

неоднородности сечения в зависимости от  $\gamma$  от 32 % до 47 %, при ортотропной стенке – от 3% до 24%.

**Выводы.**

1. Применение МКЭ к определению прогибов двускатных коробчатых балок при различных геометрических характеристиках по отношению к вычисленным согласно нормам проектирования показывает завышение значений последних.

2. Приближённые зависимости, принятые в нормах, для определения прогибов двутавровых (коробчатых) балок с линейно изменяющейся высотой в части коэффициента  $c$  ввиду существования отличия распределения касательных напряжений по высоте сечения должны быть пересмотрены, в частности для балок с отношением  $l/h < 12$ .

3. Вопросы деформативности двутавровых и коробчатых элементов переменной высоты требуют кроме теоретических тщательных лабораторных и натурных испытаний.

**ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА**

1. Губенко А.Б. Клееные деревянные конструкции в строительстве. – М: Госстройиздат, 1957. – 240 с.
2. Конструкции из дерева и пластмасс: Учеб. для вузов/ под ред. Карлсена Г.Г. – М.: Стройиздат, 1975. – 688с.
3. Денисенко А.А., Болгов А.Н., Михайленко О.А. Некоторые предложения по расчёту клефанерных изгибаемых элементов// Изв. вузов. Стр-во № 3, 2003. – С. 109-114.
4. Кириленко В.Ф., Пинчук Е.А. Скальвающие напряжения в деревянных балках переменной высоты // Науковий вісник будівництва. – Харків: ХДТУБА, ХОТВ АБУ, 2009. – Вип.54. – С. 179-185.
5. СНиП II-25-80 Деревянные конструкции. Нормы проектирования. – М.: Стройиздат, 1983. – 31 с.
6. Индустриальные деревянные конструкции. Примеры проектирования/ под ред. Слискоухова Ю.В. – М.: Стройиздат, 1991. – 256 с.

УДК 624.073

**РАСЧЁТ ТОНКИХ СТАЛЕБЕТОННЫХ ПЛИТ КАК УПРУГИХ ДВУХСЛОЙНЫХ КОМПОЗИТНЫХ ПЛАСТИНОК**

*К.т.н, проф. Ю.П. Китов, асп. А.А. Шевченко, А.А. Петрушевская  
Украинская государственная академия железнодорожного транспорта, Харьков*

**Введение.** Сталебетонные плиты относятся к композитным плитам. Композитные плиты – это плиты, изготовленные из двух и более слоёв материалов с различными физическими свойствами, которые соединены друг с другом таким образом, чтобы работать как единое целое (рис. 1).

**Формулировка целей.** Современные требования проектирования и строительства требуют разработки и математического аппарата для расчета конструкций с учетом композитности материалов.

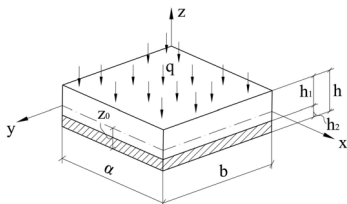


Рис. 1. Сталебетонная тонкая плита

**Основная часть.** Остановимся на расчёте тонких симметричных и симметрично нагруженных плит. При получении зависимостей используем предпосылки теории изгиба однородных тонких плит. В качестве аналога срединной плоскости принимается плоскость, где нормальные напряжения в поперечных сечениях плиты равны нулю (нейтральная плоскость). Верхний слой плиты  $h_1$  (рис. 1) имеет физические характеристики материала  $E_1$  и  $\nu_1$ , нижний  $h_2$  –  $E_2$  и  $\nu_2$ . В соответствии с этим, закон Гука при плоском напряжённом состоянии для каждого слоя будет иметь свои коэффициенты.

В результате принятых предположений получим уравнение изогнутой поверхности композитной пластинки:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{q}{D_{mk}}, \quad (1)$$

где

$$D_{mk} = D_{1mi} + D_{2mi} = \frac{E_1}{3(1-\nu_1^2)} \left[ (h-z_0)^3 + (z_0-h_2)^3 \right] + \frac{E_2}{3(1-\nu_2^2)} \left[ z_0^3 - (z_0-h_2)^3 \right]. \quad (2)$$

Для решения задачи по расчёту композитных пластинок получим выражение для определения положения нейтральной поверхности (рис. 2).

$$\int_{-(z_0-h_2)}^{h-z_0} \sigma_{x1} dz + \int_{-z_0}^{-(z_0-h_2)} \sigma_{x2} dz = 0.$$

Произведя интегрирование и решив это уравнение относительно  $Z_0$ , получим

$$z_0 = \frac{h^2 - \left(1 - \frac{D_{2w}}{D_{1w}}\right) h_2^2}{2 \left[ h - \left(1 - \frac{D_{2w}}{D_{1w}}\right) h_2 \right]}, \quad (3)$$

где

$$D_{1w} = \frac{E_1}{1 - \nu_1^2} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu_1 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right), \quad (4)$$

$$D_{2w} = \frac{E_2}{1 - \nu_2^2} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu_2 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right).$$

Алгоритм расчёта композитных пластинок при принятых предположениях может быть следующим:

1) Вычисляем значение  $z_0$  по (3), приближённо принимая

$$\frac{D_{2w}}{D_{1w}} = \frac{E_2(1 - \nu_1^2)}{E_1(1 - \nu_2^2)};$$

2) Вычисляем значение цилиндрической жёсткости по (2);

3) Решаем уравнение изогнутой поверхности пластинки по (1), получая функцию прогибов;

4) Нахождение нового значения  $z_0$ , вычисляя  $D_{1w}, D_{2w}$  по формуле (4);

5) Расчёт продолжается с пункта 2) до получения приемлемого решения.

Рассмотрим пример расчёта тонкой сталебетонной плиты.

Квадратная сталебетонная плита  $a=1м$ , толщиной  $h=5см$ , где размер бетонной части  $h_1=4,8см$ , стального листа  $h_2=0,2см$ , нагружена распределённой нагрузкой  $q=20 кН/м^2$ . Бетон класса В30. Значение модуля упругости  $E_1=E_b=32500 МПа$ , коэффициент Пуассона  $\nu_1=\nu_b=0,18$ . Стальной лист марки Ст-3, модуль упругости  $E_2=E_{st}=2 \cdot 10^5 МПа$ , коэффициент Пуассона  $\nu_2=\nu_{st}=0,30$ .

Расчёт производим, используя приведенный алгоритм, решая уравнение изогнутой поверхности в двойных тригонометрических рядах.

1) По описанному выше алгоритму расчёта композитных пластинок вычислим значение  $z_0$  (3):

$$\frac{D_{2w}}{D_{1w}} = 6,543 .$$

$$z_0 = 20,644 мм .$$

2) Вычисляем значение цилиндрической жёсткости по (2)

$$D_{мк} = D_{1мк} + D_{2мк} = 355,80 + 169,77 = 525,57 кН \cdot м.$$

3) Общее решение уравнения изогнутой поверхности пластинки (1) с шарнирным опиранием

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{q}{D_{\text{мк}}}$$

будем искать в виде двойного тригонометрического синусоидального ряда

$$w = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} C_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b},$$

где  $C_{mn}$  – постоянные числа, коэффициенты ряда;

$m$  и  $n$  – целые положительные числа: 1, 2, 3, ...

Вторые производные функции прогибов содержат синусы тех же аргументов, что и сама функция. Поэтому производные обращаются в нуль на всех гранях пластинки: при  $x=0$ ,  $x=a$ ,  $y=0$  и  $y=b$ . Следовательно, граничные условия для изгибающих моментов также выполняются.

В случае равномерно распределённой нагрузки

$$q(x, y) = q = \text{const}.$$

Тогда имеем

$$C_{mn} = \frac{16q}{D_{\text{мк}} \pi^6 mn \left( \frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^2};$$

( $m=1, 3, 5 \dots$ ;  $n=1, 3, 5 \dots$ ).

При чётных значениях  $m$  и  $n$  коэффициенты  $C_{mn} = 0$ .

Подставляя (д) в ряд (а), получаем выражение функции прогибов:

$$w(x, y) = \frac{16q}{\pi^6 D_{\text{мк}}} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{mn \left( \frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^2} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}. \quad (5)$$

Для квадратной пластинки при  $b=a$  будем иметь

$$w(x, y) = \frac{16qa^4}{\pi^6 D_{\text{мк}}} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{mn(m^2 + n^2)^2} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{a}. \quad (6)$$

4) Найдём новое значение  $z_0$ , вычисляя  $D_{1w}$ ,  $D_{2w}$  по формуле (4). Учитывая (6), получаем

$$\frac{D_{2w}}{D_{1w}} = \frac{E_2(1-\nu_1^2)}{E_1(1-\nu_2^2)} \cdot \frac{\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + \nu_2 m^2}{mn(m^2 + n^2)^2} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{a}}{\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{m^2 + \nu_1 n^2}{mn(m^2 + n^2)^2} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{a}}.$$

Возьмём это соотношение в середине пластинки  $\frac{a}{2}$  с одним слагаемым суммы, то есть при  $m=1$  и  $n=1$ :

$$\frac{D_{2w}}{D_{1w}} = 7,209, \text{ тогда } z_0 = 20,225 \text{ мм.}$$

Выполняем пункт 2 алгоритма

$$D_{mk} = D_{1mi} + D_{2mi} = 363,318 + 162,608 = 525,926 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

Разница с первым приближением 0,1 %. Максимальный прогиб

$$w_{\max} = 1,541 \cdot 10^{-4} \text{ м} = 0,154 \text{ мм.}$$

Построим эпюру изгибающих моментов.

$$M_{x(y)} = \frac{16qa^2}{\pi^4} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{m}{n(m^2 + n^2)^2} + \frac{D_{1mi} \cdot \nu_1 + D_{2mi} \cdot \nu_2}{D_{mk}} \cdot \frac{n}{m(m^2 + n^2)^2} \right] \cdot \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{a}.$$

$$\begin{aligned} M_{xy} &= -[(1-\nu_1)D_{1mi} + (1-\nu_2)D_{2mi}] \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} = \\ &= -\frac{16qa^2}{\pi^4} \cdot \frac{D_{mk} - D_{1mi} \cdot \nu_1 - D_{2mi} \cdot \nu_2}{D_{mk}} \cdot \\ &\cdot \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(m^2 + n^2)^2} \cdot \cos \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{a}. \end{aligned}$$

В нашем примере

$$M_x = 3,285 \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{m}{n(m^2 + n^2)^2} + 0,217 \frac{n}{m(m^2 + n^2)^2} \right] \cdot \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{a}$$

$$M_{xy} = -2,572 \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(m^2 + n^2)^2} \cdot \cos \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{a}.$$

Получим ординаты  $M_x$  для  $x = 0, \frac{a}{8}, \frac{a}{4}, \frac{3a}{8}, \frac{a}{2}$  и  $y = \frac{a}{2}$  (рис. 2).

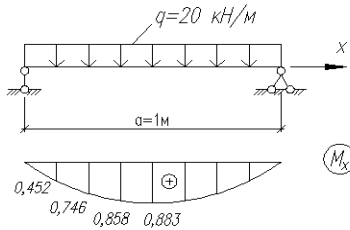


Рис. 2. Эюра  $M_x$  при  $y = \frac{a}{2}$

**Вывод.** Предложенный метод расчета композитных пластинок удобен тем, что уравнение изогнутой поверхности записывается в том же виде как и в уравнении Софи Жермен для однородных пластинок. Это позволяет применять уже известные методы определения функций прогиба для пластинок различной формы с любыми закреплениями краёв.

### ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Амен-Заде Ю.А. Теория упругости [Текст] Ю.А. Амен-Заде. – М.: Высшая школа, 1971. – 288с.
2. Тимошенко С. П. Механика материалов [Текст]: (Учебник для вузов. Специальная литература). 2-е изд. стер. / С.П. Тимошенко; Гере Дж. – СПб: Издательство «Лань», 2002. – 672 с.
3. Чихладзе Э.Д. Основы линейной теории упругости, пластичности и ползучести [Текст]: Учебное пособие / Э.Д. Чихладзе, М.А. Веревичева, Е.И. Галагура, М.А. Ковалёв, Л.Б. Кравцов, Е.В. Опанасенко, А.Н. Петров. – Харьков: УкрГАЗТ, 2010. – 149 с.

УДК 666.96; 666.97

### ВИЗНАЧЕННЯ ПРИЧИН ПЕРЕДЧАСНОГО РУЙНОВАННЯ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ШПАЛ

*к.т.н., с.н.с. Коваленко В.В., к.т.н., доц. Заяць Ю.Л.,  
асп. Пийнко П.О., Коваленко С.В.\**

*Дніпропетровський національний університет залізничного транспорту,*

*\* ПП «Логія», м. Дніпропетровськ*

**Постановка проблеми.** Останні роки експлуатації залізобетонних шпал на залізницях України характеризуються значним підвищенням динамічних навантажень на колію. Рік від року ростуть як транзитні перевезення, так і внутрішньодержавні. Нормативний строк служби залізобетонних шпал