

# РАДИОЕЛЕКТРОНИКА ТА ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЇ

## RADIO ELECTRONICS AND TELECOMMUNICATIONS

### РАДИОЭЛЕКТРОНИКА И ТЕЛЕКОММУНИКАЦИИ

УДК 621.396.96:551.501.815

#### МЕТОДИ СПЕКТРАЛЬНОГО ОЦІНЮВАННЯ ДЛЯ КОМБІНОВАНОЇ СИСТЕМИ ВИЯВЛЕННЯ НЕШУМЛИВИХ ЦІЛЕЙ І ПЕЛЕНГАЦІЇ ДЖЕРЕЛ ШУМОВИХ ВИПРОМІНЮВАНЬ

**Атаманський Д. В.** – доктор технічних наук, доцент, професор Харківського національного університету Повітряних Сил імені Івана Кожедуба, Харків, Україна.

**Рябуха В. П.** – доктор технічних наук, доцент, начальник відділення сучасних методів обробки цифрової інформації ДП НДІ РС «Квант-радіолокація», Київ, Україна.

**Карташов В. М.** – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри Харківського національного університету радіоелектроніки, Харків, Україна.

**Семеняка А. В.** – кандидат технічних наук, провідний науковий співробітник відділення сучасних методів обробки цифрової інформації ДП НДІ РС «Квант-радіолокація», Київ, Україна.

**Прокопенко Л. В.** – співробітник Харківського національного університету Повітряних Сил імені Івана Кожедуба, Харків, Україна.

#### АНОТАЦІЯ

**Актуальність.** Для багатьох РЛС автономні системи виявлення нешумливих повітряних цілей (ПЦ) і пеленгації джерел шумових випромінювань (ДШВ) можна замінити одною економічною системою виявлення ПЦ-пеленгації ДШВ, в яких загальні операції, що використовуються в процесі виявлення ПЦ і пеленгації ДШВ виконуються тільки один раз. Для такої системи розглядаються групи непараметричних і параметричних «надрозділяючих» методів спектрального аналізу (СА) для обґрунтування доцільного методу пеленгації ДШВ.

**Мета.** Порівняльний аналіз ефективності методів СА різних груп за сукупністю критеріїв і пропозиції щодо їх практичного застосування.

**Метод.** Ефективність методів визначається аналітично, за результатами імітаційного моделювання та їхнього порівняння з новими результатами, викладеними у відкритій літературі. У процесі моделювання непараметричних методів СА використовувалась обґрунтована й практично перевірена програмно-алгоритмічна база адаптивних решітчастих фільтрів.

**Результати.** Показано, що методи СА обох груп не мають обмежень на конфігурацію антенної решітки (плоска, кільцева і т.п.), в тому числі в ході використання в нееквидистантних «розріджених» антенних решітках (АР) з міжелементними відстанями більше половини довжини хвилі РЛС. Порівняно роздільну здатність (визначення кількості ДШВ) і ефективність пеленгації ДШВ методами різних груп під час використання різних АР. Показано, що методи першої групи (непараметричні) за ймовірністю правильного розділення майже не поступають відомим і новим методам другої групи (параметричним). За сукупністю критеріїв і практичних умов використання для пеленгації джерел шумових випромінювань доцільно використовувати метод мінімуму дисперсії Кейпона, якщо існують обмеження на обчислювальну складність методу. За відсутності таких обмежень доцільно використовувати набір методів.

**Висновки.** Для практичної реалізації комбінованої системи виявлення нешумливої точкової цілі і пеленгації джерел шумових випромінювань пропонується структурно-алгоритмічна основа адаптивного решітчастого фільтра. На ньому поряд з формуванням вагового вектора для виявлення цілі можна для пеленгації ДШВ реалізувати не тільки метод Кейпона, а і набір методів, якщо різним чином комбінувати квадрати модулів компонент його вихідних векторів.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** метод, спектральний аналіз, адаптивний решітчастий фільтр, критерій розділення-вимірювання, пеленгація, джерело шумових випромінювань, роздільна здатність.

## АБРЕВІАТУРИ

ESPRIT – Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques;  
CRLB – межа Крамера-Рао;  
MUSIC – Multiple Signal Classification;  
ML – метод максимальної правдоподібності;  
MPM (Minimal Polynomial Method) – метод мінімального багаточлена;  
АР – антенна решітка;  
АРФ – адаптивний решітчастий фільтр;  
АФР – амплітудно-фазовий розподіл;  
ВПМ – взаємно простий масив  
в.з. – власні значення;  
ВСШ – відношення сигнал/шум;  
ДШВ – джерело шумових випромінювань;  
ДС – діаграма спрямованості;  
ДЕС – дискретний енергетичний спектр;  
ІХ – імпульсна характеристика;  
КМ – кореляційна матриця;  
КСВП – комбінована система виявлення –пеленгації;  
МІХ – матрично-імпульсна характеристика;  
МАК – модифікований алгоритм Кейпона;  
МД – метод «мінімуму дисперсії» Кейпона;  
МЕ – метод «максимальної ентропії» Берга;  
ПЦ – повітряна ціль;  
РЛС – радіолокаційна станція;  
СА – спектральний аналіз;  
СФ – спектральна функція;  
СКП – середньо квадратична похибка;  
ФАР – фазована антенна решітка.

## НОМЕНКЛАТУРА

$K$  – розмір навчальної вибірки;  
 $M$  – число елементів АР;  
 $n$  – кількість джерел шумових випромінювань;  
 $p_M(\alpha)$  – остання компонента вектора  $\mathbf{p}(\alpha)$ ;  
 $q_1(\alpha)$  – перша компонента вектора  $\mathbf{q}(\alpha)$ ;  
 $\hat{S}_{ME_p}(\alpha)$  – СФ методу «максимальної ентропії» Берга, яка сформована з сигналів з  $p$ -виходів АРФ;  
 $\hat{S}_{ME_q}(\alpha)$  – СФ методу «максимальної ентропії» Берга, яка сформована з сигналів з  $q$ -виходів АРФ;  
 $\hat{S}_1(\alpha)$  – СФ методу Кейпона;  
 $\tilde{S}_3(\alpha)$  – СФ МАК, яка сформована з сигналів з  $q$ -виходів АРФ;  
 $\tilde{S}_3_p(\alpha)$  – СФ МАК, яка сформована з сигналів з  $p$ -виходів АРФ;  
 $\hat{S}(\alpha_l)$  – значення СФ у точках максимумів  $\alpha_l$ ;  
 $\hat{S}(\alpha_{\text{сер}})$  – значення СФ у середній точці  $\alpha_{\text{сер}}$  між максимумами;  
 $\sigma_\theta$  – середньоквадратична похибка;  
 $L$  – загальна кількість випробувань;

$\hat{\theta}_{i,\ell}$  – оцінка координати  $i$ -го джерела в  $\ell$ -м випробуванні;  
 $q$  – ВСШ;  
 $r_A$  – ранг матриці  $A$ ;  
 $\lambda_m^{(S)}$  – в.з. матриці  $S$ .

## ВСТУП

Для багатьох РЛС поряд із завданням виявлення повітряних цілей (ПЦ) на фоні завад, що створюються точковими джерелами шумових випромінювань (ДШВ), вимагається пеленгувати ці джерела. Зазвичай для цього створюються спеціальні канали обробки. Разом з цим алгоритми розв'язку кожного із завдань мають загальні операції, що становлять істотну частину відповідного алгоритму в цілому. Тому автономні системи виявлення ПЦ і пеленгації ДШВ можна замінити комбінованою системою виявлення ПЦ-пеленгації ДШВ (КСВП), в яких спільні операції виявлення ПЦ і пеленгації ДШВ виконуються тільки один раз. Можливості й особливості такої комбінації на основі кореляційних автокомпенсаторів розглядалися ще в роботах В. В. Федініна [1].

Комбінована система виявлення-пеленгації, що запропонована в [2], базується на єдиній програмно-алгоритмічній базі АРФ і дозволяє одночасно сформувати ваговий вектор для систем виявлення ПЦ і пеленгації ДШВ. Однак ґрунтовно не визначено доцільні методи пеленгації ДШВ.

## ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ

У науковій літературі для пеленгації ДШВ пропонуються так звані методи СА, що «надрозділяють», які в [3, с. 442] умовно поділяються на дві групи: без попередньої й з попередньою оцінкою кількості ДШВ. Методи першої групи ще називають непараметричними (невласноструктурними), а другої – параметричними (власноструктурними).

Непараметричні методи [4–10] базуються на безпосередньому аналізі вхідного процесу АР. Дана властивість цієї групи методів вигідно відрізняє її від групи параметричних методів [11–36], які передбачають апріорне знання обмежень на модель вхідних сигналів (кутовий розмір ДШВ, тип хвильового фронту, характер багатопроменевості й т.п.). На сьогодні загально відомі параметричні методи MUSIC, ROOT-MUSIC [4, 5, 16], повороту підпростору ESPRIT [11–14], MODE [15] достатньо ґрунтовно досліджені. Вони є спрощенням ML [15–19], який дозволяє досягти нижньої межі CRLB для великих вибірок вхідних дій. Поряд з його асимптотичною статистичною ефективністю, обчислювальні витрати методу ML надзвичайно високі, і його глобальний розв'язок не гарантується [16, 17]. Метод MUSIC є популярним наближенням методу ML, який в обчислювальному відношенні простий і для некорельованих сигналів асимптотично еквівалентний методу ML [20]. Однак у ви-

падку корельованих джерел його статистичні характеристики незадовільні [18].

Більшість параметричних методів, зокрема, проєкційні методи ESPRIT, MUSIC з його модифікаціями не мають можливості оцінити кількість джерел сигналів, яка є одним з параметрів математичної сигнальної моделі й має бути відома або попередньо оцінена. У методі MPM [7, 8] на відміну від методів MUSIC і ESPRIT не потрібно обчислювати власні числа і вектори КМ для поділу на шумовий й сигнальний підпростори.

У зазначених роботах показано, що MPM є більш ефективним порівняно з MUSIC у різних умовах корельованості сигналів ДШВ, а також у випадку об'єму вибірки  $K$ , який менший кількості  $M$  елементів АР.

Зазначимо, що розглянуті методи з поліпшеними характеристиками порівняно з їхніми класичними варіантами, і ряд інших, які розроблені для плоских [11, 24] і циліндричних АР [6, 11], синтезовані для  $M$  – елементних решіток з міжелементними відстанями меншими або рівними півхвилі РЛС. Відомо, що такі АР виявляють  $n = M - 1$  джерел шумових випромінювань. На практиці кількість елементів АР  $M \gg 1$ . При цьому значно зростають обчислювальні витрати, вартість устаткування й ускладнюється калібрування елементів АР.

Проблема долається застосуванням спеціальних нееквідистантних антенних решіток [25–29]. У них міжелементні відстані набагато більші півхвилі РЛС і змінюються від елемента до елемента. На сьогодні отримали розвиток взаємно прості масиви (ВІМ) [25, 27], що, як стверджується в [23], мають найкращі характеристики.

В умовах різноманітності параметричних методів СА порівняння їхньої ефективності (точності пеленгації, розділення й визначення кількості джерел) проводиться в межах групи й, зазвичай, при великих розмірах ( $K > 100$ ) навчальної вибірки [25, 27]. Сформулювати такі вибірки в ході пеленгації ДШВ та круговому огляді простору складно.

У більшості випадків методи СА порівнюються не за сукупністю, а за найбільш виразними показниками ефективності (якості). Не так очевидна й програмно-алгоритмічна база реалізації методів, наприклад, для MPM. Таким чином, переваги параметричних методів СА над непараметричними потребують обґрунтування. Для практичного застосування потрібно мати комплексну уяву про можливості методів різних груп і за сукупністю критеріїв.

**Мета статті** – порівняльний аналіз ефективності методів СА різних груп за сукупністю критеріїв і позиції щодо їхнього практичного застосування.

## 1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Нехай задана група А із  $G_1$  непараметричних методів і група В із  $G_2$  параметричних методів СА. Для останніх відома імовірність правильного визначення

$P_B(i)$  ( $i \in 1, G_2$ ) кількості ДШВ (роздільна здатність)

і точність  $\sigma_{\theta_B}(i)$  ( $i \in 1, G_2$ ) пеленгації ДШВ. Задача

вибору методу пеленгації ДШВ для комбінованої системи виявлення нешумливої точкової цілі і пеленгації ДШВ полягає в знаходженні значень  $P_A(\ell)$  і  $\sigma_{\theta_A}(\ell)$  ( $\ell \in 1, G_1$ ) і визначенні

$$P_a = \max(P_A(\ell)), \sigma_{\theta_a} = \min(\sigma_{\theta_A}(\ell)), \ell \in 1, G_1,$$

$$P_b = \max(P_B(i)), \sigma_{\theta_b} = \min(\sigma_{\theta_B}(i)), i \in 1, G_2.$$

Вважається, що група А ефективніша групи В, якщо

$$(P_a > P_b) \& (\sigma_{\theta_a} < \sigma_{\theta_b}).$$

В роботі використовуються результати досліджень ефективності параметричних методів, які наведено в роботах [7, 8, 25, 27]. Ефективність непараметричних методів визначається за результатами імітаційного математичного моделювання, яке виконано авторами публікації. Початкові дані і умови для моделювання відповідають умовам експериментів [7, 8, 25, 27]. Під час моделювання непараметричних методів СА використовувалась обґрунтована й практично перевірена програмно-алгоритмічна база АРФ [9, 10, 37].

## 2 МАТЕРІАЛИ І МЕТОДИ

Непараметричні методи СА сканування простору виконують сканування простору таким чином, щоб оцінка  $\hat{S}(\alpha)$  просторового спектру одержувалась як неперервна функція кутової координати  $\alpha$ , причому апріорні припущення про кількість джерел випромінювання не потрібні. У зв'язку з цим вони є більш привабливими для практичного застосування та технічної реалізації. Найбільш просто і компактно СФ переважної більшості методів СА реалізуються АРФ [9, 10]. До таких фільтрів відносяться фільтри із  $2M \times M$  МІХ вигляду (1):

$$W_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{0} \\ \dots & \dots \\ \mathbf{0} & \mathbf{N} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

де  $\mathbf{H}$  і  $\mathbf{N}^*$  – нижня і верхня трикутні ( $h_{il} = n_{li}^* = 0$  при  $l > i$ )  $M \times M$  матриці, що задовольняють умову (2):

$$\mathbf{H}^* \cdot \mathbf{H} = \mathbf{N} \cdot \mathbf{N}^* = \hat{\Psi} = \hat{\Phi}^{-1}. \quad (2)$$

Тут і далі зірочка (\*) – символ ермітового спряження.

Опорний вектор  $\mathbf{x}(\alpha)$  ФАР для напрямку аналізу  $\alpha$  з обраного діапазону  $\alpha \in [\alpha_b, \alpha_e]$  перетворюється цим фільтром у  $2M$ -вимірний вихідний вектор

$$\widehat{\mathbf{W}} \mathbf{x}(\alpha) = \begin{bmatrix} \mathbf{p}(\alpha) \\ \mathbf{q}(\alpha) \end{bmatrix}, \quad \begin{aligned} \mathbf{p}(\alpha) &= \widehat{\mathbf{H}} \mathbf{x}(\alpha), \\ \mathbf{q}(\alpha) &= \widehat{\mathbf{N}}^* \mathbf{x}(\alpha). \end{aligned} \quad (3)$$

Властивості (2), (3) АРФ дозволяють реалізувати більшість відомих і нових непараметричних методів СА на одному фільтрі. Так СФ

$$\widehat{S}_1(\alpha) = \left( \mathbf{x}^*(\alpha) \cdot \widehat{\Psi} \cdot \mathbf{x}(\alpha) \right)^{-1} \quad (4)$$

методу МД [4, 5], допускає на подання у вигляді [9, 10]

$$\widehat{S}_{MD_p}(\alpha) = (\mathbf{p}^* \mathbf{p})^{-1}, \quad \widehat{S}_{MD_q}(\alpha) = (\mathbf{q}^* \mathbf{q})^{-1}, \quad (5)$$

тобто є величиною оберненою до суми вихідних сигналів  $p$  і  $q$  – виходів АРФ.

Як випливає з (5), АРФ дозволяє одночасно сформувати два комплекти кожної СФ. Ця природня «надлишковість» може ефективно використовуватись як для контролю правильності обчислень (шляхом порівняння априорі рівних значень обох СФ  $\widehat{S}_1(\alpha)$ ), так і для підвищення якості СА (за рахунок переходу до середніх значень у загальному випадку різних «однотименних» СФ). Як приклад, останній компонент  $p_M(\alpha)$  вектора  $\mathbf{p}(\alpha)$  й перший компонент  $q_1(\alpha)$  вектора  $\mathbf{q}(\alpha)$  визначають два різновиди СФ методу МЕ Берга [4, 5, 9, 10]:

$$\begin{aligned} \widehat{S}_{ME_p}(\alpha) &= \left| \mathbf{h}_M^* \cdot \mathbf{x}(\alpha) \right|^{-2} = \left| p_M(\alpha) \right|^{-2}, \\ \widehat{S}_{ME_q}(\alpha) &= \left| \mathbf{n}_1^* \cdot \mathbf{x}(\alpha) \right|^{-2} = \left| q_1(\alpha) \right|^{-2}, \end{aligned} \quad (6)$$

де  $\mathbf{h}_M^* = [h_{Mj}]_{j=1}^M$  й  $\mathbf{n}_1^* = [n_{1j}]_{j=1}^M$   $M$ -вимірні останній рядок матриці  $\widehat{\mathbf{H}}$  й перший рядок матриці  $\widehat{\mathbf{N}}^*$  відповідно.

Крім широко відомих СФ Берга і МД Кейпона в літературі зустрічаються методи із СФ вигляду (7):

$$\widehat{S}_3(\alpha) = \frac{\omega_{mm} \cdot \mathbf{x}^*(\alpha) \cdot \widehat{\Psi} \cdot \mathbf{x}(\alpha)}{\left| \mathbf{e}_m^* \cdot \widehat{\Psi} \cdot \mathbf{x}(\alpha) \right|^2}, \quad m \in 1, M. \quad (7)$$

Спектральна функція  $S_3(\alpha)$  характеризує один з різновидів МАК [9, 10]. Реалізація МАК (7) на АРФ можлива двома варіантами СФ:

$$\widehat{S}_{MAK_p}(\alpha) = \frac{\mathbf{p}_{-M}^* \cdot \mathbf{p}_{-M}}{|p_M|^2}, \quad \widehat{S}_{MAK_q}(\alpha) = \frac{\mathbf{q}_{-1}^* \cdot \mathbf{q}_{-1}}{|q_1|^2}. \quad (8)$$

Як показано в [31], якість пеленгації в ряді випадків можна покращити, якщо використовувати інформацію набору «надрозділяючих» СФ. Досить ємний набір таких СФ отримується на одному АРФ за різних комбінацій квадратів модулів компонент його вихідних векторів (3). Прикладами служать, зокрема, СФ [9]:

$$\widehat{S}_{pr_p}(\alpha) = \left( \mathbf{p}_{pr}^* \cdot \mathbf{p}_{pr} \right)^{-1}, \quad \widehat{S}_{pr_q}(\alpha) = \left( \mathbf{q}_{pr}^* \cdot \mathbf{q}_{pr} \right)^{-1}, \quad (9)$$

які формуються «проміжним» числом

$$\vartheta = \text{round}(1 - \chi)M, \quad \chi \in 0, (M-1)/M \quad (10)$$

перших елементів вектора  $\mathbf{p}$  й останніх елементів вектора  $\mathbf{q}$ . В «граничних» випадках  $\chi = 0$  і  $\chi = (M-1)/M$  ( $\vartheta = M$  і  $\vartheta = 1$ ) СФ збігаються із СФ МЕ Берга (6). «Проміжні» різновиди СФ МАК (7, 8), для позначення яких використовується знак (~), описуються виразами:

$$\begin{aligned} \widetilde{S}_{3_p}(\alpha) &= \frac{\mathbf{p}_{\vartheta}^* \cdot \mathbf{p}_{\vartheta}}{\mathbf{p}_{pr}^* \cdot \mathbf{p}_{pr}}, \quad \widetilde{S}_{3_q}(\alpha) = \frac{\mathbf{q}_{\vartheta}^* \cdot \mathbf{q}_{\vartheta}}{\mathbf{q}_{pr}^* \cdot \mathbf{q}_{pr}}, \\ \widetilde{S}_{3_p}(\alpha) &= \frac{\mathbf{p}^* \cdot \mathbf{p}}{\mathbf{p}_{pr}^* \cdot \mathbf{p}_{pr}}, \quad \widetilde{S}_{3_q}(\alpha) = \frac{\mathbf{q}^* \cdot \mathbf{q}}{\mathbf{q}_{pr}^* \cdot \mathbf{q}_{pr}}. \end{aligned} \quad (11)$$

За необхідністю набір СФ можна поповнити й іншими СФ, які також сформовані з комбінацій квадратів модулів компонент вихідних векторів (3) АРФ. Нижче порівнюється ефективність розглянутих «надрозділяючих» методів СА з новими параметричними методами [25–36] в процесі розв'язання інформаційної задачі розділення-вимірювання [3].

### 3 ЕКСПЕРИМЕНТИ

Можливості «надрозділяючих» методів СА аналізуються на прикладі  $M$ -елементної ФАР, яка приймає шумові коливання  $n$  неперервних точкових незалежних ДШВ. Вхідна реалізація, на основі аналізу якої приймається рішення про відсутність або наявність джерел та їхні параметри, задається вибіркою  $\mathbf{Y} = [\mathbf{Y}_k]_{k=1}^K$   $K \geq 1$  гаусівських (нормальних) взаємозалежних  $M$ -вимірних векторів  $\mathbf{Y}_k = [y_i^{(k)}]_{i=1}^M$  комплексних амплітуд вихідних коливань  $M$  елементів (модулів) ФАР у  $K$  дискретних моментах часу з однаковою істинною  $M \times M$  КМ, яка допускає подання у вигляді [3–5]

$$\Phi = \overline{\mathbf{Y}_k \mathbf{Y}_k^*} = \mathbf{I}_M + \mathbf{F} \mathbf{h} \mathbf{F}^*, \quad k \in 1, K; \quad (12a)$$

$$\overline{\mathbf{Y}}_k = 0, \mathbf{Y}_k \mathbf{Y}_l^* = \Phi \delta_{kl}, \quad (12б)$$

$$\delta_{kk} = 1, \delta_{kl} = 0, k \neq l; k, l \in 1, K;$$

$$\mathbf{x}(\alpha_i) = [x_l(\alpha_i)]_{l=1}^M, i \in 1, n, \quad (12в)$$

$$\mathbf{F} = [\mathbf{x}(\alpha_i)]_{i=1}^n, \mathbf{h} = \text{diag}[h_i]_{i=1}^n.$$

Тут і далі риска зверху – символ статистичного усереднення.

Вираз (12) відповідає взаємній незалежності власних шумів  $M$  приймальних елементів з однаковою (прийнятою за одиницю) дисперсією і некорельованості випромінювань  $n$  зовнішніх джерел з відносними (по відношенню до рівня власних шумів елементів) потужностями  $h_i (i \in 1, n)$ . Вектори-стовпці  $\mathbf{x}(\alpha_i)$   $M \times n$  матриці  $\mathbf{F}$  (12в) описують АФР по апертурі випромінювань ДШВ з «напрямоків»  $\alpha_i (i \in 1, n)$ .

Непараметричні методи СА використовують нестатистичну процедуру аналізу просторового спектра шумових випромінювань. Вона полягає в формуванні в точках  $\alpha$  із вибраного сектора  $(\alpha_n, \alpha_k)$  СФ  $\hat{S}(\alpha)$  відповідних методів СА і подальшого пошуку їхніх локальних максимумів. Кількість максимумів далі ототожнюється з кількістю  $n$  джерел випромінювань у цьому секторі, а їхні координати  $\alpha_l$  і значення  $\hat{S}(\alpha_l) (l \in 1, n)$  – з напрямками і відносними інтенсивностями  $h$  джерел випромінювань [4, 5]. У цьому випадку два ДШВ вважаються розділеними за критерієм Релея, якщо «глибина провалу» між максимумами  $\hat{S}(\alpha_l) (l \in 1, 2)$ , що визначається параметром

$$\hat{\gamma} = \frac{\hat{S}(\alpha_l)}{\hat{S}(\alpha_{cep})}, l \in 1, 2, \alpha_{cep} = (\alpha_1 + \alpha_2) / 2, \quad (13)$$

перевищує априорі вибраний поріг  $\gamma_0$  (зазвичай  $\gamma_0 = (1 \div 3)$  дБ).

Розділення-вимірювання більшістю параметричних методів, зокрема, проєкційними методами ESPRIT, MUSIC з його модифікаціями, полягає в попередній оцінці кількості  $n$  ДШВ з подальшим визначенням напрямків на ДШВ за власними числами і векторами КМ.

Додаткові операції оцінки кількості  $n$  ДШВ, що входить до процедури пеленгації параметричними методами СА, збільшують загальні обчислювальні витрати для отримання результату пеленгації. Як приклад, для лінійних АР пеленгація методом MODE [22] реалізується аналізом власних значень КМ вхідних дій із обчислювальними витратами  $(0,5(M+1)MK)$ , де  $M$  і  $K$  – кількість елементів АР і навчальних векторів відповідно [22]. Це приблизно в  $0,5M$  раз більше, ніж потрібно для непараметричного методу Кейпона.

У методі МРМ [7, 8] на відміну від методів MUSIC і ESPRIT не потрібно обчислювати власні числа і век-

тори КМ для поділу на шумовий й сигнальний підпростори. Для цього достатньо оцінити степінь і корені мінімального багаточлена КМ сигналів в елементах АР та сформувати матричний проєктор на шумовий підпростір. Степінь  $m$  даного багаточлена пов'язаний із кількістю  $j$  джерел сигналів ( $J = m - 1$ ), а проєктор використовується для оцінки кутових координат цих джерел. Такі властивості МРМ за прийнятних значеннях ймовірності правильного розділення і похибок пеленгації можуть бути визначальними для вибору методу пеленгації в комбінованій системі виявлення нешумливих цілей і пеленгації джерел шумових випромінювань.

Експериментальні дослідження проводились шляхом імітаційного математичного моделювання і полягали в порівнянні ймовірності  $P$  правильного визначення кількості (роздільної здатності) та похибок  $\sigma_\theta$  пеленгації ДШВ методами МД,  $\tilde{C}_{3p}(\alpha)$ , АРФ-набором за стратегією «5 із 17» з параметричними методами. Вважалося, що АРФ-набір (п. 2) використовує  $Q = 17$  методів розділення  $n$  ДШВ. Джерела вважаються розділеними, якщо не менш  $z = 5$  методів вказали одне й те саме значення  $n$  джерел (стратегія розділення «5/17»).

#### 4 РЕЗУЛЬТАТИ

На рис. 1, 2 для ситуації двох рівнопотужних ДШВ показано залежності ймовірності  $P$  від інтенсивності ДШВ  $\nu$  в елементі лінійної еквідистантної АР з  $M = 50$  (рис. 1) і  $M = 10$  (рис. 2) елементами. Відносна (відносно ширини ДС антени) відстань між ДШВ дорівнювала  $\Delta = 0,5$  (рис. 1) і  $\Delta = 0,8$  (рис. 2). Назви кривих на рисунках відповідають назвам методів СА, що досліджувались. Графіки для методу МРМ на рис. 1 відтворено з роботи [7], а на рис. 2 – з роботи [8]. Для зручності подальших обговорень результатів на графіках наведена шкала значень  $q = M\nu$ , які характеризують ВСШ на виході АР.

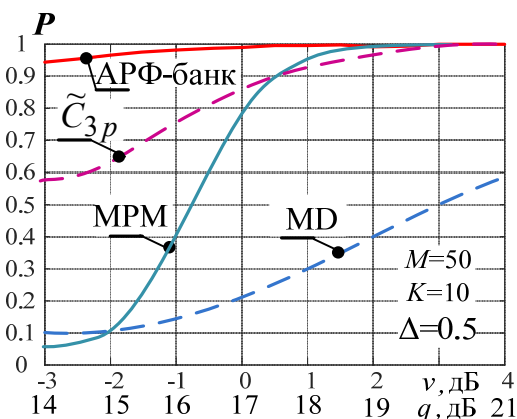


Рисунок 1 – Ймовірність правильної оцінки кількості ДШВ методами СА згідно з [7]

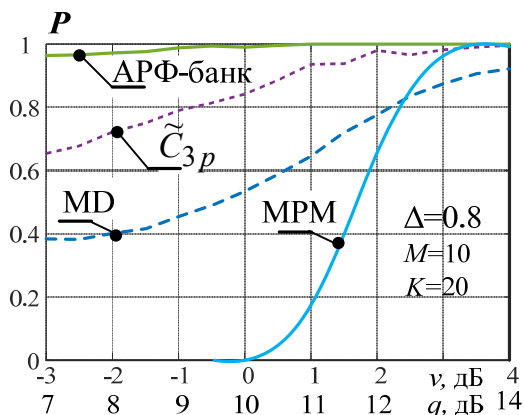


Рисунок 2 – Імовірність правильної оцінки кількості ДШВ методами СА згідно з [8]

Рисунки 3, 4 ілюструють ефективність методів під час використання розріджених АР.

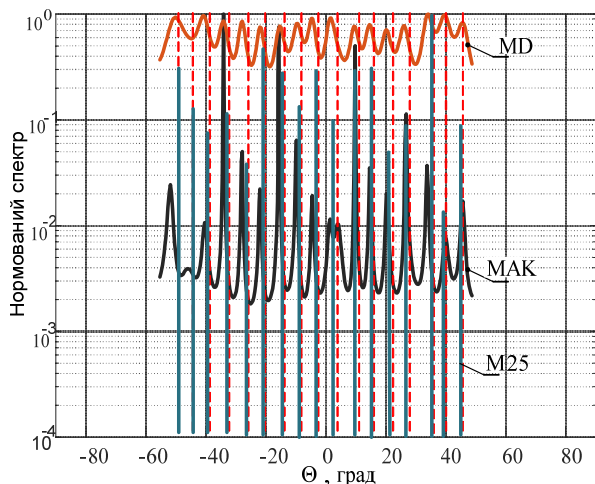


Рисунок 3 – Розділення 17-ї ДШВ АР з 10 датчиками різними методами СА

На рис. 3. показано СФ методу, який запропоновано в роботі [25] (далі, метод М25), і методів МАК, МД для ситуації, коли кількість ДШВ ( $n=17$ ,  $v_i=0$  дБ), кількість приймальних елементів АР  $M=10$ , а кількість навчальних векторів –  $K=800$ . Положення елементів АР:  $[0, 3, 5, 6, 9, 10, 12, 15, 20, 25] \lambda/2$ . З геометрії АР випливає, що віртуальна ширина АР дорівнює  $25 \lambda/2$ , а її ширина діаграми спрямованості (ДС) становить  $\Delta=4,5^\circ$ .

На цих рисунках вертикальні штрихові лінії вказують справжні напрямки на ДШВ, крива М25 вказує оціночну спектральну лінію (СЛ) методу М25, крива МАК – СЛ методу МАК, крива МД – СЛ методу МД.

На рис. 4 наведено залежності ймовірності правильного розділення  $P$  двох ( $n=2$ ) ДШВ від їхньої потужності  $v$ , дБ для ситуації лінійної нееквідистантної АР з  $M=10$  датчиками, які розташовані на відстанях в  $[0,5; 1,0; 3,0; 3,5; 6,0; 6,5; 7,0; 7,5; 8,0; 10,0]$  одиниць півхвиль [27]. Кутова відстань між ДШВ  $\Delta/2$ , кількість навчальних векторів –  $K=200$ .

© Атаманський Д. В., Рябуха В. П., Каргашов В.М., Семеняка А. В., Прокопенко Л. В., 2022  
DOI 10.15588/1607-3274-2022-1-1

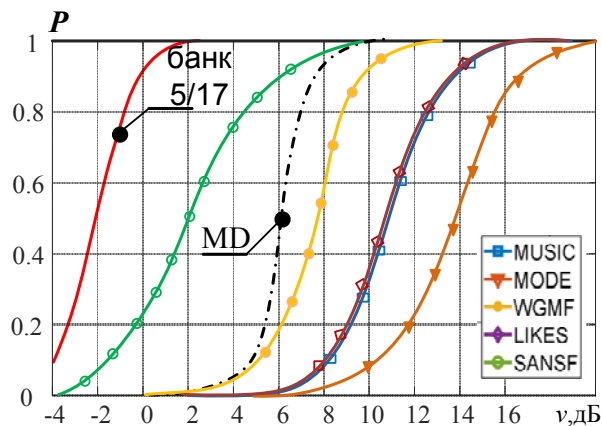


Рисунок 4 – Ефективності розділення методів СА

Імовірності розділення параметричними методами SANSF, MUSIC, WGMF[27], LIKES [36], MODE [22] порівнюються з імовірністю методу МД та АРФ-набору, що працює за критерієм розділення «5/17».

Результати порівняння точності пеленгації методами МД і МАК та параметричними методами ілюструються рис. 5. Тут  $\sigma_\theta$  СКП пеленгації ДШВ, яка визначається виразом [25]

$$\sigma_\theta = \sqrt{\frac{1}{LK} \sum_{\ell=1}^L \sum_{i=1}^n (\hat{\theta}_{i,\ell} - \theta_i)^2}, \quad (14)$$

де  $L=1000$  – загальна кількість випробувань,  $\hat{\theta}_{i,\ell}$  – оцінка координати  $i$ -го джерела в  $\ell$ -м випробуванні.

На рис. 5а наведено залежності СКП (14) оцінки напрямків від потужності  $v$  ДШВ в елементі АР при фіксованому значенні  $K=200$ , а на рис. 5б – залежності СКП (14) від об'єму вибірки  $K$  при фіксованому  $v=10$  дБ.

Порівнюються ефективності методу МД, MUSIC, WGMF [27], LIKES [36] і MODE. Крива CRLB відображає мінімально можливу СКП (межу Крамера-Рао) для ситуації, яка розглядається. Використовується АР із прикладу рис. 4. Пеленгуються три некорельорованих ДШВ з однаковою амплітудою й координатами  $[-34,2; 1,5; 35,8]$ .

## 5 ОБГОВОРЕННЯ

Як видно з рис. 1 метод МД помітно поступається МРМ [7], що відмічалось у висновках роботи [7]. Однак АРФ-методи і АРФ-набір дозволяють отримати ймовірності розділення більші за ймовірності МРМ. Подібні результати отримані і в іншій модельній ситуації ( $\Delta=0,8$ ,  $M=10$ ,  $K=20$ ) в ході використання МП оцінки КМ вхідних дій (рис. 2). Відзначимо також що, при  $q=Mv=10$  дБ імовірність розділення методу МД складає  $P=0,5$ , що співпадає з теоретичними викладками роботи [10]. Там показано, якщо рішення про розділення в двосигнальній ситуації ухвалюється за критерієм Релея (13), то за будь-яких

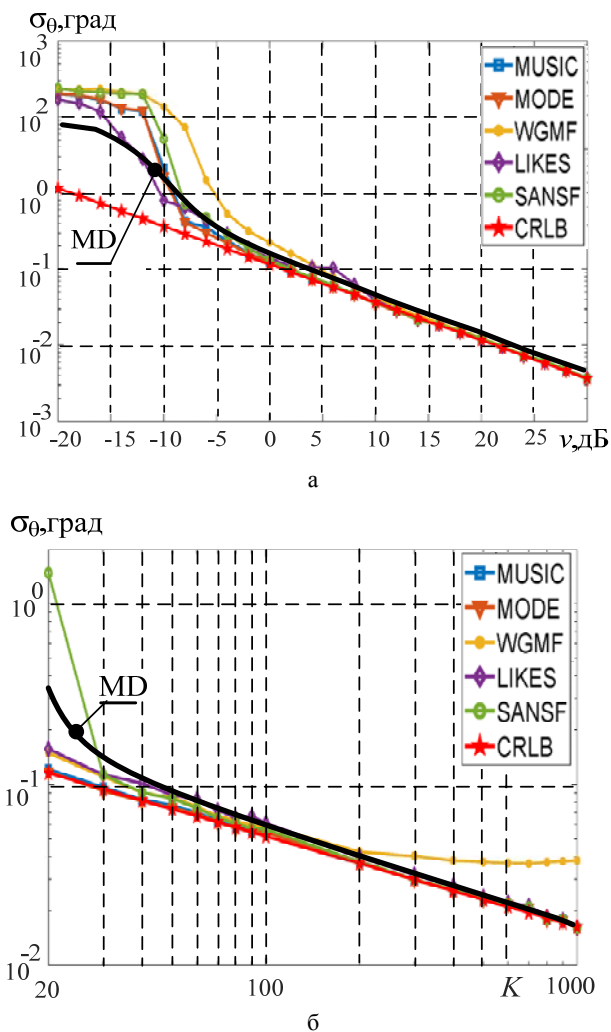


Рисунок 5 – Показники СКВ у ході порівняння оцінок координат ДШВ

значень  $\delta = K - M > 0$  вибірки і значеннях  $\alpha_1 \neq \alpha_2$  випадковий параметр  $\hat{\gamma}(\alpha_1, \alpha_2) = \hat{S}(\alpha_1) / \hat{S}(\alpha_2)$  буде не нижче свого істинного значення  $\gamma(\alpha_1, \alpha_2) = S(\alpha_1) / S(\alpha_2)$  з фіксованою ймовірністю  $P = 0,5$ . Дійсно, як показано в [10], при  $q = Mv = 10$  дБ і  $\Delta = 0,8$  справжнє значення  $\gamma(\alpha_1, \alpha_2) = 2$ . Тоді ймовірність розділення за (13) повинна складати  $P = 0,5$ , що ілюструється рис. 2.

Зазначимо, що метод MPM може використовуватись в умовах малих ( $K < M$ ) (рис. 1) навчальних вибірок без обмежень на геометрію AP, що є безперечною перевагою даного методу перед непараметричними методами. Останні формують СФ на основі матриці, оберненої до КМ вхідних дій. Для її оцінювання в загальному випадку (без додаткового перетворення КМ, наприклад, регуляризації [37]) необхідно  $K \geq M$ . Вимоги можуть зменшити за наявності специфіки КМ (персиметрія, теплицева матриця), яка обумовлена геометрією AP, але не завжди присутня на практиці.

Багато публікацій останніх років [25–30, 32–36] присвячено методам пеленгації  $N > M$  ДШВ антенними решітками із спеціально підібраними відстанями ( $d > \lambda/2$ ) між елементами AP (AP із розрідженим масивом елементів). Висока ефективність розділення запропонованих методів ілюструється порівнянням з відомими параметричними методами (SS-MUSIC [21], LRD [32], LACCO [33] и OGSI [34]) в умовах значних об'ємів навчальних вибірок (як приклад, у [25] використовується  $K = 800$ ). Тоді в першому наближенні КМ вхідних дій можна вважати близькою до справжньої. В цих обставинах параметричні методи формують теоретично надзвичайно тонкі «піки» СФ при незначних потужностях  $v$  ДШВ, що обумовлює їхні переваги в роздільній здатності і точності пеленгації над непараметричними методами. Так, у ситуації двох ( $n = 2$ ) близько розташованих ДШВ із координатами  $-31,25^\circ$  і  $-29,64^\circ$ , що відповідає кутовій відстані між джерелами  $\approx 0,35\Delta$ , методу M25 достатньо ВСШ  $q = 10$  дБ [25]. Водночас згідно з даними [10] для розділення непараметричними методами необхідно  $q = 28$  дБ (МАК) і  $q = 42$  дБ (МД).

Однак ефективність розділення в умовах обмеженого об'єму навчальних вибірок мало відрізняється від ефективності параметричних методів рис. 4. Видно, що класичний метод МД у даній модельній ситуації поступається методу SANSF – кращому з параметричних методів. Однак ці переваги при  $P = 0,9$  складають лише 2 дБ. За необхідності підвищити ефективність розділення можна використати APФ-набір методів. Як видно з рис. 3, параметричні методи можуть виявляти ДШВ, кількість яких більше кількості елементів AP. Аналогічне завдання можуть вирішувати й непараметричні методи (рис. 3). Тільки ці методи формують СФ значно простіше, ніж, наприклад, метод M25 з дев'яти кроковою процедурою формування СФ [25].

Таким чином, за ефективністю визначення кількості ДШВ, непараметричні методи в умовах помітно великих об'ємів навчальних вибірок поступаються параметричним, оскільки останні формують теоретично надзвичайно тонкі «піки» СФ при незначних потужностях  $v$  ДШВ. Ці переваги істотно зникають в умовах обмежених (малих) об'ємів вибірок.

Такі ж властивості непараметричних методів проявляються в процесі пеленгації ДШВ, що підтверджується графіками рис. 5. Видно, що непараметричні методи за величиною похибки пеленгації майже не поступаються параметричним методам, а в умовах малих навчальних вибірок ( $K < 50$ ) навіть їх переважають.

Специфічною особливістю параметричних методів, потенційно більш ефективних непараметричних, є врахування апріорної інформації про збіг рангу сигнальної складової КМ гаусівських вихідних сигналів  $M > 1$  просторових каналів приймання з кількістю  $n < M$  зовнішніх незалежних ДШВ.

Такий збіг відсутній у ситуації неідентичних каналів приймання. Тут під неідентичністю каналів приймання розуміється відмінність у центральних частотах і шириних смуг пропускання каналів приймання, які характеризуються відносними відхиленнями  $\mu_i = f_i/F_0$  та  $\nu_i = \Delta f_i/F$  центральної частоти  $f_i$  і ширини смуги пропускання  $\Delta f_i$   $m$ -го каналу від номінального значення центральної частоти  $F_0$  і ширини смуги  $F$ .

В умовах неідентичних каналів приймання реальні можливості параметричних методів і створених на їхній основі наборів (п. 2) методів можуть бути суттєво нижче потенційних, у зв'язку з чим їхні практичні переваги не настільки очевидні.

Дійсно, нехай  $\mathbf{v}(t) = [v_m(t)]_{m=1}^M$  –  $M$ -вимірний вектор імпульсних характеристик (ІХ)  $M$  просторових каналів приймання. Тоді КМ  $\Phi_1$  сигналів на їхніх виходах може бути подана у вигляді [38]

$$\Phi_1 = [\varphi_{ij}]_{i,j=1}^M = \Phi \otimes \mathbf{A}, \quad \varphi_{ij} = \varphi_{ij}^{(ix)} a_{ij}, \quad (15)$$

де

$$\mathbf{A} = [a_{ij}]_{i,j=1}^M = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{v}(t) \mathbf{v}^*(t) dt \quad (16)$$

– КМ ІХ каналів приймання;  $\otimes$  – символ поелементного перемножування матриць (добуток Шура-Адамара);  $\Phi$  – КМ сигналів в умовах ідентичних ІХ просторових каналів приймання.

Без втрати загальності будемо вважати, що в матриці  $\mathbf{A}$  (16) діагональні елементи

$$a_{mm} = \int_{-\infty}^{\infty} |v_m(t)|^2 dt = 1 \quad \text{за всіх } m \in 1, M,$$

де

$$\Phi_1 = \mathbf{I}_M + \mathbf{C}, \quad \mathbf{C} = \mathbf{H}\mathbf{F}^* \otimes \mathbf{A}. \quad (17)$$

Тоді ефективний ранг КМ  $\Phi_1$  (17) визначається рангом матриці  $\mathbf{C}$  і дорівнює [38]

$$r_C = \text{rank } \mathbf{C} = \min \{ M, n \cdot r_A \} \geq n, \quad (18)$$

де  $r_A$  – ранг матриці  $\mathbf{A}$ .

Можна показати, що за ідентичних каналів приймання КМ ІХ  $\mathbf{A}$  (16) має ранг  $r_A = 1$ . У цьому випадку ефективний ранг  $r_{\Phi_1}$  матриці  $\Phi_1$  (17) дорівнює ефективному рангу  $r_{\Phi}$  матриці  $\Phi$  (12) і збігається із кількістю ДШВ  $n < M$  ( $r_{\Phi} \neq r_{\Phi_1} = n$ ). Однак за неідентичних каналів приймання  $r_A > 1$  і такого збігу

немає ( $r_{\Phi_1} = r_{\Phi} = n$ ). Матриця  $\mathbf{C}$  поряд з  $n$  ненульовими «корисними» (сигнальними) власними значеннями (в.з.) має й  $n(r_A - 1)$  «паразитних» в.з. Їхній рівень визначається ступенем неідентичності ІХ каналів приймання, просторовим розташуванням і інтенсивністю ДШВ [38]. Зокрема, для рівнопотужних ДШВ ( $h_i = h, i \in 1, n$ ) матриця  $\mathbf{C}$  має вигляд

$$\mathbf{C} = h\mathbf{S}, \quad \mathbf{S} = \mathbf{F}\mathbf{F}^* \otimes \mathbf{A}, \quad (19)$$

і всі її в.з., у тому числі і «паразитні», дорівнюють

$$\lambda_m^{(\mathbf{C})} = h\lambda_m^{(\mathbf{S})}, \quad m \in 1, M, \quad (20)$$

тобто пропорційні в.з.  $\lambda_m^{(\mathbf{S})}$  матриці  $\mathbf{S}$  (19).

Як приклад, на рис. 6 показано залежності в.з.  $\lambda_m^{(\Phi_1)} = 1 + h\lambda_m^{(\mathbf{S})}$  ( $m \in 1, 10$ ) матриці  $\Phi_1$  (17) від інтенсивності  $h$  двох ( $n = 2$ ) рівнопотужних ДШВ при фіксованих параметрах неідентичності (середньоквадратичного відхилення (СКВ)  $\sigma_{\mu} = 0.005$  центральної частоти і ширини смуги пропускання  $\sigma_{\nu} = 0$ ). Видно, що зростання інтенсивності ДШВ  $h$  супроводжується збільшенням ефективного рангу (кількості в.з., що помітно перевершує одиницю) матриці  $\Phi_1$  (17). Так, уже при  $h \geq 20$  дБ цей ранг не менше трьох і не збігається із кількістю ДШВ. Очевидно, що при більших значеннях  $h$  ефективний ранг  $\Phi_1$  не буде збігатися із кількістю ДШВ  $n$  при менших значеннях  $\sigma_{\mu}$ .

За цією причиною в умовах неідентичних каналів приймання, коли  $\lim_{K \rightarrow \infty} \hat{\Phi} = \Phi \neq \Phi_1$ , і, отже,  $r_C > n$ , висока якість визначення ефективного рангу  $r_C$ , властива, наприклад, критерію Шварца-Ріссанена (MDL), робить його практично непридатним для оцінки числа ДШВ.

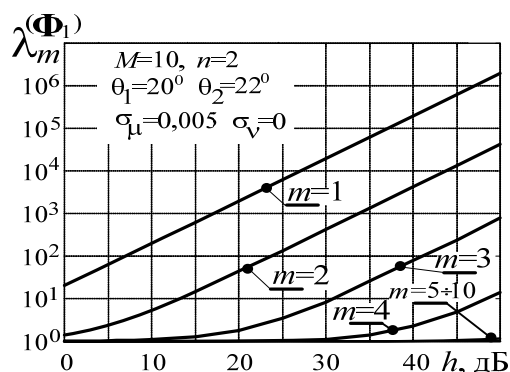


Рисунок 6 – Власні значення КМ вихідних сигналів каналів приймання  $\Phi_1$  (17)

Дійсно, в MDL-критерії кількість ДШВ  $\hat{n}$  є розв'язком оптимізаційної задачі [16]



$$\hat{n} = \underset{p}{\operatorname{argmin}} \left( -K \ln \frac{\prod_{m=p+1}^M \hat{\lambda}_m^{(\hat{\Phi})}}{\left( \frac{1}{M-p} \sum_{m=p+1}^M \hat{\lambda}_m^{(\hat{\Phi})} \right)^{M-p}} + \frac{1}{2} p(2M-p) \ln K \right), \quad (21)$$

де  $\hat{\lambda}_m^{(\hat{\Phi})}$  – в.з.  $M \times M$  оціночної КМ  $\hat{\Phi}$  вихідних сигналів приймальних каналів.

З (21) випливає, що оцінка кількості ДШВ  $\hat{n}$  залежить від флуктуацій оцінок в.з. КМ  $\hat{\Phi}$ , які на практиці можуть бути занадто великими.

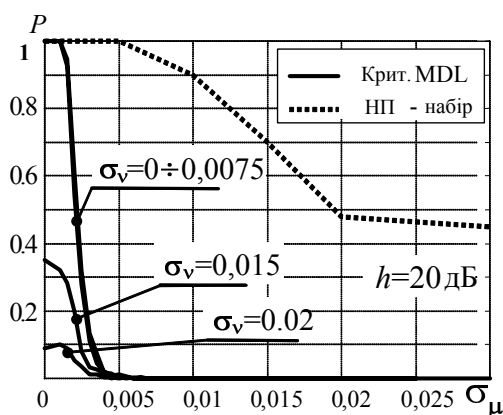


Рисунок 7 – Залежності ймовірності правильного розділення ДШВ від параметрів неідентичності каналів приймання ФАР

Це наочно ілюструється на рис. 7, де показані граничні ймовірності правильного розділення за критерієм MDL (21) (суцільні криві) і набором непараметричних («НП – набором») методів (штрихові криві) двох ( $n = 2$ ) рівнопотужних ДШВ з відносними інтенсивностями  $h = 20$  дБ. Термін «граничні» введено через використання замість оцінок в.з.  $\hat{\lambda}_m^{(\hat{\Phi}_1)}$  ( $m \in 1, M$ ) матриці  $\Phi_1$  (17) їхніх істинних значень  $\lambda_m^{(\Phi_1)}$ . Видно, що вже при незначному рівні неідентичності (значеннях  $\sigma_\mu$  і  $\sigma_v$ ) ефективність оцінювання числа ДШВ за MDL – критерієм помітно знижується. Так, ймовірність правильного розділення  $P$  на його основі стає близькою до нуля вже при  $\sigma_\mu \approx 0,004$ .

В той же час аналогічна неідентичність значно менше знижує роздільну здатність «НП-набору» методів, в якому оцінка кількості джерел не базується на аналізі ефективного рангу оцінки  $\hat{\Phi}$  КМ  $\Phi$ . Як показують розрахунки й моделювання, ці висновки справедливі не тільки стосовно роздільної здатності, але й точності вимірювання координат ДШВ. Крім цього, «НП-набір» не вимагає розв'язку складної задачі визначення власних чисел і векторів КМ, роз-

мір якої може бути досить великий. Він виявляється й більш простим для технічної реалізації. Тому саме «НП-набір» методів (п. 2) може бути рекомендований для практичної реалізації плідної ідеї комбінованої пеленгації джерел шумових випромінювань.

## ВИСНОВКИ

У статті вирішено задачу вибору методу (алгоритму) пеленгації ДШВ для комбінованої системи виявлення нешумливої точкової цілі і пеленгації ДШВ.

Наукова новизна отриманих результатів полягає в тому, що набула подальшого розвитку теорія і техніка СА випадкових процесів з ДЕС, а саме: вперше проведено порівняльний статистичний аналіз ефективності різних груп «надрозділяючих» методів СА по відтворенню ДЕС в умовах параметричної апріорної невизначеності і недосконалості каналів приймання, що дозволило за сукупністю критеріїв відібрати доцільний для практичного застосування в КСВП. Показано, що з цих умов за ефективністю визначення кількості ДШВ (роздільною здатністю) і точністю пеленгації ДШВ методи першої групи (непараметричні) майже не поступаються відомим і новим методам другої групи (параметричним). Однак зі зростанням ступеня неідентичності каналів приймання методи другої групи стають практично непрацездатними.

Практична цінність полягає в тому, що обґрунтований спосіб практичної реалізації непараметричних методів СА на єдиній структурно-алгоритмічній основі АРФ, що є основою комбінованої системи виявлення нешумливої точкової цілі і пеленгації ДШВ, і приблизно вдвічі спрощує обробку прийнятих сигналів і зберігає «робастність» методів СА до реальних умов вибірок обмеженого об'єму.

В подальшому доцільно розглянути ефективність вказаної комбінованої системи в умовах дії пасивних завад, наприклад, відбиттів від місцевих предметів.

## ПОДЯКА

Робота проведена за підтримки держбюджетної науково-дослідної роботи Харківського національного університету радіоелектроніки «Методи і засоби виявлення безпілотних літальних апаратів системи захисту військових і критично важливих об'єктів інфраструктури» (№ держ. реєстрації – 0121U109998).

## ЛІТЕРАТУРА / ЛИТЕРАТУРА

1. Фединин В. В. Статистический анализ многоканальной адаптивной системы с корреляционными обратными связями / В. В. Фединин // Радиотехника и электроника. – 1982. – №8. – С. 120–133.
2. Atamanskiy D. V. Noise emissions sources direction-finding in the process of their background air threats detection in radars with phased antenna array / D. V. Atamanskiy // Radioelectronics and Communications Systems. – 2017. – Vol. 60, Issue 7. – P. 303–311. <https://doi.org/10.3103/S0735272717070032>.
3. Радиоэлектронные системы. Основы построения и теория: справочник / [Я. Д. Ширман и др.]; под ред. Я. Д. Ширмана. – М.: Радиотехника. 2007. – 512 с.

4. Марпл-мл. С. Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения / С. Л. Марпл-мл. : [пер. с англ.]. – М. : Мир. 1990. – 584 с.
5. Stoica P. Introduction to Spectral Analysis / P. Stoica, R. Moses. – New Jersey : Prentice Hall, 1997. – 319 p.
6. Нечаев Ю. Б. Оценка границы Крамера-Рао выпуклых антенных решеток с направленными излучателями для радиопеленгации / Ю. Б. Нечаев, И. В. Пешков, Н. А. Фортунова // Вісник НТУ. – 2018. – Т. 75. – С. 16–24.
7. Метод минимального многочлена для оценки параметров сигналов, принимаемых антенной решеткой / [В. Т. Ермолаев, А. Г. Флакман, А. В. Елохин, В. В. Купцов] // Акустический журнал. – 2018. – Т. 64, № 1. – С. 78–85. DOI: 10.7868/S0320791918010057.
8. Шмонин О. А. Обобщение сверхразрешающего метода минимального многочлена для пеленгации целей в условиях пространственно-окрашенного шума и помех / О. А. Шмонин // Журнал радиоэлектроники. – 2021. – №1. – С. 1–23. [https:// doi.org/10.30898/1684-1719.2021.1.3](https://doi.org/10.30898/1684-1719.2021.1.3).
9. Леховицкий Д. И. Разновидности «сверхразрешающих» анализаторов пространственно-временного спектра случайных сигналов на основе обесцараживающих адаптивных решетчатых фильтров / Д. И. Леховицкий, Д. В. Атаманский, И. Г. Кириллов // Антенны. – 2000. – Вып. 2 (45). – С. 40–54.
10. Lekhovytskiy D. I. Statistical analysis of “superresolving” methods for direction-of-arrival estimation of noise radiation sources under finite size of training sample / D. I. Lekhovytskiy, Y. S. Shifrin // Signal Processing. – 2013. – Vol. 93, Issue 12. – P. 3382–3399. [doi.org/10.1016/j.sigpro.2013.03.008](https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2013.03.008).
11. Шевченко М.Е. Особенности применения метода ESPRIT при различных конфигурациях антенных решеток / [М.Е.Шевченко, А. В. Горовой, В. М. Балашов, С. Н. Соловьев] // Вопросы радиоэлектроники. – 2020. – № 12. – С. 30–37. [doi.org/10.21778/2218-5453-2020-12-30-37](https://doi.org/10.21778/2218-5453-2020-12-30-37).
12. Lagovsky B. A. Regression methods of obtaining angular superresolution / B. A. Lagovsky, A. B. Samokhin, Y. V. Shestopalov // URSI Asia-Pacific Radio Science Conference (AP-RASC), conf. proc. – Publisher : IEEE conference paper. – New Delhi, India, 2019 DOI: 10.23919/URSIAP-RASC.2019.8738539.
13. Al-Azzo M. F. Estimation of location and separation between acoustic emitting sources: a comparison between classical and modern methods / M. F. Al-Azzo, Azzah T Qaba // Conference: 6th International Conference on Natural Language Processing, 2020. DOI:10.5121/csit.2020.100411.
14. Mathematical analysis and improvement of the maximum spatial eigenfilter for direction of arrival estimation / [P. R. Lemos, L. E. Silva, H. V. Flôres, J. A. Kunzler] // Journal of Microwaves, Optoelectronics and Electromagnetic Applications. – 2021. – № 20 (1). – P. 76–91. <https://doi.org/10.1590/2179-10742021v20i1874>.
15. P. Stoica. Mode, maximum likelihood and Cramer-Rao bound: conditional and unconditional results / P. Stoica, A. Nehorai // International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing. – 1990. – Vol. 5. – P. 2715–2718. DOI: 10.1109/ICASSP.1990.116186.
16. P.Stoica. MUSIC, maximum likelihood and Cramer-Rao bound: further results and comparisons / P. Stoica, A. Nehorai // IEEE Trans. ASSP. – 1990. – № 38. – P. 2140–2150. DOI: 10.1109/29.61541.
17. Stoica P. Novel eigenanalysis method for direction estimation / P. Stoica, K. Sharman // IEE Proc. F (Radar Signal Process. – 1990. – № 137. – P. 19–26. DOI: 10.1049/ip-f2.1990.0004.
18. P. Stoica. Maximum likelihood methods for direction-of-arrival estimation/ P. Stoica, K. C. Sharman. // IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing. – July 1990. – Vol. 38, № 7. – P. 1132–1143. DOI: 10.1109/29.57542.
19. Digital Monopulse Beamforming for Achieving the CRLB for Angle Accuracy / [R. Takahashi, T. Inaba, T. Takahashi, H. Tasaki] // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. – Feb. 2018. – Vol. 54, № 1. – P. 315–323. DOI: 10.1109/TAES.2017.2756519.
20. Sparse non-negative super-resolution-simplified and stabilised / [Eftekhari A., Tanner J., Thompson A. et al.] // Applied and Computational Harmonic Analysis. – 2021. – № 50. – P. 216–280. //DOI.org/10.1016/j.acha.2019.08.004
21. Pal P. Coprime sampling and the music algorithm / P. Pal, P. P. Vaidyanathan // Digital Signal Processing and Signal Processing Education Meeting (DSP/SPE). – 2011. – P. 289–294. DOI: 10.1109/DSP-SPE.2011.5739227.
22. Jian Li Comparative study of IQML and MODE direction-of-arrival estimators / Jian Li, Stoica P., Zheng-She Liu // IEEE Transactions on Signal Processing. – Jan. 1998. – Vol. 46, № 1. – P. 149–160. DOI: 10.1109/78.651203.
23. Kou J. A robust DOA estimator based on compressive sensing for coprime array in the presence of miscalibrated sensors / J. Kou, M. Li, C. Jiang // Sensors. – 2019. – № 19. – P. 3538. [https:// doi.org/10.3390/s19163538](https://doi.org/10.3390/s19163538)
24. Lagovsky B. A. Creating two-dimensional images of objects with high angular resolution / B. A. Lagovsky, A. B. Samokhin, Y. V. Shestopalov // IEEE Asia-Pacific Conf. on Antennas and Propagation, Conf. Publications. – 2018. – P. 114–115. DOI:10.1109/APCAP.2018.8538220.
25. A sparse-based off-grid DOA estimation method for coprime arrays / [W. Si, F. Zeng, C. Hou, Z. Peng] // Sensors. – 2018. – № 18. – P. 3025. DOI:10.3390/s18093025.
26. Das A. Comparison of two hyperparameter-free sparse signal processing methods for direction-of-arrival tracking in the HF97 Ocean Acoustic Experiment / A. Das, D. Zachariah, P. Stoica // IEEE J. Ocean. Eng. – 2018. – № 43. – P. 725–734. DOI:10.1109/JOE.2017.2706100.
27. Chundi Zheng Sparsity-aware noise subspace fitting for DOA estimation / Chundi Zheng, Huihui Chen, Aiguo Wang // Sensors. – 2020. – № 20(1). – P. 81. <https://doi.org/10.3390/s20010081>.
28. Two-dimensional DOA estimation for three-parallel nested subarrays via sparse representation / [W. Si, Z. Peng, C. Hou, F. Zeng] // Sensors. – 2018. – № 18. – P. 1861. DOI:10.3390/s18061861.
29. A novel block sparse reconstruction method for DOA estimation with unknown mutual coupling / [X. Zhang, T. Jiang, Y. Li and Y. Zakharov] // IEEE Communications Letters. – Oct. 2019. – Vol. 23. – № 10. – P. 1845–1848. DOI: 10.1109/LCOMM.2019.2929384.
30. Lekhovytskiy D. I. Adaptive lattice filters for systems of space-time processing of non-stationary Gaussian processes/ D. I. Lekhovytskiy // Radioelect. and Communic. Systems. – 2018. – Vol. 61, № 11. – P. 477–514. DOI:10.20535/S0021347018110018.
31. Gershman A. B. Pseudo-randomly generated estimator banks: a new tool for improving the threshold performance of direction finding / A. B. Gershman // IEEE Trans. Signal

- Process. – May 1998. – P. 1351–1364. DOI: 10.1109/78.668797.
32. Pal P. A grid-less approach to underdetermined direction of arrival estimation via low rank matrix denoising / P. Pal, A. B. Gershman // IEEE Signal Processing Letters. – June 2014. – Vol. 21, № 6. – P. 737–741. DOI: 10.1109/LSP.2014.2314175.
33. Zhang Y. D. Sparsity-based DOA estimation using co-prime arrays / Y. D. Zhang, M. G. Amin, B. Himed // IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing. – 2013. – P. 3967–3971. DOI: 10.1109/ICASSP.2013.6638403.
34. Yang Z. Off-grid direction of arrival estimation using sparse bayesian inference / Z. Yang, L. Xie, C. Zhang // IEEE Transactions on Signal Processing. – Jan.1, 2013. – Vol. 61. – P. 38–43. DOI: 10.1109/TSP.2012.2222378.
35. Xu X. DOA estimation based on sparse signal recovery utilizing weighted l1-norm penalty / X. Xu, X. Wei, Z. Ye // IEEE Signal Processing Letters. – March 2012. – Vol. 19, № 3. – P. 155–158. DOI: 10.1109/LSP.2012.2183592.
36. Stoica P. Spice and likes: two hyperparameter-free methods for sparse-parameter estimation / P. Stoica, P. Babu // Signal Process. – 2012. – № 92. – P. 1580–1590. <https://DOI.org/10.1016/j.sigpro.2011.11.010>.
37. Выбор параметров ленточно-диагональной регуляризации оценок максимального правдоподобия корреляционных матриц гауссовых помех и обратных к ним / [В. П. Рябуха, А. В. Семеняка, Е. А. Катюшин, Д. В. Атаманский] // Вісті вищих учбових закладів. Радіоелектроніка. – 2021. – № 64(5). – С. 263–274. <https://doi.org/10.20535/s0021347021050010>.
38. Абрамович Ю.И. Выделение независимых источников излучения в неэквидистантных антенных решетках / Ю. И. Абрамович, Н. К. Спенсер, А. Ю. Горохов // Успехи современной радиоэлектроники. – 2001. – № 12. – С. 3–18.
39. Сравнение разрешающей способности комбинированных пеленгаторов различного типа в приемных системах с неидентичными каналами / [Д. И. Леховицкий, Д. В. Атаманский, В. В. Джус, Ф. Ф. Мысык] // Антенны. – 2003. – № 12 (79). – С. 9–15.

Received 30.08.2021.  
Accepted 31.01.2022.

УДК 621.396.96:551.501.815

## МЕТОДЫ СПЕКТРАЛЬНОГО ОЦЕНИВАНИЯ ДЛЯ КОМБИНИРОВАННОЙ СИСТЕМЫ ОБНАРУЖЕНИЯ НЕШУМЯЩИХ ЦЕЛЕЙ И ПЕЛЕНГАЦИИ ИСТОЧНИКОВ ШУМОВЫХ ИЗЛУЧЕНИЙ

**Атаманский Д. В.** – доктор технических наук, доцент, профессор Харьковского национального университета Воздушных Сил имени Ивана Кожедуба, Харьков, Украина.

**Рябуха В. П.** – доктор технических наук, доцент, начальник отделения современных методов обработки цифровой информации ГП НДИ РС «Квант-радиолокация», Киев, Украина.

**Карташов В. М.** – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой Харьковского национального университета радиоэлектроники, Харьков, Украина.

**Семеняка А. В.** – кандидат технических наук, ведущий научный сотрудник отделения современных методов обработки цифровой информации ГП НДИ РС «Квант-радиолокация» Киев, Украина.

**Прокопенко Л. В.** – сотрудник Харьковского национального университета Воздушных Сил имени Ивана Кожедуба, Харьков, Украина.

### АННОТАЦИЯ

**Актуальность.** Для многих РЛС автономные системы обнаружения нешумящих воздушных целей (ПЦ) и пеленгации источников шумовых излучений (ИШВ) можно заменить одной экономной системой обнаружения – пеленгации, в которых операции, которые используются при обнаружении ПЦ и пеленгации ДШВ выполняются только один раз. Для такой системы рассматриваются группы несобственноструктурных (непараметричных) и собственноструктурных (параметричных) «сверхразрешающих» методов спектрального анализа (СА) для обоснования целесообразного метода пеленгации ИШВ.

**Цель.** Сравнительный анализ эффективности методов СА разных групп по совокупности критериев и предложения относительно них практического применения.

**Метод.** Эффективность методов определяется аналитически, по результатам имитационного моделирования и их сравнения с новыми результатами, изложенными в открытой литературе. При моделировании использовалась обоснованная и практически проверенная программно-алгоритмическая база адаптивных решетчатых фильтров для реализации непараметрических методов СА.

**Результаты.** Показано, что методы СА обеих групп не имеют ограничений на конфигурацию антенной решетки (плоская, кольцевая и т.п.), в том числе при использовании в неэквидистантных «разреженных» антенных решетках (АР) с междоэлементными расстояниями больше половины длины волны РЛС. Произведено сравнение разрешающей способности (определять количества ИШВ) и эффективность пеленгации ИШВ методами разных групп при использовании разных АР. Показано, что методы первой группы (непараметрические) за вероятностью правильного разделения почти не уступают известным и новым методам второй группы (параметрическим). По совокупности критериев и практических условий использования для пеленгации источников шумовых излучений целесообразно использовать метод минимума дисперсии Кейпона, если существуют ограничения на вычислительную сложность метода. При отсутствии таких ограничений целесообразно использовать набор методов.

**Выводы.** Для практической реализации комбинированной системы выявления нешумящей точечной цели и пеленгации источников шумовых излучений предлагается структурно-алгоритмическая основа адаптивного решетчатого фильтра. На нем рядом с формированием весового вектора для выявления цели для пеленгации возможно реализовать не только метод Кейпона, а и набор методов, комбинируя различным образом квадраты модулей компонент его исходных векторов.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** метод, спектральный анализ, адаптивный решетчатый фильтр, критерий разделения – измерения, пеленгация, источник шумовых излучений, разрешающая способность.

UDC 621.396.96:551.501.815

**SPECTRAL ESTIMATION METHODS FOR A JOINT SYSTEM OF THE NON-NOISE-LIKE TARGETS DETECTION AND THE NOISE RADIATING SOURCES LOCALIZATION**

**Atamanskyi D. V.** – Doctor of Science, Associate Professor at Kharkiv University of Air Forces named after Ivan Kozhedub.

**Riabukha V. P.** – Doctor of Science, Head of the Modern Methods of Digital Information Processing Department at State Enterprise “Research Institute of Radar Systems “Kvant-Radiolokatsiia”.

**Semeniaka A. V.** – PhD, Leading Researcher at the Modern Methods of Digital Information Processing Department at State Enterprise “Research Institute of Radar Systems “Kvant-Radiolokatsiia”.

**Kartashov V. M.** – Doctor of Science, Head of Department at Kharkiv National University of Radio Electronics, Kharkiv, Ukraine.

**Procopenco L. V.** – Fellow worker at Kharkiv National University of Air Forces named after Ivan Kozhedub, Kharkiv, Ukraine.

**ABSTRACT**

**Context.** For many radars, the autonomous systems of the non-noise-like aerial targets (AT) detection and the noise radiating sources (NRS) localization (direction-of-arrival estimation) may be replaced with a single detection-localization system, which carries out the common operations of the AT-detection and the NRS-localization only once. For such a system, groups of non-eigenvalue and eigenvalue decomposition based “super-resolving” spectral estimation (SE) methods are considered to substantiate efficient one for the NRS-localization.

**Objective.** The comparative analysis efficiency of the SE-methods of different groups by a set of criteria and recommendations on their practical application.

**Method.** The methods’ efficiency is analyzed analytically, under simulation results and their comparison with new results presented in the open literature. In the simulation, a well-grounded and practically examined software-algorithmic basis of adaptive lattice filters for nonparametric SE-methods implementation is used.

**The results.** It is shown that the SE-methods of both groups have no restrictions on the antenna array configuration (flat, ring, etc.), including when used in non-equal spaced “sparse” antenna arrays with inter-element distances of more than half radar wavelength. A comparison is made on the resolution (determination of the NRS number) and the NRS-localization (direction-of-arrival estimation) efficiency by methods of different groups when using various antenna arrays. It is shown that the methods of the first group (non-eigenvalue based) in terms of the probability of correct resolution, are almost not inferior to the known and new methods of the second group (eigenvalue ones). Based on the set of criteria and practical application conditions for direction-of-arrival estimation of the noise radiating sources, it is recommended to use the Capon’s minimum variance method if there are limitations on the computational complexity of the method. In the absence of such restrictions, it is advisable to use the SE-bank of methods.

**Conclusions.** For the practical implementation of a joint system of the non-noise-like aerial target detection and the noise radiating sources localization, a structural-algorithmic basis of adaptive lattice filters is preferred. Using latter, along with the weight vector forming for the target detection, it is possible to implement not only the Capon’s method, but also a SE-bank of methods by combining the squares of absolute values of its original vectors’ components.

**KEYWORDS:** method, spectral estimation, adaptive lattice filter, resolution-measurement criterion, direction-of-arrival, noise radiating sources, resolution.

**REFERENCES**

1. Fedinin V. V. Statisticheskij analiz mnogokanal’noj adaptivnoj sistemy s korrelyacionnymi obratnymi svyazyami, *Radiotekhnika i elektronika*, 1982, No. 8, pp. 120–133.
2. Atamanskyi D. V. Noise emissions sources direction-finding in the process of their background air threats detection in radars with phased antenna array, *Radioelectronics and Communications Systems*, 2017, Vol. 60, Issue 7, pp. 303–311. <https://doi.org/10.3103/S0735272717070032>.
3. Shirman Ya. D. i dr. Radioelektronnye sistemy. Osnovy postroeniya i teoriya: spravochnik, pod red. Ya. D. Shirmana, Moscow, Radiotekhnika, 2007, 512 p.
4. Marpl-ml. S. L. Cifrovoy spektral’nyj analiz i ego prilozheniya, per. s angl. Moscow, Mir, 1990, 584 p.
5. Stoica P., Moses R. Introduction to Spectral Analysis. New Jersey, Prentice Hall, 1997, 319 p.
6. Nechaev Yu. B., Peshkov I. V., Fortunova N. A. Ocenka granicy Kramera-Rao vypuklyh antennyh reshetok s napravlennymi izluchatelyami dlya radiopelengacii, *Visnik NTU*, 2018, Vol. 75, pp. 16–24.
7. Ermolaev V. T., Flaksman A. G., Elohin A. V., Kupcov V. V. Metod minimal’nogo mnogochlena dlya ocenki parametrov signalov, prinimaemyh antennoj reshetkoj, *Akusticheskij zhurnal*, 2018, Vol. 64, No. 1, pp. 78–85. DOI: 10.7868/S0320791918010057.
8. Shmonin O.A. Obobshchenie sverhrazreshayushchego metoda minimal’nogo mnogochlena dlya pelengacii celej v usloviyah prostranstvenno-okrashennogo shuma i pomekh, *Zhurnal radioelektroniki*, 2021, № 1, pp. 1–23. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2021.1.3>.
9. Lekhovichij D. I., Atamanskyi D. V., Kirillov I. G. Raznovidnosti “sverhrazreshayushchih” analizatorov prostranstvenno-vremennogo spektra sluchajnyh signalov na osnove obelyayushchih adaptivnyh reshetchatyh fil’trov, *Antenny*, 2000, Vyp. 2 (45), pp. 40–54.
10. Lekhovitskiy D. I., Shifrin Y. S. Statistical analysis of “super-resolving” methods for direction-of-arrival estimation of noise radiation sources under finite size of training sample, *Signal Processing*, 2013, Vol. 93, Issue 12, pp. 3382–3399. [doi.org/10.1016/j.sigpro.2013.03.008](https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2013.03.008).
11. Shevchenko M. E., Gorovoj A. V., Balashov V. M., Solov’ev S. N. Osobennosti primeneniya metoda ESPRIT pri razlichnyh konfiguracijah antennyh reshetok, *Voprosy radioelektroniki*, 2020, No. 12, pp. 30–37. [doi.org/10.21778/2218-5453-2020-12-30-37](https://doi.org/10.21778/2218-5453-2020-12-30-37).

12. Lagovsky B. A., Samokhin A. B., Shestopalov Y. V. Regression methods of obtaining angular superresolution, *URSI Asia-Pacific Radio Science Conference (AP-RASC), conf. proc. Publisher: IEEE conference paper*. New Delhi, India, 2019 DOI: 10.23919/URSIAP-RASC.2019.8738539.
13. Al-Azzo M. F., Azzah T. Qaba Estimation of location and separation between acoustic emitting sources: a comparison between classical and modern methods, *Conference: 6th International Conference on Natural Language Processing*, 2020. DOI:10.5121/csit.2020.100411.
14. Lemos P. R., Silva L.E., Flôres H. V., Kunzler J. A. Mathematical analysis and improvement of the maximum spatial eigenfilter for direction of arrival estimation, *Journal of Microwaves, Optoelectronics and Electromagnetic Applications*, 2021, No. 20(1), pp. 76–91. <https://doi.org/10.1590/2179-10742021v20i1874>.
15. Stoica P., Nehorai A. Mode, maximum likelihood and Cramer-Rao bound: conditional and unconditional results, *International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 1990, Vol. 5, pp. 2715–2718. DOI: 10.1109/ICASSP.1990.116186.
16. Stoica P., Nehorai A. MUSIC, maximum likelihood and Cramer-Rao bound: further results and comparisons, *IEEE Trans. ASSP*, 1990, No. 38, pp. 2140–2150. DOI: 10.1109/29.61541.
17. Stoica P., Sharman K. Novel eigenanalysis method for direction estimation, *IEE Proc. F (Radar Signal Process)*, 1990, No. 137. – P. 19–26. DOI: 10.1049/ip-f-2.1990.0004.
18. Stoica P., Sharman K. C. Maximum likelihood methods for direction-of-arrival estimation, *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, July 1990, Vol. 38, № 7, pp. 1132–1143. DOI: 10.1109/29.57542.
19. Takahashi R., Inaba T., Takahashi T., Tasaki H. Digital Monopulse Beamforming for Achieving the CRLB for Angle Accuracy, *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Feb. 2018, Vol. 54, No. 1, pp. 315–323. DOI: 10.1109/TAES.2017.2756519.
20. Eftekhari A., Tanner J., Thompson A., Toader B., Tyagi H. Sparse non-negative super-resolution – simplified and stabilised, *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 2021, № 50, pp. 216–280. // [doi.org/10.1016/j.acha.2019.08.004](https://doi.org/10.1016/j.acha.2019.08.004)
21. Pal P., Vaidyanathan P. P. Coprime sampling and the music algorithm, *Digital Signal Processing and Signal Processing Education Meeting (DSP/SPE)*, 2011, pp. 289–294. DOI: 10.1109/DSP-SPE.2011.5739227.
22. Jian Li, Stoica P., Zheng-She Liu Comparative study of IQML and MODE direction-of-arrival estimators, *IEEE Transactions on Signal Processing*, Jan. 1998, Vol. 46, № 1. pp. 149–160. DOI: 10.1109/78.651203.
23. Kou J., Li M., Jiang C. A robust DOA estimator based on compressive sensing for coprime array in the presence of miscalibrated sensors, *Sensors*, 2019, № 19, P. 3538. <https://doi.org/10.3390/s19163538>
24. Lagovsky B. A., Samokhin A. B., Shestopalov Y. V. Creating two-dimensional images of objects with high angular resolution, *IEEE Asia-Pacific Conf. on Antennas and Propagation, Conf. Publications*, 2018, pp. 114–115. DOI:10.1109/APCAP.2018.8538220.
25. Si W., Zeng F., Hou C., Peng Z. A sparse-based off-grid DOA estimation method for coprime arrays, *Sensors*, 2018, No. 18, P. 3025. DOI:10.3390/s18093025.
26. Das A., Zachariah D., Stoica P. Comparison of two hyperparameter-free sparse signal processing methods for direction-of-arrival tracking in the HF97 Ocean Acoustic Experiment, *IEEE J. Ocean. Eng.*, 2018, No. 43, pp. 725–734. DOI:10.1109/JOE.2017.2706100.
27. Chundi Zheng, Huihui Chen, Aiguo Wang Sparsity-aware noise subspace fitting for DOA estimation, *Sensors*, 2020, No. 20(1), P. 81. <https://doi.org/10.3390/s20010081>.
28. Si W., Peng Z., Hou C., Zeng F. Two-dimensional DOA estimation for three-parallel nested subarrays via sparse representation, *Sensors*, 2018, No. 18, P. 1861. DOI:10.3390/s18061861.
29. Zhang X., Jiang T., Li Y. and Zakharov Y. A novel block sparse reconstruction method for DOA estimation with unknown mutual coupling, *IEEE Communications Letters*, Oct. 2019, Vol. 23, № 10, pp. 1845–1848. DOI: 10.1109/LCOMM.2019.2929384.
30. Lekhovytskyi D. I. Adaptive lattice filters for systems of space-time processing of non-stationary Gaussian processes, *Radioelect. and Commun. Systems*, 2018, Vol. 61, No. 11, pp. 477–514. DOI: 10.20535/S0021347018110018.
31. Gershman A.B. Pseudo-randomly generated estimator banks: a new tool for improving the threshold performance of direction finding, *IEEE Trans. Signal Process*, May 1998, pp. 1351–1364. DOI: 10.1109/78.668797.
32. Pal P., Gershman A. B. A grid-less approach to underdetermined direction of arrival estimation via low rank matrix denoising, *IEEE Signal Processing Letters*, June 2014, Vol. 21, No. 6, pp. 737–741. DOI: 10.1109/LSP.2014.2314175.
33. Zhang Y. D., Amin M. G., Himed B. Sparsity-based DOA estimation using co-prime arrays, *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 2013, pp. 3967–3971. DOI: 10.1109/ICASSP.2013.6638403.
34. Yang Z., Xie L., Zhang C. Off-grid direction of arrival estimation using sparse bayesian inference, *IEEE Transactions on Signal Processing*, Jan. 1, 2013, Vol. 61, pp. 38–43. DOI: 10.1109/TSP.2012.2222378.
35. Xu X., Wei X., Ye Z. DOA estimation based on sparse signal recovery utilizing weighted l1-norm penalty, *IEEE Signal Processing Letters*, March 2012, Vol. 19, № 3, pp. 155–158. DOI: 10.1109/LSP.2012.2183592.
36. Stoica P., Babu P. Spice and likes: two hyperparameter-free methods for sparse-parameter estimation, *Signal Process*, 2012, No. 92, pp. 1580–1590. <https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2011.11.010>.
37. Riabukha V. P., Semeniaka A. V., Katiushyn Ye. A., Atamanskij D. V. Selection of parameters for band-diagonal regularization of maximum likelihood estimates of Gaussian interference correlation matrices and their inverses, *Radioelectronics and Communications Systems*, 2021, No. 64(5), pp. 229–237. <https://doi.org/10.20535/s0021347021050010>.
38. Abramovich Yu. I., Spenser N. K., Gorohov A. Yu. Vydele nie nezavisimyh istochnikov izlucheniya v neekvidistantnyh antennyh reshetkah, *Uspekhi sovremennoj radioelektroniki*, 2001, No. 12, pp. 3–18.
39. Lekhovyckij D. I., Atamanskij D. V., Dzhus V. V., Mysik F. F. Sravnenie razreshayushchej sposobnosti kombinirovannyh pelengatorov razlichnogo tipa v priemnyh sistemah s neidentichnymi kanalami, *Antenny*, 2003, No. 12 (79), pp. 9–15.