одночасно є і парною і непарною? Відповідь обґрунтуйте аналітично та графічно.

Не слід робити висновок, що вдала система задач автоматично дозволить вирішити усі проблеми розвитку мислення. Серед головних вимог, що їм має відповідати система вправ і задач, яка сприятиме успішному розвитку математичного мислення, слід назвати такі, як повнота, комунікабельність та оптимальне варіювання. Проаналізуємо кожну з таких вимог.

Повнота – це необхідність аналізу усіх найбільш типових та важливих ситуацій. Наприклад, під час вивчення системи лінійних рівнянь найбільш поширений випадок – це система n рівнянь з n невідомими (система трьох рівнянь з трьома невідомими), що має єдиний розв'язок. Проте, недоцільно обмежуватися лише цим випадком, бо розв'язання достатньої кількості саме таких систем сформувало б певний стереотип мислення у студентів та призвело б у подальшому до неможливості роботи із системою з двох рівнянь із трьома невідомими. Серія вправ вважатиметься повнішою, якщо до неї включити систему рівнянь, де кількість рівнянь не співпадатиме із кількістю невідомих. Як правило, ця система має нескінчену кількість розв'язків або є несумісною. Серію вправ можна зробити ще повнішою, якщо залучити до неї завдання, у яких число рівнянь менше за число невідомих, а система все ж сумісна, або розглянути завдання з різними варіаціями у застосуванні методу (наприклад, коли метод Гауса призводить до системи, де вільні невідомі розташовані не в останньому, а у передостанньому з рівнянь).

Комунікативність – наявність усіх можливих зв'язків між задачами та вправами однієї теми, а також із попередніми та наступними темами й розділами. Прикладами цих зв'язків можуть бути невеликі цикли підготовчих задач, що спрямовуються на 1) полегшення процесу розв'язування найбільш нелегкої задачі; 2) розв'язування однієї й тієї ж задачі у різних розділах різними способами; 3) рішення задач та вправ пропедевтичного характеру.

Оптимальне варіювання складається із поступової зміни змісту від задачі до задачі у системі задач і вправ. Ці зміни повинні бути настільки поступовими, щоб кожна задача була достатньо схожою на попередню й доступною для розв'язання. Водночас кожна наступна задача має настільки відрізнятись від попередньої, щоб вона могла бути «перешкодою» для студента на новому рівні складності. Наприклад, розв'язання логарифмічних нерівностей можна почати з найпростішого випадку, потім поступово ускладнювати завдання, опісля перейти до розгляду логарифмічної нерівності з основою меншою 1, потім до випадку, коли невідоме міститься в основі логарифма. Ці зміни мають обумовлюватися індивідуальними здібностями студентів.

Виділення трьох вказаних основних вимог визначено особливостями розвиваючого мислення. Дійсно, для міцного оволодіння змістом фактичного матеріалу та навичками математичної діяльності необхідно, щоб ці вимоги повно презентувалися у системах задач та вправ. Порушення однієї з них призводить до зниження ефективності усієї системи. У процесі вироблення такої систематичності, студенти вже підсвідомо, не помічаючи цього, послідовно йдуть від аналізу умови до розв'язку, проводячи певні послідовні логічні міркування та набуваючи вмінь порівняння, узагальнення, класифікації, аналізувати та систематизації у процесі навчання математиці.

Важливою передумовою формування здатності узагальнювати є вміння знаходити суттєві ознаки об'єкта, коли класифікація передбачає використання таких способів мислення, як порівняння і узагальнення, та потребує проведення розподілу об'єктів за класами. Проте такий розподіл має відносний характер, оскільки багато об'єктів, завдяки своїй складності, не можуть бути зараховані лише до якогось одного класу. Все залежить від головного принципу класифікації. Одні й ті ж самі предмети можна класифікувати по-різному, залежно від класифікаційної ознаки. Наприклад: 1). у запропонованому ряді рівнянь вибрати ті, що зводяться до квадратних; й ті, що мають безліч розв'язків, або ті, які не мають розв'язків взагалі; ті, що є ірраціональними чи дробово-раціональними показниками; 2) з поданих функцій вибрати ті, областю визначення яких є всі дійсні числа, або ті, що є неперервними на визначеному проміжку; є парними чи монотонно зростають.

Формуючи вміння узагальнювати, доцільно запропонувати декілька об'єктів, які стосуються однієї групи з вимогою об'єднати їх одним узагальнюючим поняттям. Наприклад: 1) призма, піраміда, зрізана піраміда (многогранники); 2) циліндр, конус, зрізаний конус, куля (тіла обертання); 3) точка, пряма, площина (основні поняття стереометрії).

Ефективність навчальної діяльності, спрямованої на розвиток мислення, залежить від ступеню творчої активності студентів при розв'язуванні задач. Свідоме вивчення математики та розвиток мислення студентів стимулюється самостійним складанням (конструюванням) математичних задач. По-перше, виховується самостійність (оперування вивченими об'єктами й фактами математики); по-друге, розвивається творча розумова активність студентів.

Отже, можна дійти таких висновків. Розв'ій логічного мислення – це формування навичок здійснення логічних операцій, озброєння знаннями логіки, вироблення умінь й навичок використання цих знань у навчальній та практичній діяльності. Правильна організація процесу навчання математики забезпечує найбільш ефективний розвиток логічного мислення.

Розв'язування математичних задач вимагає застосування багатьох розумових вмінь: аналізувати задану ситуацію, зіставляти задачу, що розв'язується зараз із задачами, розв'язаними раніше, виявляючи приховані властивості певної ситуації; конструювати найпростіші математичні моделі; синтезувати, відбираючи корисну інформацію, систематизуючи її у вигляді тексту, символічно, графічно; об'єктивно оцінювати отримані при розв'язуванні задачі результати, узагальнювати або спеціалізувати результати розв'язання задачі, досліджувати особливі прояви певної ситуації. також необхідно відмітити, що роботу над розвитком математичного мислення студентів не можна проводити від випадку до випадку, потрібно раціонально використовувати кожний етап заняття, кожне завдання чи задачу.

У подальшому необхідно обґрунтувати теоретично та практично реалізацію кожного з цих етапів, що й визначає перспективу подальших досліджень.

Резюме. У статті проаналізовано недоліки у формуванні окремих логічних операцій мислення студентів у процесі вивчення вибіркового тем математичних дисциплін та окреслено шляхи їх ліквідації. **Ключові слова:** математичне мислення, логічне мислення, порівняння, узагальнення, математичні дисципліни.

Резюме. В статье проанализированы недостатки в формировании отдельных логических операций мышления студентов в процессе изучения отдельных тем математических дисциплин и определены пути их ликвидации.

Ключевые слова: математическое мышление, логическое мышление, сравнение, обобщение, математические дисциплины.

Summary. In the article the drawbacks of forming the students` definite logical thinking operations are analyzed in the process of learning the selected themes of mathematical subjects; the ways of avoiding them are defined. **Keywords:** mathematical thinking, logical thinking, comparison, conclusion, mathematical subjects.

Література

1. Крутецкий В. А. Психология математических способностей школьников / В. А. Крутецкий. – М.: Просвещение, 1968. – 431 с.
2. Вейль Г. Математическое мышление Г. Вейль. – М.: Наука, 1989. – 400 с.
3. Марченко Т. М. Методика формування математичного мислення студентів під час вивчення математичних дисциплін / Т. М. Марченко // Теорія і практика управління соціальними системами. – 2006. – № 1. – С. 55–62.
4. Метельський Н. В. Пути совершенствования обучения математике / Н. В. Метельский. – Мн.: Университетское, 1989. – 160 с.
5. Слєпкань З. І. Методика навчання математики / З. І. Слєпкань. – К.: Зодіак-ЕКО, 2000. – 512 с.