

**ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИНФОРМАЦИИ ОБ УГЛАХ
НАКЛОНА ПЛАТФОРМЫ ПРИ ОБРАБОТКЕ ДАННЫХ
ИЗМЕРЕНИЙ УРОВНЯ ЖИДКОГО ТОПЛИВА
ДИСКРЕТНЫМ ФИЛЬТРОМ КАЛМАНА**

Аннотация. Предложен метод снижения погрешности измерения уровня топлива в баках установленной на качающейся платформе ракеты-носителя и построен дискретный фильтр Калмана, который позволяет производить оценку уровня заправляемого топлива на основе показаний бортового датчика уровня и информации о текущих углах наклона платформы, что является реализацией предложенного метода. Ключевые слова: ракета-носитель, измерение уровня жидкости, фильтр Калмана.

Известна задача измерения уровня жидкого топлива в баках ракеты-носителя (РН), жестко установленной на качающейся стартовой платформе (СП). Эта задача представлена в работе [1] и отражает условия проведения заправки РН «Зенит» космического ракетного комплекса морского базирования «Морской старт». Измерение уровня топлива в баке ракеты производится бортовым, установленном непосредственно внутри бака, датчиком уровня заправки (ДУЗ). Из-за наличия ряда конструктивных ограничений в большинстве случаев ДУЗ устанавливается на некотором расстоянии от оси бака, иногда довольно значительном. Поэтому при наличии качания системы «СП-РН», которое происходит вследствие воздействия морских волн на корпус СП, поверхность жидкого топлива в баке отклоняется от номинального положения, что искажает результаты измерений датчика уровня заправки. Данные измерений ДУЗ используются для формирования команды на прекращение заправки баков РН топливом. В результате появляется дополнительная составляющая погрешности заправки, что в свою очередь отрицательно сказывается на энергетических характеристиках РН. Специфика задачи определения уровня топлива в баках РН в условиях качания СП состоит в необходимости

минимизации этой составляющей погрешности заправки. В целях решения поставленной задачи путем уменьшения величины указанной составляющей погрешности в работе [2] предложен метод, основанный на применении дискретного фильтра Калмана для обработки сигнала от ДУЗ, переведенного в цифровую форму представления. Анализ предложенного в [2] метода показывает, что точность заправки ракеты-носителя может быть повышена в большей степени, если в процессе оценивания уровня заправки бака РН использовать не только сигнал от датчика уровня, но и информацию об углах наклона СП, а именно – данные текущих измерений углов крена и дифферента платформы. Навигационное оборудование современного морского судна включает в себя гироскопические приборы (ГП), которые непрерывно производят измерения текущих углов наклона судна. Использование этих показаний позволяет реализовать данный метод на практике.

Настоящая статья посвящена вопросу разработки метода снижения погрешности измерения уровня топлива в баках установленной на качающейся платформе РН, который основывается на использовании информации о текущих углах наклона СП в процессе обработки дискретным фильтром Калмана сигнала от датчика уровня заправки. Целью уменьшения погрешности измерения уровня топлива является повышение точности заправки и соответствующее [3] повышение энергетической вооруженности РН.

При разработке метода будем основываться на модели, отражающей процесс измерений уровня жидкого топлива в условиях качки, и которая детально представлена в [1] и развита в [2]. В пространстве состояний эта модель описывается двумя матричными уравнениями, одно из которых представляет движение системы в переменных пространства состояний, а другое является уравнением выхода:

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{A}\mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{B}\mathbf{u}_{k-1} \quad (1)$$

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{C}\mathbf{x}_k + \mathbf{D}\mathbf{u}_k \quad (2)$$

где \mathbf{x}_k и \mathbf{u}_k – вектор-столбцы переменных пространства состояний и входных воздействий соответственно, размером 7×1 . \mathbf{z}_k – вектор-столбец выходных переменных наблюдения. Матрицы \mathbf{A} и \mathbf{B} согласно [2] имеют вид:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix}
 \frac{T_a - \frac{\Delta t}{2}}{T_a + \frac{\Delta t}{2}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \frac{T_a \Delta t}{(T_a + \frac{\Delta t}{2})^2} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & -a_2 & -a_1 & 0 & 0 & 0 \\
 \frac{T_a \Delta t^2}{2(T_a + \frac{\Delta t}{2})^2} & \Delta t & b_2 & b_1 & \frac{T_y - \frac{\Delta t}{2}}{T_y + \frac{\Delta t}{2}} & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_2 & -c_1
 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix}
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \frac{\Delta t}{2(T_a + \frac{\Delta t}{2})} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \frac{\Delta t^2}{4(T_a + \frac{\Delta t}{2})} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0
 \end{bmatrix}$$

Здесь T_a – постоянная времени затухания в корреляционной функции линейной скорости наполнения бака, Δt – период дискретизации, T_y – постоянная времени апериодического звена первого порядка, которым представлена модель гидроуспокоителя датчика уровня заправки. В матрицах использованы следующие коэффициенты:

$$a_1 = \frac{2 - \frac{8b}{\Delta t^2}}{1 + \frac{2a}{\Delta t} + \frac{4b}{\Delta t^2}}, \quad a_2 = \frac{1 - \frac{2a}{\Delta t} + \frac{4b}{\Delta t^2}}{1 + \frac{2a}{\Delta t} + \frac{4b}{\Delta t^2}}, \quad b_1 = \frac{2}{1 + \frac{2a}{\Delta t} + \frac{4b}{\Delta t^2}}, \quad b_2 = \frac{2}{1 + \frac{2a}{\Delta t} + \frac{4b}{\Delta t^2}},$$

$$c_1 = \frac{2 - \frac{8d}{\Delta t^2}}{1 + \frac{2c}{\Delta t} + \frac{4d}{\Delta t^2}}, \quad c_2 = \frac{1 - \frac{2c}{\Delta t} + \frac{4d}{\Delta t^2}}{1 + \frac{2c}{\Delta t} + \frac{4d}{\Delta t^2}}, \quad (4)$$

где $a = \frac{2\mu}{\mu^2 + \beta^2}, \quad b = \frac{1}{\mu^2 + \beta^2}, \quad c = \frac{2\xi}{\xi^2 + \gamma^2}, \quad d = \frac{1}{\xi^2 + \gamma^2}$

В формулах для расчета коэффициентов применены следующие обозначения величин: μ – коэффициент нерегулярности в модели сигнала типа «нерегулярной качки», которой описывается возмущение в процессе измерения уровня топлива, вызванное качанием СП, β – преобладающая частота в сигнале типа «нерегулярной качки» этой же модели, $\xi = \frac{1}{T_a}$ – постоянная затухания в корреляционной

функции линейной скорости наполнения бака, $\gamma = \frac{2\pi}{T_c}$ – параметр

модели квантования ДУЗ, а именно – характерная собственная частота, то есть средняя циклическая частота прохождения зеркалом жидкого топлива дискретных уровней квантования в датчике заправки (здесь: T_c – среднее время прохождения уровнем жидкости одного

уровня квантования $T_c = \frac{\delta}{V_c}$, где V_c – средняя линейная скорость

наполнения бака при заправке, а δ – шаг квантования датчика уровня по высоте бака).

Для отслеживания состояния системы в переменных, отражающих реальные физические величины, уравнения (1) и (2) дополняются соотношением:

$$y_k = Gx_k, \quad \text{где} \quad (5)$$

y_k – вектор-столбец текущих значений физических величин процесса наполнения бака и измерения уровня топлива, компоненты которого: y_1 – линейная скорость наполнения бака жидким топливом при заправке, y_2 – уровень, до которого заполнен бак, y_3 – колебания поверхности жидкости в месте установки датчика уровня заправки, y_4 – уровень топлива внутри бака в месте установки датчика, y_5 – уровень

топлива внутри кожуха гидроуспокоителя датчика. Матрица G определена в [2]:

$$G = \begin{bmatrix} \frac{T_a \Delta t}{(T_a + \frac{\Delta t}{2})^2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{T_a \Delta t^2}{2(T_a + \frac{\Delta t}{2})^2} & \Delta t & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_2 & b_1 & 0 \\ \frac{T_a \Delta t^2}{2(T_a + \frac{\Delta t}{2})^2} & \Delta t & b_2 & b_1 & 0 \\ \frac{T_a \Delta t^3}{4(T_a + \frac{\Delta t}{2})^2(T_y + \frac{\Delta t}{2})} & \frac{\Delta t^2}{2(T_y + \frac{\Delta t}{2})} & \frac{b_2 \Delta t}{2(T_y + \frac{\Delta t}{2})} & \frac{b_1 \Delta t}{2(T_y + \frac{\Delta t}{2})} & \frac{T_y \Delta t}{(T_y + \frac{\Delta t}{2})^2} \end{bmatrix} \quad (6)$$

В представленном ранее [1], [2] описании процесса измерения уровня жидкого топлива в баках РН, происходящего в условиях качки СП, полагалось, что в распоряжении наблюдателя имеется только один выход – показания датчика уровня заправки. Соответственно, вектор-столбец переменных наблюдения z_k представлялся в виде скаляра z_k . Таким образом, работа фильтра Калмана по оцениванию уровня топлива в баке строилась только на основе показаний датчика уровня. Однако уже и в этом случае достигалось заметное снижение погрешности измерений. Логично ожидать, что возможно получить больший эффект от применения фильтрации по методу Калмана, если при оценивании уровня топлива в баке также учитывать и показания приборов, измеряющих углы наклона СП. В таком случае вектор-столбец переменных наблюдения z_k увеличивается до размера 2×1 . Будем считать, что отклонение поверхности жидкого топлива от номинального положения вследствие наклона СП в месте установки ДУЗ – это компонента z_{1k} , а сами показания датчика уровня в k -тый момент времени – это компонента z_{2k} .

Угол наклона ракеты, которая имеет жесткую механическую связь с СП, в направлении на датчик уровня выражается через показания ГП следующим образом:

$$\alpha = \psi \cos \varphi + \theta \sin \varphi \quad (7)$$

где ψ – угол дифферента СП, θ – угол крена СП, φ – угол, лежащий в плоскости поперечного сечения бака, между направлением на корму СП и направлением на датчик уровня заправки с вершиной на оси бака.

Соответствующее отклонение зеркала жидкости в месте установки датчика уровня заправки, то есть возмущение вследствие качания СП, равно:

$$z_{1k} = R(\psi \cos \varphi + \theta \sin \varphi) \quad (8)$$

где R – расстояние от продольной оси бака до датчика уровня.

Это соотношение должно использоваться для расчета по показаниям ГП значений переменной наблюдения z_{1k} , которые совместно с данными измерений датчика уровня z_{2k} будут подаваться на вход фильтра Калмана непосредственно при проведении заправки баков РН. При моделировании процесса наполнения и фильтрации переменная наблюдения z_1 есть не что иное, как физическая переменная y_3 на выходе соответствующего формирующего фильтра.

Перейдем к определению матриц С и D уравнения (2). Сразу отметим, что шумы по каналам измерения углов наклона СП, а также по каналу измерения уровня топлива (за исключением шума квантования, который уже учтен путем введения в модель отдельного формирующего фильтра) при дальнейшем рассмотрении игнорируются вследствие их существенной малости в сравнении с основными действующими возмущениями. В работе [2] в качестве матриц С и D используются матрицы следующего вида:

$$C = \left[\begin{array}{cccc} \frac{T_a \Delta t^3}{4(T_a + \frac{\Delta t}{2})^2(T_y + \frac{\Delta t}{2})} & \frac{\Delta t^2}{2(T_y + \frac{\Delta t}{2})} & \frac{b_2 \Delta t}{2(T_y + \frac{\Delta t}{2})} & \frac{b_1 \Delta t}{2(T_y + \frac{\Delta t}{2})} & \rightarrow \\ & \rightarrow & \frac{T_y \Delta t}{(T_y + \frac{\Delta t}{2})^2} & -d_0 c_2 & d_1 - d_0 c_1 \end{array} \right]$$

$$D = \left[\begin{array}{cccccc} \frac{\Delta t^3}{8(T_a + \frac{\Delta t}{2})(T_y + \frac{\Delta t}{2})} & 0 & d_0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \quad (9)$$

где

$$d_0 = \frac{2 + \frac{4\sqrt{d}}{\Delta t}}{1 + \frac{2c}{\Delta t} + \frac{4d}{\Delta t^2}}, \quad d_1 = \frac{2 - \frac{4\sqrt{d}}{\Delta t}}{1 + \frac{2c}{\Delta t} + \frac{4d}{\Delta t^2}} \quad (10)$$

В связи с появлением дополнительной переменной наблюдения размер указанных матриц должен быть увеличен до 2×7 . При этом вторая строка новых матриц должна повторять единственную строку соответствующих векторов (10). Далее, поскольку $z_1 \equiv y_3$, то в качестве первой строки матрицы С должна быть взята третья строка матрицы G, дополненная нулями на позициях шестой и седьмой переменных состояния вследствие очевидной независимости y_3 от переменных x_6 и x_7 , которые задействованы в формирующем фильтре для шумов квантования датчика уровня заправки. В итоге получаем:

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & b_2 & b_1 & \rightarrow \\ & \rightarrow & 0 & 0 & 0 \\ \frac{T_a \Delta t^3}{4(T_a + \frac{\Delta t}{2})^2 (T_y + \frac{\Delta t}{2})} & \frac{\Delta t^2}{2(T_y + \frac{\Delta t}{2})} & \frac{b_2 \Delta t}{2(T_y + \frac{\Delta t}{2})} & \frac{b_1 \Delta t}{2(T_y + \frac{\Delta t}{2})} & \rightarrow \\ & \rightarrow & \frac{T_y \Delta t}{(T_y + \frac{\Delta t}{2})^2} & -d_0 c_2 & d_1 - d_0 c_1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

В работе [1] показано, что выходная переменная формирующего фильтра для колебаний y_3 зависит только от переменных состояния x_3 , x_4 (что и отражается первой строкой матрицы С) и прямо не зависит от входных воздействий u_k . Поэтому в рассматриваемом нами случае первая строка матрицы D должна быть заполнена нулями:

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\Delta t^3}{8(T_a + \frac{\Delta t}{2})(T_y + \frac{\Delta t}{2})} & 0 & d_0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

Для завершения подготовки фильтра Калмана к работе необходимо указать вид матрицы ковариаций входных белых шумов Q и матрицы ковариаций шумов измерений R. Матрица ковариаций входных белых шумов Q сохраняет вид, представленный в [2]:

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{2T_a D_c}{\Delta t} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2aD_\alpha}{\Delta t} R & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\delta^2 c}{12 \Delta t} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

где D_c – дисперсия линейной скорости наполнения бака, D_α – дисперсия угла наклона РН α в направлении на датчик уровня.

Матрицу ковариаций шумов измерений R можно определить по формуле $R = DQD^T$, для чего матрицу D в процессе расчетов необходимо довести до размерности 7×7 путем добавления нулевых строк с третьей по седьмую. В результате получаем:

$$R = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{\Delta t^4 T_a^2 D_c^2}{2(T_a + \frac{\Delta t}{2})^2 (T_y + \frac{\Delta t}{2})^2} + d_0^2 \left(\frac{\delta^2 c}{12 \Delta t}\right)^2 \end{bmatrix} \quad (14)$$

Таким образом, в результате проведенных выше построений получены все матрицы и коэффициенты, необходимые для работы рекуррентного алгоритма дискретного фильтра Калмана, который при определении уровня топлива в баках качающейся ракеты-носителя позволяет дополнительно использовать информацию о текущих углах наклона платформы, на которой установлена ракета. Как известно [4], рекуррентный алгоритм дискретного фильтра Калмана на каждом шаге процесса оценивания включает в себя два этапа: этап предсказания и этап корректировки.

Этап предсказания

$$\hat{x}_k^- = F \hat{x}_{k-1} \quad (15)$$

$$P_k^- = F P_{k-1} F^T + B Q B^T \quad (16)$$

Этап корректировки

$$K_k = P_k^- H^T (H P_k^- H^T + R)^{-1} \quad (17)$$

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k (z_k - H \hat{x}_k^-) \quad (18)$$

$$P_k = (I - K_k H) P_k^-, \text{ где} \quad (19)$$

В описании алгоритма, кроме введенных ранее литер Q и R для матриц ковариации, использованы следующие общепринятые обозначения, относящиеся к текущему состоянию процесса измерения и оценивания, то есть к шагу k : \hat{x}_k – вектор оценок величин, выражаемых переменными состояния, размерностью 7×1 , P_k – матрица ковариаций ошибок оценивания размером 7×7 , K_k – вектор–столбец коэффициентов обратной связи фильтра Калмана (7×1), z_k – вектор наблюдений, I – единичная матрица размером 7×7 . Матрицы F и H определяются таким образом: $F = A$, $H = C$, где A и C – матрицы модели (1).

В целях проверки эффективности разработанного метода определения уровня топлива в баках качающейся РН путем обработки показаний датчика уровня заправки с использованием информации об углах наклона СП автором было проведено моделирование процессов наполнения бака и измерения уровня топлива с выполнением фильтрации имитируемых сигналов посредством дискретного фильтра Калмана, представленного в настоящей статье. При этом была использована модель процесса, разработанная в [1], а само моделирование проводилось при помощи комплекса программных средств, представленного в [2]. В целях обеспечения сравнимости результатов режимы и условия проведения данного моделирования выбраны идентичными режимам и условиям, в которых ранее [2] проводилось моделирование с применением фильтра Калмана без использования информации об углах крена и дифферента СП. Тестовые исходные данные для расчета сохранены прежними [2].

В процессе моделирования определялись величины систематической и случайной составляющей погрешности заправки, возникающих в случае выработки команды на прекращение заправки на основе выходной информации дискретного фильтра Калмана, на вход которого поступают показания датчика уровня топлива РН и гироскопического прибора СП. Полученные данные сравнивались с результатами моделирования для варианта фильтрации только по одному каналу – каналу измерения уровня. Также проводилось сравнение с вариантом формирования команды на прекращение заправки

путем традиционной релейной логики – по сигналу от датчика уровня заправки, без его обработки вычислительными средствами. Необходимо заметить, что в данном случае, как указывалось и ранее [2], речь идет не обо всей, полной или суммарной, погрешности заправки, а только о той ее составляющей, которая связана с качанием стартовой платформы и дискретностью датчика уровня. Для иллюстрации качественных отличий в результатах использования различных вариантов обработки сигналов на рис. 1 приведены аппроксимированные прямыми линиями зависимости величин указанной составляющей погрешности от максимальных амплитуд качания СП, полученные по результатам моделирования. В процессе моделирования также оценивалась функциональность предложенного фильтра и характеристики выходного сигнала в различных условиях и режимах заправки. В частности, определялись величины постоянной и случайной составляющих анализируемой погрешности при различных скоростях наполнения бака, при изменяющемся преобладающем периоде колебаний СП, а также при различных значениях постоянной времени, характеризующей инерционность гидроуспокоителя датчика уровня.

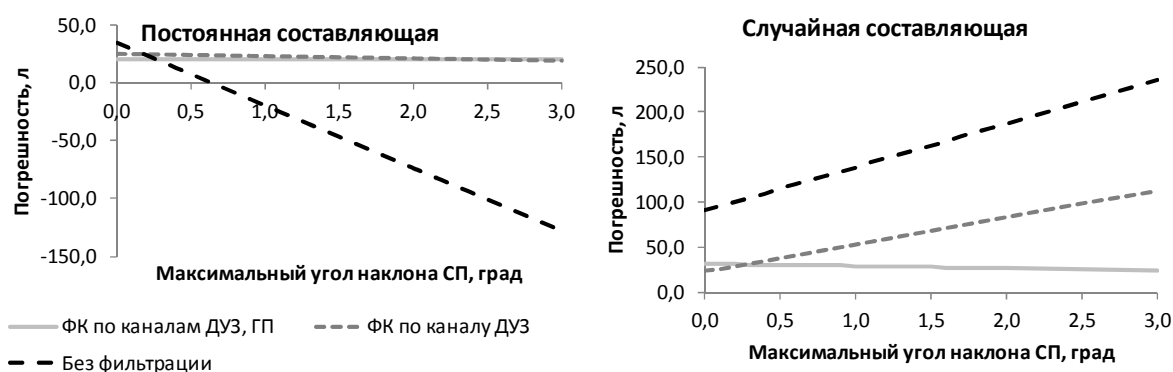


Рисунок 1 – Зависимость величины погрешности от амплитуды качания

Из полученных при моделировании результатов важно отметить основные, которые приводятся ниже. При качании СП с максимальной амплитудой до одного углового градуса (соответствует заданным условиям эксплуатации [5]) в случае проведения фильтрации по двум каналам (ДУЗ и ГП) случайная составляющая погрешности заправки, связанная с качанием стартовой платформы и дискретностью датчика уровня, составляет около 25% от величины этой же составляющей при использовании обычной (без какой-либо вычислительной

обработки сигнала от ДУЗ) логики прекращения заправки, в то время как при введении фильтрации Калмана только по одному каналу (ДУЗ) этот показатель имеет значение около 40% [2]. Таким образом, достигается заметное снижение величины рассматриваемой составляющей случайной погрешности заправки. Также следует заметить, что результаты моделирования подтверждают полную инвариантность получаемой на выходе построенного дискретного фильтра Калмана оценки уровня топлива в баке ракеты от амплитуды и периода качания СП. Это свойство положительно отличает предложенный метод фильтрации по двум каналам от метода фильтрации по одному каналу измерения уровня.

В завершение укажем, что результатом анализа и проведенных теоретических исследований, представленных в настоящей статье, является следующее:

1. Предложен метод снижения погрешности определения уровня топлива в баках установленной на качающейся платформе РН, который основывается на использовании информации о текущих углах наклона СП совместно с показаниями бортового датчика уровня заправки.

2. Построен дискретный фильтр Калмана, позволяющий производить оценку высоты уровня топлива в баках РН в условиях колебаний СП путем обработки сигнала от бортового датчика уровня заправки и показаний ГП об углах крена и дифферента СП, который является реализацией предложенного метода.

3. Выполнено моделирование и проведена оценка эффективности использования построенного дискретного фильтра Калмана для обработки результатов измерений в целях их дальнейшего использования для формирования команды на прекращение заправки. Результаты расчетов, проведенных на общих тестовых исходных данных, показывают, что применение данного фильтра (вместо традиционного способа формирования команды без обработки сигнала от ДУЗ) позволяет в четыре раза уменьшить величину случайной составляющей погрешности заправки, связанной с колебаниями СП и дискретностью бортового датчика уровня.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мазуренко В.Б. Модель процесса измерения уровня жидкого топлива в условиях качки // Системні технології Регіональний міжвузівський збірник наукових праць. - Випуск 5. - Дніпропетровськ, 2014.
2. Мазуренко В.Б. Применение дискретного фильтра Калмана для решения задачи измерения уровня жидкого топлива в условиях качки // Системні технології Регіональний міжвузівський збірник наукових праць. - Випуск 6. - Дніпропетровськ, 2014.
3. Мазуренко В.Б. Повышение энергетических характеристик ракет-носителей методом модификации критерия полноты использования объема топливных баков // Вісник Дніпропетровського університету. Серія "Ракетно-космічна техніка". – 2013. – Вип. 16. – С.61–68.
4. Браммер К. Фильтр Калмана-Бьюси / К. Браммер, Г. Зиффлинг. – М.: Наука, 1982. – 200 с.
5. Sea Launch Company, LLC. User's Guide, Revision C. 2003. D688-10009-1.