

УДК 538.955

Л.Д. Дідух, Ю.М. Довгоп'ятий, О.І.Крамар,

Ю.Л. Скоренький

Тернопільський національний технічний університет ім.

І.Пулюя

УМОВИ РЕАЛІЗАЦІЇ АНТИФЕРОМАГНІТНОГО СТАНУ В МОДЕЛІ МОТТ-ХАББАРДІВСЬКОГО МАТЕРІАЛУ

Запропоновані підходи, які дозволяють подолати принципові труднощі, пов'язані із стандартним розглядом вузькозонних систем, в яких антиферомагнетизм стабілізується за рахунок непрямих катіон-катіонних взаємодій, а носії струму в магнітній підсистемі відіграють дестабілізуючу роль. При цьому отримується добре узгодження між теорією і експериментом для ряду оксидів і сульфідів перехідних металів.

З роботи [1] відомо, що гамільтоніан системи s -електронів із сильною внутрішньоатомною взаємодією (типу полярної моделі або моделі Хаббарда) для випадку, коли концентрація електронів $n=1$, можна представити у формі гамільтоніана обмінної моделі із ефективним обмінним інтегралом $J_{\alpha} = 2t_0^2/U$ (t_0 – незбурений інтеграл переносу в моделі Хаббарда) між найближчими сусідами; у роботах [2, 3] вперше було показано, що антиферомагнетизм мотт-хаббардівського (MX) діелектрика стабілізується віртуальними процесами парного народження і знищення дірок і двійок на сусідніх вузлах. У цьому випадку ($n=1$) маємо добре означений стан антиферомагнетика у вигляді двох вкладених одна в одну підграток із протилежними намагніченостями. В наближенні молекулярного поля температура Нееля

визначається виразом $\theta_N = zt_0^2/U$. Якщо ж $n \neq 1$, то для послідовного опису магнітних властивостей необхідно враховувати трансляційний рух „зайвих” електронів (для $n > 1$), або дірок (якщо $n < 1$). Проте розгляд антиферромагнетизму поза рамками теорії збурень, безпосередньо із вихідного гамільтоніану (типу Хаббарда), зустрічає відомі труднощі [4-15].

Розгляд двопідграткового антиферромагнетика в моделі Хаббарда за допомогою наближення Хартрі-Фока при врахуванні внутрішньоатомної взаємодії дає таке рівняння для температури Нееля ($n=1$):

$$1 = \frac{1}{2N} \sum_{\vec{k}} \frac{U}{t_0(\vec{k})} \tanh \frac{t_0(\vec{k})}{2\theta_N}. \quad (1)$$

Видно, що $\theta_N \rightarrow \infty$ при $U \rightarrow \infty$, що, зрозуміло, некоректно. При великих U і $n=1$ електрони можуть здійснювати лише віртуальні переходи, а $\theta_N \sim 1/U$; якщо $t_0(\vec{k})=0$, то із (1) виходить, що $\theta_N \sim U$, що, знову ж таки, незадовільно.

В наближенні Хаббарда [16] для температури Нееля двопідграткового антиферромагнетика отримується рівняння ($n=1$):

$$1 = \frac{1}{2N} \sum_{\vec{k}} \frac{U}{\Delta(\vec{k})} \cdot \frac{\sinh(\Delta(\vec{k})/2\theta_N)}{\cosh(\Delta(\vec{k})/2\theta_N) - \cosh(t(\vec{k})/2\theta_N)}, \quad (2)$$

де

$$\Delta(\vec{k}) = (t_0^2(\vec{k}) + U^2/4)^{1/2}. \quad (3)$$

Для малих значень U результат аналогічний наближенню Хартрі-Фока, проте, на відміну від рівняння (1), (2) не має інших розв'язків, крім $\theta_N = 0$.

При довільних n наближення Хаббарда також не приводить до антиферромагнетизму (при будь-яких t_0 і U) [11]. Слід зауважити, що хоча і існують антиферромагнітні

розв'язки при $T = 0$ в моделі Хаббарда, отримані за допомогою покращених наближень з енергії основного стану [5-7, 17], поширення цих результатів на $T \neq 0$ зустрічає ті ж самі труднощі, що і для випадку вузькозонного феромагнетика.

Відомо, що в обмінній моделі двопідграткового ізотропного антиферомагнетика енергетичний спектр спінових хвиль лінійно залежить від квазіімпульсу ($\sim \vec{k}J_\alpha$). Розгляд спектру спінових хвиль безпосередньо із гамільтоніана Хаббарда приводить при використанні загальноновживаних наближень до правильної залежності від квазіімпульсу, але при цьому, отримується пропорційність інтегралу переносу ($\sim \vec{k}t_0$) [9], що, зрозуміло, невірно. В наближенні [16] рівняння для T_N має вигляд [15]

$$1 = \frac{1}{N} \sum_{\vec{k}} \frac{1}{\cosh \frac{U}{2\theta_N} + \cosh \frac{t(\vec{k})}{2\theta_N}} \left(\sinh \frac{U}{2\theta_N} + \frac{J_\alpha}{t(\vec{k})} \sinh \frac{t(\vec{k})}{2\theta_N} \right). \quad (4)$$

Якщо скористатися прямокутною густиною станів, то із (4) отримується такий вираз для температури Нееля θ_N :

$$\theta_N = \frac{J_\alpha}{2} \cdot \left(\sinh \frac{w}{2\theta_N} \right)^{-1} \int_0^{w/2\theta_N} \frac{\sinh x}{x} dx. \quad (5)$$

Видно, що коректний вираз для θ_N отримується лише за умови, що $w \ll \theta_N$. Ситуація нагадує ту, яка виникла при розгляді вузькозонного феромагнетика за допомогою наближення Хаббарда та його аналогів.

Нижче запропоновані підходи, які дозволяють подолати згадані вище принципові труднощі, пов'язані із стандартним розглядом як МХ-діелектриків, так і МХ-провідників, в яких антиферомагнетизм стабілізується за рахунок непрямих катіон-катіонних взаємодій, а носії струму в магнітній підсистемі відіграють дестабілізуючу

роль. При цьому отримується добре узгодження між теорією і експериментом (зокрема для залежності температури від ступеня легування для ряду оксидів і сульфідів перехідних металів).

Розглянемо частково заповнену ($n < 1$) вузьку зону провідності (ВЗП) для випадку, коли нижня і верхня підзони не перекриваються. Тоді для температур $T \leq T_N$ можна обмежитися розглядом нижньої підзони, яка описується гамільтоніаном в конфігураційному представленні [1]:

$$H = \sum_{ij\sigma} t(ij) X_i^{\sigma 0} X_j^{0\sigma} + \frac{1}{2} \sum J_a(ij) (X_i^{\sigma} X_j^{\bar{\sigma}} - X_i^{\sigma\bar{\sigma}} X_j^{\bar{\sigma}\sigma}). \quad (6)$$

Якщо обмежитися рамками моделі Хаббарда, то $t(ij)$ і $J_a(ij)$ мають зміст інтегралу переносу та міжвузлової обмінної взаємодії і у загальному випадку необхідно взяти до уваги перенормування цих величин за рахунок як корельованого переносу, та і непрямих взаємодій (через аніонну підсистему).

Неврахування у (6) доданку, який містить притягання дірок і двійок (з константою взаємодії $\sim J_a$) зумовлено тим, що, як буде показано, антиферромагнетизм у ВЗП реалізується лише при заповненні вихідної зони, близькому до половинного, коли вказаною взаємодією можна нехтувати.

Розглянемо альтернативну ґратку, яку можна уявити у вигляді двох вкладених одна в одну кристалографічно еквівалентних А і В підґраток з протилежними намагніченостями (модель дво підґраткового антиферромагнетика). У згоді із цим

$$\langle X_p^\uparrow \rangle = \frac{n+m}{2}, \quad \langle X_p^\downarrow \rangle = \frac{n-m}{2}, \quad \langle X_l^\uparrow \rangle = \frac{n-m}{2}, \quad \langle X_l^\downarrow \rangle = \frac{n+m}{2}, \quad (7)$$

де $\langle X_i^\sigma \rangle$ – середнє число електронів на вузол; індекс p нумерує вузли підґратки А, l – підґратки В, m – відносна

намагніченість підгратки.

Рівняння для функції Гріна

$$G_{pp'}^{\uparrow}(E) = \left\langle \left\langle X_p^{0\uparrow} \mid X_{p'}^{\uparrow 0} \right\rangle \right\rangle_E \quad (8)$$

при врахуванні обмінної взаємодії у наближенні молекулярного поля має вигляд

$$\begin{aligned} (E - z \langle X_l^{\downarrow} \rangle J_a) G_{pp'}^{\uparrow}(E) &= \frac{\delta_{pp'}}{2\pi} \langle X_p^{\uparrow} + X_p^0 \rangle - \\ &- \sum_l t(pl) \left(\left\langle \left\langle (X_p^{\uparrow} + X_p^0) X_l^0 \mid X_{p'}^{\uparrow 0} \right\rangle \right\rangle + \left\langle \left\langle X_p^{\downarrow\uparrow} X_l^{0\downarrow} \mid X_{p'}^{\uparrow 0} \right\rangle \right\rangle \right) \end{aligned} \quad (9)$$

Прийmemo, що

$$\left[X_p^{0\uparrow}, H_t \right] = \sum_j \varepsilon^{\uparrow}(pj) X_j^{0\uparrow}, \quad (10)$$

де H_t – трансляційна частина гамільтоніана (6). Враховуючи у (10) взаємодію між найближчими сусідами, отримуємо після антикомутацій виразу (10) із операторами $X_p^{\uparrow 0}$, $X_p^{\downarrow 0}$, що

$$(X_p^{\uparrow} + X_p^0) \varepsilon^{\uparrow}(pp) = - \sum_l t(pl) X_p^{\downarrow 0} X_l^{0\downarrow}, \quad (11)$$

$$(X_l^{\uparrow} + X_l^0) \varepsilon^{\uparrow}(pl) = \left((X_p^{\uparrow} + X_p^0) (X_l^{\uparrow} + X_l^0) + X_p^{\downarrow\uparrow} X_l^{\uparrow\downarrow} \right) t(pl) \quad (12)$$

неоператорний характер $\varepsilon^{\uparrow}(ij)$ можна постулювати або через усереднення лівих і правих сторін виразів (11) і (12) або використанням квазікласичного підходу. Прийmemo, що $\varepsilon^{\uparrow}(ij)$ визначені.

Запишемо тепер рівняння для функції Гріна

$$T_{lp}^{\uparrow}(E) = \left\langle \left\langle X_l^{0\uparrow} \mid X_p^{\uparrow 0} \right\rangle \right\rangle_E \quad (13)$$

за тих самих умов. Тоді, після переходу до \vec{k} -простору отримуємо систему рівнянь для визначення функцій Гріна (8) і (13):

$$\left(E + \mu + \varepsilon_p^\uparrow - z \langle X_p^\downarrow \rangle J_a\right) G_k^\uparrow(E) = \frac{\langle X_p^\uparrow + X_p^0 \rangle}{2\pi} + \varepsilon^\uparrow(\vec{k}) T_k^\uparrow(E), \quad (14)$$

$$\left(E + \mu + \varepsilon_l^\uparrow - z \langle X_p^\downarrow \rangle J_a\right) T_k^\uparrow(E) = \tilde{\varepsilon}^\uparrow(\vec{k}) G_k^\uparrow(E), \quad (15)$$

де $G_k^\uparrow(E)$, $T_k^\uparrow(E)$, $\varepsilon^\uparrow(E)$ – фур’є-компоненти відповідно $G_{pp'}^\uparrow(E)$, $T_{pp'}^\uparrow(E)$, $\varepsilon^\uparrow(pl)$; $\tilde{\varepsilon}^\uparrow(\vec{k})$ отримується із виразу для $\varepsilon^\uparrow(\vec{k})$ заміною $m \rightarrow -m$.

Важливо відзначити, що спін-залежний зсув центрів відповідних підзон підграток ε_p^σ і ε_l^σ фактично приводить до перенормування (зменшення) величини непрямой обмінної взаємодії для випадку частково заповненої зони (для напівзаповненої зони таке перенормування практично відсутнє). Для оцінки цього перенормування визначимо ε_i^σ через усереднення виразу (11) (і аналогічно виразу для ε_l^\uparrow).

Маємо

$$\varepsilon_p^\uparrow = -2\varepsilon / (2 - n + m), \quad \varepsilon_l^\uparrow = -2\varepsilon / (2 - n - m), \quad (16)$$

де

$$2\varepsilon = -\frac{2}{N} \sum_l t(pl) \langle X_p^{\downarrow 0} X_l^{\uparrow 0} \rangle \quad (17)$$

– середня енергія (на один вузол) трансляційного руху електрона у нижній підзоні. Таким чином врахування спін-залежного зсуву центрів підзон приводить до перенормування хімпотенціалу –

$$\mu + \frac{znJ_a}{2} - \frac{\varepsilon(2-n)}{(2-n)^2 - m^2} \rightarrow \mu, \quad (18)$$

і інтегралу непрямой обмінної взаємодії:

$$J_a + \frac{2\varepsilon}{(2-n)^2 - m^2} \rightarrow \tilde{J}_a. \quad (19)$$

Оскільки $\varepsilon < 0$, то $\tilde{J}_a < J_a$; останнє цілком зрозуміло: трансляційний рух локалізованих магнітних моментів дестабілізує двопідграткову антиферромагнітну структуру. Отриманий результат стверджує, що необхідною (проте не достатньою) умовою антиферромагнетизму у частково заповненій ВЗП є

$$J_a > \frac{2|\varepsilon|}{(2-n)^2}. \quad (20)$$

Подібний результат отримується, якщо для визначення ε^σ скористатися методом середнього поля. У цьому випадку маємо

$$\varepsilon^\uparrow(p) = w(1-n)(n^2 - m^2)^{1/2} / (2-n+m), \quad (21)$$

$$\varepsilon^\uparrow(l) = w(1-n)(n^2 - m^2)^{1/2} / (2-n-m), \quad (22)$$

а перенормований обмінний інтеграл

$$\tilde{J} = J_a - \frac{2w(1-n)(n^2 - m^2)^{1/2}}{(2-n)^2 - m^2}; \quad (23)$$

і замість умови (20) маємо (для моделі Хаббарда)

$$w(2-n)^2 > z(1-n)nU. \quad (24)$$

Представимо одноелектронну функцію Гріна у вигляді

$$G_k^\uparrow(E) = \frac{\langle X_p^\uparrow + X_p^0 \rangle}{2\pi} \left(\frac{A_{\bar{k}}}{E + \mu - \omega^\uparrow(\bar{k})} + \frac{B_{\bar{k}}}{E + \mu + \omega^\uparrow(\bar{k})} \right), \quad (25)$$

де

$$\omega^\uparrow(\bar{k}) = \left(\frac{z^2 m^2 \tilde{J}^2}{4} + \varepsilon^\uparrow(\bar{k}) \tilde{\varepsilon}^\uparrow(\bar{k}) \right)^{1/2}, \quad (26)$$

$$A_{\bar{k}} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{zm\tilde{J}}{2\omega^\uparrow(\bar{k})} \right), \quad B_{\bar{k}} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{zm\tilde{J}}{2\omega^\uparrow(\bar{k})} \right). \quad (27)$$

В результаті отримується система рівнянь для m і μ :

$$m = \frac{m}{2N} \sum_{\vec{k}} \left(1 - \frac{1}{2} \tanh \frac{-\mu + \omega(\vec{k})}{2\theta} - \frac{1}{2} \tanh \frac{-\mu - \omega(\vec{k})}{2\theta} \right) + \frac{2-n}{4N} \sum_{\vec{k}} \frac{m\tilde{J}}{\omega(\vec{k})} \left(\tanh \frac{-\mu + \omega(\vec{k})}{2\theta} - \tanh \frac{-\mu - \omega(\vec{k})}{2\theta} \right), \quad (28)$$

$$n = \frac{2-n}{2N} \sum_{\vec{k}} \left(1 - \frac{1}{2} \tanh \frac{-\mu + \omega(\vec{k})}{2\theta} - \frac{1}{2} \tanh \frac{-\mu - \omega(\vec{k})}{2\theta} \right) + \frac{m}{4N} \sum_{\vec{k}} \frac{m\tilde{J}}{\omega(\vec{k})} \left(\tanh \frac{-\mu + \omega(\vec{k})}{2\theta} - \tanh \frac{-\mu - \omega(\vec{k})}{2\theta} \right), \quad (29)$$

Покладемо в рівняннях (28) і (29) $m=0$ (вважаємо, що перехід у парамагнітний стан є фазовим переходом 2-го роду). Тоді маємо таку систему рівнянь для визначення температури Нееля θ_N і хімпотенціалу

$$\frac{16(1-n)}{(2-n)^2} = \frac{1}{N} \sum_{\vec{k}} \frac{\tilde{J}}{\varepsilon(\vec{k})} \left(\tanh \frac{\varepsilon(\vec{k}) + \mu}{2\theta_N} + \tanh \frac{\varepsilon(\vec{k}) - \mu}{2\theta_N} \right), \quad (30)$$

$$\frac{2(3n-2)}{(2-n)} = \frac{1}{N} \sum_{\vec{k}} \left(\tanh \frac{\varepsilon(\vec{k}) + \mu}{2\theta_N} + \tanh \frac{\varepsilon(\vec{k}) - \mu}{2\theta_N} \right). \quad (31)$$

Для подальшого необхідна конкретизація одночастинкового спектру $\varepsilon(\vec{k})$ у парафазі. Якщо мати на увазі якісний характер залежності температури Нееля від ступеня заповнення зони, то можна скористатися наступним наближенням [18], яке дозволяє обійти проблему конкретизації енергетичного спектру. Замінімо у рівняннях (30) і (31) $\varepsilon(\vec{k})$ їх середні значеннями по зоні $\langle \varepsilon(\vec{k}) \rangle$ (наближення енергетичного центру ваги). Енергія трансляційного руху легованого МХД із одночастинковим спектром вигляду

$$\varepsilon(\vec{k}) = \alpha t(\vec{k}) + \beta \quad (32)$$

$(t(\vec{k}))$ – фур’є-компонента інтегралу переносу, α і β – довільні сталі) визначається виразом

$$E_0 = -\frac{2wn(1-n)}{2-n}. \quad (33)$$

При $T=0$ можна знайти $\langle \varepsilon(\vec{k}) \rangle$ із умови

$$-\frac{2wn(1-n)}{2-n} = \langle \varepsilon(\vec{k}) \rangle n; \quad (34)$$

$$\langle \varepsilon(\vec{k}) \rangle = -\frac{2w(1-n)}{2-n}. \quad (35)$$

Для температур $T \neq 0$ $\langle \varepsilon(\vec{k}) \rangle$ також можна знаходити за формулою (34), оскільки поправкою до енергії Фермі ($\varepsilon_F \sim w$) при температурах $T \leq T_N$ ($\sim \theta_N^2/w$) можна знехтувати.

Таким чином, отримуємо

$$\theta_N = \frac{2w(1-n)}{2-n} \left(\operatorname{arctanh} \frac{4(1-n)w}{z\tilde{J}} \right)^{-1}. \quad (36)$$

Якщо у виразі (36) покласти $n \rightarrow 1$, то для температури Нееля отримується результат теорії молекулярного поля для обмінної моделі

$$\theta_N = zt^2 / U. \quad (37)$$

Умовою існування антиферромагнетизму є умова

$$z\tilde{J} > 4(1-n)w \quad (38)$$

для моделі Хаббарда і перенормування J , означуваного (23). Умова ферромагнетизму –

$$w(2-n)^3 > 4U(1-n). \quad (39)$$

Типові залежності θ_N від параметрів системи показані на рис. 1. Видно, що при реалістичних значеннях параметрів антиферромагнетизм зникає вже при декількох відсотках дірок, тобто вже слабке легування відповідними домішками мотт-хаббардівського діелектрика дестабілізує антиферромагнітне впорядкування.

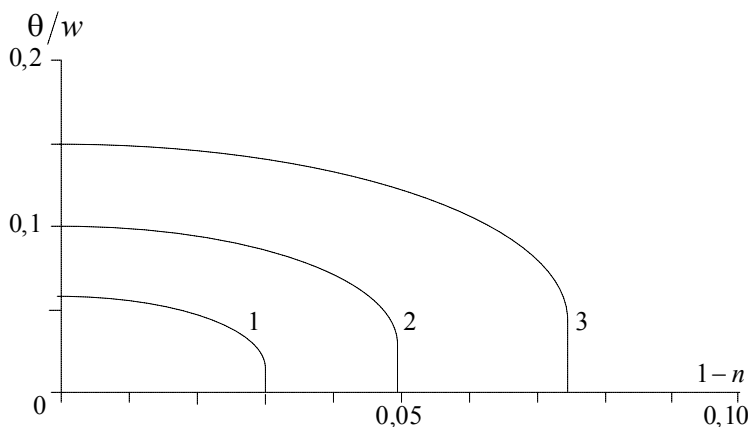


Рис. 1. Залежність температури Нееля від концентрації дірок. 1 – $zJ/w = 0,12$; 2 – $zJ/w = 0,2$; 3 – $zJ/w = 0,3$.

На основі (36) можна пояснити залежність температури Нееля від концентрації носіїв струму (в магнітній підсистемі) у вузькозонних матеріалах, зокрема в сполуках $(V_{1-x}Ti_x)_2O_3$ [6], Ni_xS [19] і надпровідних кераміках [20, 21]. При цьому потрібно мати на увазі, що при порівнянні значень θ_N , які даються формулою (36) обмінний інтеграл \tilde{J} потрібно розглядати як феноменологічний параметр. Оскільки в рамках моделі орбітально невідродженої зони антиферромагнетизм зумовлений лише делокалізаційним обміном, в той час, як в реалістичних $p-d$ -моделях антиферромагнетизм стабілізується і іншими механізмами, пов'язаними із $p-d$ -переходами.

Література:

1. Дидух Л.Д. Исследование модели нелокализованных электронов в теории ферро- и антиферромагнетизма: дис. кандидата физ.-мат. наук: 041 / Дидух Леонид Дмитриевич. – Львов: ЛГУ, 1968. – 120 с.

2. Боголюбов М.М. Лекції з квантової статистики. – Київ: Радянська школа, 1948. – 225 с.
3. Дидух Л.Д. К теории ферромагнетизма в полярной модели / Л.Д. Дидух, И.В. Стасюк // Укр. физ. журн. – 1968. – Т. 13. – № 6. – С. 899–904.
4. Кузьмин Е.Г., Петраковский Г.А., Завадский З.А. Физика магнитоупорядоченных веществ. – М.: Наука, 1976.
5. Mizia J. CPA treatment of Hubbard model with intraatomic exchange interaction / J. Mizia // Phys. St. Sol. (b). – 1976. – V. 76. – P. 461–470.
6. Florencio J. Antiferromagnetic ground state in s-band Hubbard model / J. Florencio, K.A. Chao // Phys. Rev. Lett. – 1975. – V. 35, № 11. – P. 741–744.
7. Maksymowicz A. Antiferromagnetic ground state in the Hubbard model / A. Maksymowicz // Acta Physica Pol. – 1979. – V. A55. – P. 873–880.
8. Горячев Е.Г. Спектр хаббардовского антиферромагнетика в методе неприводимых операторов / Е.Г. Горячев, Е.В. Кузьмин. – Красноярск: Ин-т физики, 1985. – 21 с. (Препринт / Ин-т физики АН СССР. – № 31 ЭФ).
9. Кугель К.И. Спиновые волны в зонной модели антиферромагнетика / К.И. Кугель, Д.И. Хомский // Физика металлов и металловедение. – 1973. – Т. 35. – № 2. – С. 248–253.
10. Sokoloff J.B. Antiferromagnetism in narrow-band solids / J.B. Sokoloff // Phys. Rev. B. – 1970. – V. 1, № 2. – P. 1144–1150.
11. Mehrotra C. Absence of antiferromagnetic ordering in Hubbard's simple decoupling scheme / C. Mehrotra, K.S. Vishwanthan // Phys. Rev. B. – 1973. – V. 7, № 1. – P. 559–563.

12. Caron L. Paramagnetic and antiferromagnetic Phases in the half-filled narrow energy band / L. Caron, G. Kemeny // *Phys. Rev. B.* – 1972. – V. 3, № 9. – P. 3008–3015.

13. Nakanishi K. First-order phase transition in itinerant antiferromagnetism / K. Nakanishi, K. Maki // *Progr. Theor. Phys.* – 1972. – V. 48, № 4. – P. 1059–1079.

14. Oles A. Antiferromagnetism and correlation of electron in one-band Hubbard model / A. Oles, J. Spalek // *Z. Phys. B – Condens. Mat.* – 1981. – V. 44. – P. 177–184.

15. Дидух Л.Д. Антиферромагнитное решение в модели Хаббарда / Л.Д. Дидух // *Физ. тв. тела.* – 1974. – Т. 16. – С. 2393–2394.

16. Hubbard J. Electron correlations in narrow energy bands / J. Hubbard // *Proc. Roy. Soc.* – 1963. – V. 281, № 1369. – P. 238–257.

17. Robaskiewicz S. Antiferromagnetism and insulator – metal transition in the two-band Hubbard model / S. Robaskiewicz // *Acta Phys. Polonica.* – 1974. – V. A46, № 3. – P. 379–381.

18. Ирхин В.Ю. Электрон-магнитное взаимодействие в коллективизированных ферромагнетиках / В.Ю. Ирхин, М.И. Кацнельсон // *ФММ.* – 1988. – Т. 60. – № 1. – С. 41–52.

19. Sparks J.T. Metal-to-Semiconductor Transition in Hexagonal NiS / J.T. Sparks, T. Komoto // *Rev. Mod. Phys.* – 1968. – V. 40. – P. 752–754.

20. Kitaoka Y. Magnetic phase diagram in $(La_{1-x}Ba_x)_2CuO_4$ / Y. Kitaoka, K. Ishida, T. Kobayashi, K. Amaya, K. Asayama // *Physica C.* – 1988. – V. 153–155, Part 1. – P. 733–734.

21. J. M. Tranquada. Antiferromagnetism in $YBa_2Cu_3O_{6+\delta}$ / J.M. Tranquada, A.H. Moudden, A.I. Goldman, P. Zolliker, D.E. Cox, and G. Shirane // *Phys. Rev. B.* – 1988. – V. 38, № 4. – P. 2477–2485.