

УДК 621.822

І. І. Рудець

Луцький національний технічний університет

## **УЗАГАЛЬНЕНА МОДЕЛЬ ДИНАМІКИ ФОРМОУТВОРЕННЯ ПОВЕРХОНЬ ОБЕРТАННЯ НА БАГАТОШПИНДЕЛЬНИХ ТОКАРНИХ АВТОМАТАХ**

*В статті розроблено узагальнену модель динаміки формоутворення поверхонь обертання на шестишпindelному токарному автоматі 1Б265П6К, яка покладена в основу формування мікрогеометричних характеристик робочих поверхонь кілець підшипників.*

Під час формоутворення об'єктами виступають поверхні, які обмежують деталь. В процесі формоутворення інструмент відносно деталі здійснює одно- або багатопараметричні рухи. В загальному випадку відносний рух інструменту зводиться не більш, ніж до п'ятипараметричного. Чим складнішим є відносний рух, тим потенційнішими можливостями володіє спосіб оброблення деталі і для більш загальним повинен бути відповідний спосіб утворення поверхні для багатокоординатного оброблення поверхонь деталей підшипників оптимальною є гнучка кінематика формоутворення. Для цього вихідна інструментальна поверхня повинна бути утворена таким чином, що в кожній точці дотику поверхонь деталі та інструменту досягнута необхідна ступінь конформності поверхні інструменту до оброблюваної поверхні деталі.

Оброблення поверхні кільця підшипника може виконуватись різцем з головним  $\varphi$  і допоміжним  $\varphi_1$  кутами. Заготовка в процесі оброблення обертається

навколо своєї осі з кутовою швидкістю  $\omega_a$ , а різець переміщується вздовж твірної з подачею  $S_{in}$ . При цьому з заготовки знімається припуск товщиною  $t$ . Після оброблення на поверхні деталі утворюється залишковий деформований мікрорельєф, висота якого не повинна перевищувати граничного значення.

Поверхні кільця підшипника можуть оброблятися різними способами. Наприклад, робоча поверхня кільця підшипника на токарному верстаті може оброблятися точковим різцем з поздовжньою подачею або лінійним профільним різцем з поперечною подачею. Кількість схем оброблення залежить від можливості варіювання типу різального інструменту та комбінування різних рухів. Сумарна кількість  $S$  схем оброблення визначається за формулою:

$$S = \sum_{i=1}^M a_i, \quad (1)$$

де  $M$  – кількість різних типів інструментів на верстаті ( $M \geq 1$ );

$a_i$  - число варіантів зв'язків між рухами формоутворення для оброблення  $i$ -м типом інструменту ( $a_i \geq 1$ ).

Сукупність усіх схем оброблення характеризує спектр формоутворюючих можливостей верстату. Величина спектру прямопропорційно залежить від  $S$ . Повною характеристикою спектру є перелік рівнянь оброблюваних поверхонь та схем оброблення на верстаті. В граничному випадку на верстаті можливе оброблення лише одним інструментом ( $M=1$ ) з єдиним варіантом зв'язку між рухами ( $a=1$ ). Таким чином, в загальному випадку  $S \geq 1$ .

Для забезпечення максимальної точності формоутворення необхідно визначити оптимальне відносне положення деталі та інструменту в процесі оброблення. Під час проведення формоутворення рухами орієнтування другого роду [1] з поточною точкою на поверхні кільця підшипника вводиться точка поверхні інструменту (різця), яка потенційно забезпечує найвищу ступінь конформності вихідної інструментальної поверхні до поверхні деталі. В загальній для поверхонь оброблюваної деталі та інструменту в дотичній площині будується індикатриса конформності  $Ind_{conf}(\vec{A}^2 \vec{a}^2)$  і розраховується напрямок вимірювання її мінімального діаметру  $d_{conf}^{min}$ . У плоскому нормальному перерізі, який проходить через точку  $K$  в напрямку вимірювання діаметру  $d_{conf}^{min}$  поверхні деталі та інструменту максимально конформні одна одній. В точці  $K$  цього перерізу визначаються радіуси кривини  $R_a$  та  $R_i$  поверхонь деталі та інструменту відповідно, а також похідна  $\frac{\ddot{a}R_i}{\ddot{a}L_i}$  за довжиною дуги  $L_i$  лінії перетину вихідної інструментальної поверхні знайденим плоским нормальним перерізом. За співвідношенням радіусів кривини  $R_a$  та  $R_i$  і значенням похідної  $\frac{\ddot{a}R_i}{\ddot{a}L_i}$  встановлюється напрямок ( $A$  або  $B$ ) руху поверхні інструменту по поверхні деталі (рис. 1). При цьому положення точки  $K$  на поверхні деталі залишається незмінним, тоді, як на вихідній інструментальній поверхні воно змінюється.

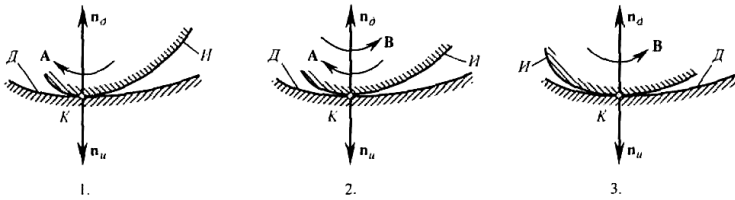


Рис. 1. Зміна рухами орієнтування другого роду положення інструменту відносно деталі.

Рух поверхні інструменту по поверхні деталі здійснюється узгодженими між собою обертальним та поступальним рухами: простими рухами орієнтування другого роду [2]  $\{\omega_{\ddot{a}.X}; v_{\ddot{a}.Y}\}$ ,  $\{\omega_{\ddot{a}.Y}; v_{\ddot{a}.X}\}$  або  $\{\omega_{\ddot{a}.X}; \omega_{\ddot{a}.Y}; v_{\ddot{a}.X}; v_{\ddot{a}.Y}\}$ .

Напрямки рухів орієнтування другого роду повинні бути такими, щоб функція двох змінних  $r_{conf} = r_{conf}(U_i V_i)$  прагнула до мінімуму. Для цього необхідне виконання умов:

$$\frac{\ddot{a}r_{conf}}{\ddot{a}U_u} = 0; \quad \frac{\ddot{a}r_{conf}}{\ddot{a}V_u}, \quad (2)$$

Для

$$\frac{\ddot{a}^2 r_{conf}}{\ddot{a}U_i^2} > 0 \text{ та } \left[ \frac{\ddot{a}^2 r_{conf}}{\ddot{a}U_i^2} \cdot \frac{\ddot{a}^2 r_{conf}}{\ddot{a}V_i^2} - \left( \frac{\ddot{a}^2 r_{conf}}{\ddot{a}U_i \ddot{a}V_i} \right)^2 \right]_{U_i=U_i^{[K]}; V_i=V_i^{[K]}} > 0. \quad (3)$$

Щоб вирішити задачу синтезу локального формоутворення в даній постановці, необхідно знайти екстремум функції шести змінних  $X_i, Y_i, Z_i$  і  $\varphi_X, \varphi_Y, \varphi_Z$  за всіма шістьма параметрами.

Задачу можна істотно спростити, якщо розглядати її в локальній системі координат. Необхідний поворотний рух, яким інструмент переводиться з початкового в найвигідніше положення відносно деталі, відтворюється трьома обертаннями навколо осей координат верстату.

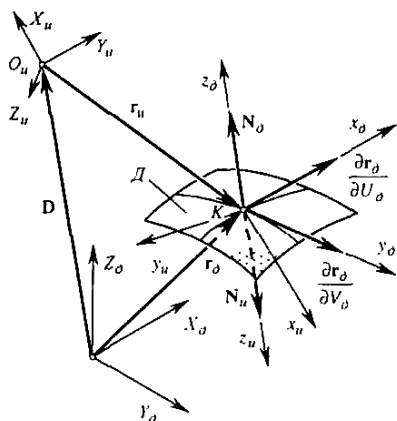


Рис. 2. Положення точки  $K$  в системі координат  $X_o, Y_o, Z_o$ , яка пов'язана з деталлю та  $X_i, Y_i, Z_i$ , яка пов'язана з інструментом

При цьому необхідно враховувати, що у момент формоутворення радіус-вектори  $r_a^{(\hat{E})}$  і  $r_i^{(\hat{E})}$  (рис. 2) визначають ту саму точку  $K$  (не дивлячись на те, що ці вектори мають різне аналітичне представлення - вони записані в різних системах координат:  $X_a, Y_a, Z_a$  і  $X_i, Y_i, Z_i$ ).

Якщо врахувати, що попередньо аналітично описано замкнутий цикл послідовних перетворень координат, як в прямому так і в зворотному напрямках, то положення початку  $O_i$  системи координат  $X_i, Y_i, Z_i$ , пов'язаної з інструментом, в системі координат  $X_a, Y_a, Z_a$ , пов'язаній з

деталлю, визначається вектором  $D$  ( $|D| = O_i O_{\bar{a}}$ ). З рис. 2 слідує, що  $D + r_i^{(\dot{E})} = r_{\bar{a}}^{(\dot{E})}$ , звідки:

$$r_i^{(\dot{E})} = r_{\bar{a}}^{(\dot{E})} - D. \quad (4)$$

В процесі оброблення деталь і інструмент зорієнтовані одна щодо іншого не довільно, а таким чином, що їх локальні системи координат  $x_{\bar{a}} y_{\bar{a}} z_{\bar{a}}$  мають співпадаюче з точкою К загальний початок, а осі аплікат - розташовані уздовж контактної нормалі (на прямий, проходячій через вектори нормалей і протилежно направлені. В цьому випадку перехід від однієї локальної системи координат до іншої і назад описується операторами перетворення координат і відповідно. В розгорненому вигляді оператор перетворення записується:

$$\text{Re } s(I^{(K)} \rightarrow \dot{A}) = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & 0 & 0 \\ f_{21} & f_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Зворотнє перетворення координат описується оператором:

$$\text{Re } s(I^{(K)} \rightarrow \dot{A}) = \text{Re } s(I^{(K)} \rightarrow \dot{A})^{-1} = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & 0 & 0 \\ f_{21} & f_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

Знак "-" у формулах (5) і (6) з'являється внаслідок того, що осі аплікат  $z_o$  і систем локальних координат протилежно направлені.

Якщо локальні системи координат  $x_{\bar{a}} y_{\bar{a}} z_{\bar{a}}$  і  $x_i y_i z_i$  ортогональні, то елементи  $f_{ij}$  операторів  $Re s({}^2(\dot{E}) \rightarrow \ddot{A})$  (5) і  $Re s(\ddot{A}^{(\dot{E})} \rightarrow I)$  (6) після перетворення дорівнюють  $\sin \mu$  і  $\cos \mu$  з урахуванням знаку. Тому:

$$Re s(I^{(K)} \rightarrow \ddot{A}) = \begin{bmatrix} \cos \mu & -\sin \mu & 0 & 0 \\ \sin \mu & \cos \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (7)$$

$$Re s(I^{(K)} \rightarrow \ddot{A}) = \begin{bmatrix} \cos \mu & \sin \mu & 0 & 0 \\ -\sin \mu & \cos \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (8)$$

З урахуванням викладеного можна визначити траєкторію переміщення точки  $K$  по поверхні  $I$  інструменту в результаті здійснення руху орієнтування другого роду.

Різні рухи орієнтування другого роду приводять до утворення різних траєкторій на початковій інструментальній поверхні. Якщо необхідно, щоб довжина такої траєкторії була мінімальною (це доцільно, оскільки приводить до зменшення витрат часу на здійснення руху орієнтування інструменту), рух орієнтування другого роду слід здійснювати у напрямі градієнта нормального радіуса кривини початкової інструментальної поверхні. В цьому

випадку параметри траєкторії руху орієнтування визначаються так.

Для початкової інструментальної поверхні, заданої рівнянням вигляду  $r_i = r_i(U_i V_i)$ , поточне значення нормального радіусу кривини дорівнює:

$$R_u = \frac{\hat{O}_{1,i}}{\hat{O}_{2,i}} = \frac{E_i dU_i^2 + 2F_i dU_i dV_i + G_i dV_i^2}{L_i dU_i^2 + 2M_i dU_i dV_i + N_i dV_i^2}. \quad (9)$$

З (9) слідує, що поточне значення радіусу кривини  $R_i$  залежить, зокрема, від положення на поверхні інструменту точки, в якій він розраховується:  $R_i = R_i(X_i Y_i Z_i)$ . Тому, градієнт  $grad R_i$  нормального радіусу кривини  $R_i$  дорівнює:

$$grad R_i = \frac{\ddot{a}R_i}{\ddot{a}X_i} i_i + \frac{\ddot{a}R_i}{\ddot{a}Y_i} j_i + \frac{\ddot{a}R_i}{\ddot{a}Z_i} k_i, \quad (10)$$

де  $i_i, j_i, k_i$  -орти системи координат  $X_i Y_i Z_i$ , пов'язаної з інструментом.

Якщо в процесі оброблення відносні рухи деталі та інструменту узгоджені між собою так, що виконується умова (10), очевидно, що витрати часу на здійснення руху орієнтування інструменту будуть мінімальними.

Траєкторія переміщення точки  $K$  по початковій інструментальній поверхні в результаті здійснення руху орієнтування другого роду має вигляд деякої просторової кривої.

Оскільки ця крива лежить на поверхні інструменту, вона виражається параметричними рівняннями вигляду:



$$\begin{cases} U_i = U_i(t); \\ V_i = V_i(t), \end{cases} \quad (11)$$

де  $t$  - параметр, який визначає положення біжучої точки на траєкторії формоутворення.

Криву (11) можна представити у векторній формі  $r_i = r_i(t)$ .

В даному випадку функція  $r_i(U(t), V_i(t))$  описує криву на поверхні інструменту, а функція  $r_i(t^{(K)})$  - точку  $K$  на цій кривій.

Якщо параметр  $t$  змінюється від значення  $t = t_0$  в початковий момент до значення  $t = t_1$  в кінці здійснення руху орієнтування, довжина  $L_i$  шляху переміщення точки  $K$  по поверхні інструменту дорівнює:

$$\begin{aligned} L_u &= \int_{t_0}^t \sqrt{E_i \left( \frac{dU_i}{dt} \right)^2 + 2F_i \frac{dU_i}{dt} \cdot \frac{dV_i}{dt} + G_i \left( \frac{dV_i}{dt} \right)^2} dt = \\ &= \int_{t_0}^t \sqrt{E_i dU_i^2 + 2F_i dU_i + G_i dV_i^2} dt. \end{aligned} \quad (12)$$

Для початкових інструментальних поверхонь інструментів фасонів, що допускають рух “самого по собі” [1], вектор швидкості  $V_i^{(K)}$  переміщення точки  $K$  по поверхні інструменту розкладається на складові за двома заданими напрямками:

$$V_i^{(K)} = V_{i1}^{(K)} + V_{i2}^{(K)}. \quad (13)$$

Першу складову  $V_{i1}^{(K)}$  зручно направити дотично до лінії, уздовж якої початкова інструментальна поверхня допускає рух "самої по собі".

Другу складову  $V_{i2}^{(K)}$  можна (але не обов'язково) направити ортогонально  $V_{i1}^{(K)}$ .

Оскільки рух точки  $K$  з швидкістю  $V_{i1}^{(K)}$  приводить поверхню інструменту до руху "самого по собі", для розв'язку задачі синтезу локального формоутворення його можна не враховувати і визначати траєкторію руху контактної точки лише з швидкістю  $V_{i2}^{(K)}$ .

В загальному випадку траєкторію руху точки  $K$  по поверхні інструменту можна визначити з (10). В окремих випадках, коли поверхня інструменту розвертається на площину, для знаходження траєкторії руху точки  $K$  по початковій інструментальній поверхні можна використати диференціальне рівняння ізогональних траєкторій.

### **Література:**

1. Марчук В.І., Заблоцький В.Ю. Зв'язок параметрів хвилястості робочих поверхонь з віброакустичними характеристиками роликотітників // Високі технології в машинобудуванні: Збірник наукових праць НТУ "ХП". – Харків, 2003. – Вип.1 (6) – С. 85-90.
2. Кедров С.С. Колебания металлорежущих станков. – М.: Машиностроение, 1978. – 199 с.