

УДК 616.12-073.97

О.В. Риженко, О.Ю. Малюченко.

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут»

ВИБІР ЧАСТОТИ ДИСКРЕТИЗАЦІЇ КАРДІОСИГНАЛУ ПРИ ФОРМУВАННІ РИТМОГРАМ ДЛЯ ЗАДАЧ АНАЛІЗА ВАРІАБЕЛЬНОСТІ СЕРЦЕВОГО РИТМУ

Стаття присвячена методиці вибору частоти дискретизації кардіосигналу при формуванні ритмограм для задач аналізу варіабельності серцевого ритму. При цифровій обробці сигналу ЕКГ завжди виникає задача вибору частоти дискретизації при аналогово-цифровому перетворенні. Вірно підібрана частота дискретизації дозволяє підвищити точність обробки даних. Для контролю цього параметра була обрана характеристика – спектральна щільність потужності, оскільки при аналізі варіабельності серцевого ритму найбільш часто використовуваним та інформативним є метод спектрального аналізу серцевого ритму.

АКТУАЛЬНІСТЬ РОБОТИ. При розробці апаратного та програмного забезпечення для спектрального аналізу кардіограми в першу чергу необхідно вибрати прийнятну частоту дискретизації електрокардіограма (ЕКС). При виборі частоти дискретизації F_d необхідно взяти до уваги той факт, що її збільшення призводить до покращення точності обробки даних, проте потребує більшого часу на обчислення та об'єму пам'яті для зберігання інформації.

Відомо, що промислові кардіомонітори, що випускалися до 1995 року мають частоту дискретизації $F_d < 200$ Гц. Деякими авторами [1] вказувалася в якості

оптимального діапазону частоти 250-500 Гц, а у випадку використання більш низьких частот дискретизації (але не менше 100 Гц) можна досягти хорошого результату при вимірюванні тривалості між сусідніми характерними точками. Проте стандарт *SCP- ECG*, що визначає вимоги до програмних систем для ЕКГ, вказує, що частота дискретизації повинна бути не менше 500 Гц [2], а в приладах для холтерівського моніторингу ЕКГ частота дискретизації 2 кГц [3].

Взявши до уваги досить широкий діапазон, що вказується різними авторами частот дискретизації ЕКС, було проведено дослідження, метою якого була оцінка впливу F_d вихідного сигналу на результати аналізу серцевого ритму.

Оскільки на даний час математичне описання серцевого ритму відсутнє в силу надзвичайно широкої варіабельності властивостей серцевого ритму в нормі та при наявності патології, здійснити точну оцінку впливу частоти дискретизації кардіограми на оцінку параметрів варіабельності серцевого ритму (ВСР) не представляється можливим. Проте, в якості деяких первинних орієнтирів можна прийняти результати, наведеного нижче аналізу впливу частоти дискретизації на точність визначення кореляційної функції та спектральної щільності потужності (СЩП) ВСР. В якості контролюючої характеристики була обрана саме СЩП у зв'язку з її широким застосуванням при аналізі ВСР, а також у зв'язку з тим, що вимоги збільшення частоти дискретизації ЕКС більшість авторів пов'язують саме з точністю отримання спектральних оцінок, а не інших характеристик ВСР.

МАТЕРІАЛ І РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕНЬ. При виконанні процедури квантування часової величини $t_{\text{кв}} = \dots$. Результат квантування $t_{\text{кв}}$ можна записати у вигляді

$$t_{\text{КВ}} = t_n - \epsilon(t + \delta), \quad (1)$$

де ϵ – похибка квантування, яка має вид пилоподібного коливання з періодом рівним шагу квантування Δ (рис. 1), δ – зсув, рівномірно-розподілений в інтервалі $[-\Delta/2, \Delta/2]$. Знайдемо кореляційний момент похибки квантування $R_c(t_1, t_2)$ для фіксованих моментів часу t_1 і t_2 (рис. 2):

$$R_c(t_1, t_2) = E_{\delta}\{\epsilon(t_1 + \delta) \times \epsilon(t_2 + \delta)\} = \frac{1}{\Delta} \int_{-\Delta/2}^{\Delta/2} \epsilon(t_1 + \delta) \epsilon(t_2 + \delta) d\delta, \quad (2)$$

де $E_{\delta}\{\dots\}$ – усереднення по δ .

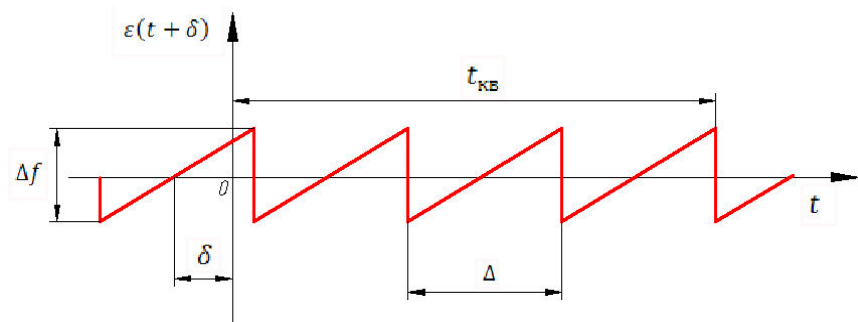


Рис. 1. Вид сигналу похибки квантування.

Скористаємося розкладанням $\epsilon(t)$ в ряд Фур'є:

$$\epsilon(t) = \frac{\Delta}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{k} \sin \frac{2k\pi t}{\Delta} \quad (3)$$

Тоді (4)

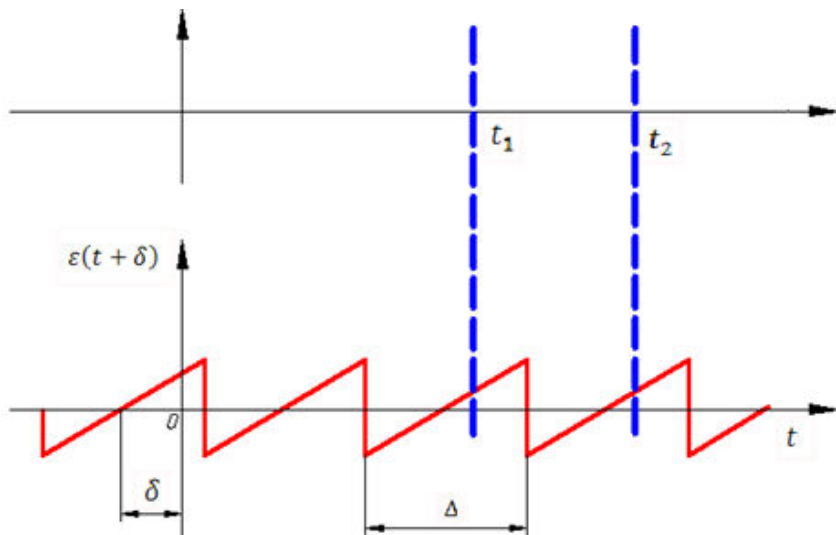


Рис. 2. Кореляційний момент похибки квантування.

$$\begin{aligned}
 R_z(t_1, t_2) &= \frac{\Delta^2}{\pi^2} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+l}}{kl} \int_{-\Delta/2}^{\Delta/2} \sin \frac{2k\pi(t_1 + \delta)}{\Delta} \sin \frac{2l\pi(t_2 + \delta)}{\Delta} \frac{d\delta}{\Delta} = \\
 &= \frac{\Delta^2}{\pi^2} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+l}}{kl} \times \frac{1}{2\Delta} \times \\
 &\times \left(\int_{-\Delta/2}^{\Delta/2} \cos \frac{2\pi}{\Delta} (kt_1 - lt_2 + (k-1)\delta) d\delta - \int_{-\Delta/2}^{\Delta/2} \cos \frac{2\pi}{\Delta} (kt_1 - lt_2 + (k+1)\delta) d\delta \right)
 \end{aligned}$$

Оскільки перший інтеграл відмінний від нуля тільки при $k=l$, а другий рівний нулю завжди, отримуємо:

$$R_z(t_1, t_2) = \frac{\Delta^2}{\pi^2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2k^2} \cos \frac{2k\pi}{\Delta} (t_2 - t_1) \quad (5)$$

Розглянемо тепер послідовність інтервалів $\zeta_i = t_i - t_{i-1}$ та послідовність їх квантових величин

$$\xi_{\text{КВ}i} = t_{\text{КВ}i} - t_{\text{КВ}i-1} = t_i - t_{i-1} - (\varepsilon(t_i + \delta) - \varepsilon(t_{i-1} + \delta)). \quad (6)$$

Очевидно, що $E_{\delta}\{\xi_{\text{КВ}}\}$ оскільки

$$E_{\delta}\{(t_{\text{КВ}i})\} = t_i - E_{\delta}\{\varepsilon(t_j + \delta)\} = t_j \quad (7)$$

Визначимо другий змішаний момент $E_{\delta}\{\xi_{\text{КВ}}$

$$E_{\delta}\{\xi_{\text{КВ}i}, \xi_{\text{КВ}j}\} = E_{\delta}\{(t_{\text{КВ}i} - t_{\text{КВ}i-1})(t_{\text{КВ}j} - t_{\text{КВ}j-1})\}. \quad (8)$$

Розкриваючи дужки і враховуючи співвідношення (7)

та

$$E_{\delta}\{(t_{\text{КВ}i}, t_{\text{КВ}j})\} = E_{\delta}\{(t_i - \varepsilon(t_i + \delta))(t_j - \varepsilon(t_j + \delta))\} = \\ = t_i t_j + E_{\delta}\{c(t_i + \delta) \times c(t_j + \delta)\} - \\ - t_i t_j + K_{\delta}(t_i, t_j)$$

отримаємо

$$E_{\delta}\{\xi_{\text{КВ}i}, \xi_{\text{КВ}j}\} = \xi_i \xi_j + \frac{\Delta^2}{2\pi^2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} \times \left(\cos \frac{2k\pi}{\Delta} (t_i - t_j) \right. \\ \left. + \cos \frac{2k\pi}{\Delta} (t_{j-1} - t_{i-1}) - \cos \frac{2k\pi}{\Delta} (t_{j-1} - t_i) - \cos \frac{2k\pi}{\Delta} (t_j - t_{i-1}) \right) \quad (9)$$

Після перегрупування доданків та тригонометричних перетворень, отримаємо

$$E_{\delta}\{\xi_{\text{КВ}i}, \xi_{\text{КВ}j}\} = \xi_i \xi_j + \frac{2\Delta^2}{\pi^2} \sum_{k=1}^m \frac{1}{k^2} \times \sin \frac{k\pi t_i}{\Delta} \sin \frac{k\pi t_j}{\Delta} \cos \frac{k\pi}{\Delta} (t_j + t_{j-1} - t_i - t_{i-1}) \quad (10)$$

Кореляційний момент $R_{\text{КВ}}(\xi_{\text{КВ}}$ квантування величин і з урахуванням отриманого результату є усереднення по і :

$$K_{\text{из}}(\xi_i, \xi_j) = \bar{\xi}_i \times \bar{\xi}_j - \bar{\xi}_i \times \bar{\xi}_j + \frac{2\Delta^2}{\pi^2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} \times \sin \frac{k\pi \xi_i}{\Delta} \sin \frac{k\pi \xi_j}{\Delta} \cos \frac{k\pi}{\Delta} (t_j + t_{j-1} - t_i - t_{i-1}), \quad (11)$$

де риска означає усереднення по випадковим моментам t_j, t_{j-1} . Звідси

$$R_{\text{из}}(\xi_i, \xi_j) = R_{\xi}(\xi_i, \xi_j) + \frac{2\Delta^2}{\pi^2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} \times \sin \frac{k\pi \xi_i}{\Delta} \sin \frac{k\pi \xi_j}{\Delta} \cos \frac{k\pi}{\Delta} (t_j + t_{j-1} - t_i - t_{i-1}). \quad (12)$$

де R_{ξ} – кореляційна функція істинного (неквантованої) послідовності інтервалів слідування кардіокомплексів.

Для остаточного розрахунку виразу (12) необхідно знати спільну щільність ймовірності $W(t_j, t_{j-1}, i)$ для виконання операції усереднення. Аналітичне представлення $W(t_j, t_{j-1}, i)$ не представляється можливим, оскільки кожний з вхідних в $W(t_j, t_{j-1}, i)$ аргументів є сумою виду $t_j = \sum_{i=1}^j \xi_i$, де статистика доданків невідомі, як і швидкість нормалізації суми. Тому точний вираз для автокореляційної функції серцевого ритму отримати не вдається. Проте, вираз (12) цілком придатний для орієнтовного вибору частоти дискретизації F_0 (інтервалу дискретизації Δ).

Дійсно для знаходження дисперсії квантування значення в (12) необхідно закласти $i = j(\xi_i = \xi_j)$, що приведе до рівності:

$$\sigma_{\text{КВ}}^2 = R_{\text{КВ}}(\xi, \xi) = \sigma_{\xi}^2 + \sigma_{\text{Ш КВ}}^2, \quad (13)$$

де $\sigma_{\xi}^2 = I$ – дисперсія істинних неквантованих відліків ритмограми,

$$\sigma_{\text{ш кк}}^2 = \frac{2\Delta^2}{\pi^2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} \sin^2 \frac{k\pi\xi}{\Delta} \quad (14)$$

де – вклад в дисперсію квантованого значення за рахунок шуму квантування.

Оскільки $\sin^2 \frac{1}{3}$, другий доданок виразу (13) підпорядковується оцінці вище:

$$\sigma_{\text{ш кк}}^2 \leq \frac{2\Delta^2}{\pi^2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} = \frac{2\Delta^2}{\pi^2} \times \pi^2 \times B_2. \quad (15)$$

де B_2 – число Бернуллі. Таким чином,

$$\sigma_{\text{ш кк}}^2 \leq \Delta^2/3. \quad (16)$$

Необхідно, щоб вклад другого доданку в (13) не був відчутний на фоні першого доданку, наприклад,

$$\sigma_{\text{ш кк}}^2 \leq \alpha \times \sigma_{\xi}^2, \quad (17)$$

де – параметр, що визначає похибку, що вноситься квантуванням

Тоді частота дискретизації F_d при α в силу (17) повинна вибиратися з умови

$$F_d \geq \frac{1}{\sqrt{0,03} \times \sigma_{\xi}}. \quad (18)$$

Згідно літературним даним $\sigma_{\xi} \geq 0,01$ с. Тоді мінімальна частота дискретизації складає близько 580 Гц. Таким чином, аналітично отриманий результат цілком узгоджується з тими роботами та стандартами, де потрібна частота дискретизації не нижче 500 Гц.

Висновки

При розгляді питання вибору частоти дискретизації ЕКС з точки зору її впливу на точність спектральної структури ВСР, аналітично одержано співвідношення, що

дозволяє вибрати частоту на підставі очікуваного значення середньоквадратичного відхилення серцевого ритму.

Література:

1. Петров Н. П., Позняк А. С. О совместном оценивании пропущенных наблюдений и параметров линейных управляемых процессов // Автоматика и телемеханика, 1989, №1. С. 13-14.

2. Стратонович Р. Л. Избранные вопросы теории флуктуаций в радиотехнике. - М.: Советское Радио, 1961. С. 558.

3. Фролов Ю. П. Математические методы в биологии, ЭВМ и программирование: теоретические основы и практикум. Самара.: изд-во Самарского Университета, 1997. С. 266.