УДК 004.942

В.В. Онищенко

Державний університет телекомунікацій, Київ

УПРАВЛІННЯ ІНФОРМАЦІЙНОЮ СИСТЕМОЮ З ЗАВАДАМИ ІМПУЛЬСНОГО ТИПУ

У статті розглянуті можливості управління інформаційним потоком з завадами імпульсного типу.

Ключові слова:*дискретно-неперервна динаміка, завада, дельта-функція Дірака,конфліктно-керований процес, інтеграл Ауманна .*

Вступ

Для забезпечення високої якості обслуговування при впровадженні сучасних технологічних рішень у галузі телекомунікацій і надання високотехнологічних телекомунікаційних послуг потрібна наявність системи управління, яка дозволяє ефективно керувати мережею.

Розподілені (або Інтернет - базовані) інформаційні системи утворюються сучасні інформаційно-телекомунікаційні середовища колективного користування, різноманітні прикладні інформаційні системи, які працюють в глобальному середовищі, пошукові системи типу Google, засоби та технології доступу до віддалених інформаційних та обчислювальних ресурсів, системи публікації-підписки, тощо.

Системи розподіленої обробки даних в Intranet-мережі належать до найбільш прогресивних форм організації програмно-технічних засобів у вигляді продуктивного інформаційного середовища, вони базуються на технологіях паралельних і «хмарних» обчислень. Ефективність доступу користувачів значною мірою залежить від організації інформаційно-обчислювального середовища, в тому числі з використанням мережі Internet.

Постановка задачі. Основними завданнями розподіленої системи є організація ефективного доступу користувачів до інформаційних і програмних ресурсів, а також ефективна взаємодія як користувачів з ресурсами, так і різних видів ресурсів між собою.

Розробити модель та дослідити процеси в інформаційно-телекомунікаційних систем за допомогою конфліктно-керованих процесів на основі дискретно-неперервної динаміки.

Математична модель інформаційних потоків

Спробуємо описати процеси в інформаційно-телекомунікаційних системах за допомогою лінійної керованої динамічної системи.

Завдання прийняття рішення про найефективнішу управляючу дію в теорії інформації формулюється таким чином: знаючи цільовий стан об'єкту управління, на основі його інформаційної моделі, визначити такі вхідні параметри, які з урахуванням передісторії і поточного стану об'єкту управління, а також впливу середовища, з найбільшою ефективністю переведуть його в цільовий стан, що характеризується вихідними параметрами.

Розглянемо спрощену ситуацію: інформація про функціонування телекомунікаційної мережі та двох її компонентів надходить до системи управління. В результаті обробки інформації, що надійшла до системи управління від об'єктів (елементів) управління, формується узагальнена інформаційна модель стану мережі телекомунікацій, на підставі якої визначаються рішення різного рівня і виконуються необхідні процедури управління.

Для опису цієї ситуації застосуємо лінійну керовану динамічну систему, еволюція якої описується рівнянням [1]

$$\dot{z} = Az + u - v, \quad z \in R^m. \tag{1}$$

Тут A – квадратна матриця порядка m, $u = u(t)$ – керування першим інформаційним потоком P (переслідувача), $v = v(t)$ – керування другим інформаційним потоком E (утікача). Структура керувань потоками буде описана нижче в кожному з випадків.

Задача переслідувача полягає в тому, щоб, певним чином обираючи керування u, за скінченний час вивести траєкторію системи (1) на термінальну множину (тобто вузол, куди необхідно скерувати інформаційний потік). Задача утікача протилежна – уникнути зустрічі з термінальною множиною M^*.

Мета системи управління – скерувати перший інформаційний потік до відповідного вузла мережі, незважаючи на перешкоди другого потоку.

Керування інформаційним потоком з імпульсними завадами

Продовжимо дослідження [1]. Нехай тепер керування інформаційним потоком P являє собою вимірну функцію часу зі значеннями з компакта U,

$U \subset \mathbb{R}^m$. Інформаційний потік E, в свою чергу, може впливати на систему (1) лише в моменти $\{\tau_i\}$ і його керування має імпульсний тип вигляду:

$$v(t) = \sum_{i=0}^{\infty} v_i \delta(t - \tau_i), \quad (2)$$

де вектори стрибків v_i належать деякому компакту V, $V \subset \mathbb{R}^m$. Згідно з [2] в даному випадку, як і в попередньому[1], розв'язок системи (1) при вибраних керуваннях потоків існує при будь-якій початковій умові $z_0 = z(0),$, він єдиний і абсолютно неперервний на інтервалах (τ_i, τ_{i+1}), $i \in \mathbb{N} \cup \{0\}$.

Введемо функцію

$n(t) = \max\{i \in \mathbb{N} \cup \{0\} : \tau_i \le t\}$ і розглянемо множини

$$W_i(t, v) = \int_{\tau_i}^{\tau_{i+1}} \pi e^{A(t-\vartheta)} U d\vartheta - \pi e^{A(t-\tau_i)} v, \quad i = \overline{0, n(t) - 1},$$

$$W_{n(t)}(t, v) = \int_{\tau_{n(t)}}^{t} \pi e^{A(t-\vartheta)} U d\vartheta - \pi e^{A(t-\tau_{n(t)})} v, \quad (3)$$

$$W_i(t) = \int_{\tau_i}^{\tau_{i+1}} \pi e^{A(t-\vartheta)} U d\vartheta \overset{*}{-} \pi e^{A(t-\tau_i)} V, \quad i = \overline{0, n(t) - 1},$$

$$W_{n(t)}(t) = \int_{\tau_{n(t)}}^{t} \pi e^{A(t-\vartheta)} U d\vartheta \overset{*}{-} \pi e^{A(t-\tau_{n(t)})} V. \quad (4)$$

Інтеграл в означенні множин $W_i(t, v)$ і $W_i(t)$ слід розуміти як інтеграл Ауманна [2] від багатозначного відображення.

Позначимо $\mathfrak{T} = \{t \ge 0 : W_i(t) \ne \varnothing, i = 0, \ldots, n(t)\}$. Слід зауважити, що як правило $\tau_i \notin \mathfrak{T}$ для всіх $i \in \mathbb{N} \cup \{0\}$, оскільки множини $W_i(\tau_i)$ непорожні тільки якщо множина πV складається з однієї точки.

Умова 1 *Множина* $\mathfrak{T}$ *непорожня.*

Для будь-якого моменту часу t, $t \in \mathfrak{T}$, зафіксуємо набір векторів

$\omega = \omega(t) = \{w_i(t) : w_i(t) \in W_i(t), i = 0, \ldots, n(t)\}$.

Покладемо

$$\xi(t, z, \omega) = \pi e^{A(t-\tau_0)} z + \sum_{i=0}^{n(t)} w_i(t). \quad (5)$$

Введемо функції

$$\tilde{\alpha}_i(t, z, v, \omega) = \sup\{\alpha \ge 0 : \alpha\big(M - \xi(t, z, \omega)\big) \cap \cap \big(W_i(t, v) - w_i(t)\big) \ne \varnothing\}. \quad (6)$$

Позначимо

$$k = k(t, z, v, \omega) = \min\left\{ j \in \{0, \ldots, n(t)\} : \sum_{i=0}^{j} \tilde{\alpha}_i(t, z, v, \omega) \ge 1 \right\}, \quad (7)$$

якщо нерівність у фігурних дужках не виконується при жодному j, $j \in \{0, \ldots, n(t)\}$, покладемо $k = n(t) + 1$. Визначимо розв'язуючі функції

$$\alpha_i(t, z, v, \omega) = \begin{cases} \tilde{\alpha}_i(t, z, v, \omega), & i = 0, \ldots, k - 1, \\ 1 - \sum_{j=0}^{k-1} \tilde{\alpha}_j(t, z, v, \omega), & i = k, \\ 0, & i = k + 1, \ldots, n(t). \end{cases} \quad (8)$$

де $t \in \mathfrak{T}$, $i = 0, 1, \ldots, n(t)$, $z \in \mathbb{R}^m$, $v \in V$.

Можна показати, що якщо множина M опукла, то для визначених таким чином розв'язуючих функцій при $t \in \mathfrak{T}$, $i = 0, 1, \ldots, n(t)$, $z \in \mathbb{R}^m$, $v \in V$, $w_i(t) \in W_i(t)$, справедливі співвідношення

$$\alpha_i(t, z, v, \omega)\big(M - \xi(t, z, \omega)\big) \cap \cap \big(W_i(t, v) - w_i(t)\big) \ne \varnothing. \quad (9)$$

Доведення цього твердження проводиться аналогічно доведенню леми 1 в [1]. При цьому для доведення опуклості множин $W_i(t, v)$ слід використовувати той факт, що інтеграл від рівномірно обмеженого компактозначного відображення являє собою опуклий компакт (*теорема Ауманна* [3]).

Розглянемо множину

$$T(z, \omega) = \left\{ t \in \mathfrak{T} : \sum_{i=0}^{n(t)} \inf_{v \in V} \alpha_i(t, z, v, \omega) = 1 \right\}. \quad (10)$$

Якщо рівність у фігурних дужках не виконується при жодному $t \in \mathfrak{T}$, покладемо $T(z, \omega) = \varnothing$.

Теорема 1. Якщо для системи (1) при імпульсному керуванні інформаційним потоком E (2) виконана умова 1, $\tau_i \notin \mathfrak{T}$ для всіх $i \in \mathbb{N} \cup \{0\}$, множина M опукла, для початкового стану z_0 і набору ω множина $T(z_0, \omega)$ непорожня, то для будь-якого $T \in T(z_0, \omega)$ траєкторія системи (1) може бути приведена з початкового стану z_0 на термінальну множину в момент T.

Доведення. Позначимо $N = n(T)$ і зафіксуємо певний набір векторів-стрибків $\{v_i\}$.

Припустимо спочатку, що $\xi(T, z_0, \omega) \notin M$. Позначимо $K = k(T, z_0, v, \omega)$, тоді згідно з (7), (8)

$$\sum_{i=0}^{K} \alpha_i(T, z_0, v_i, \omega) = 1.$$

Нехай $K = N$. Тоді на інтервалах $[\tau_i, \tau_{i+1})$, $i = 0, 1, \ldots, K - 1$, будемо вибирати керування переслідувача таким чином, щоб виконувались включення

$$\int_{\tau_i}^{\tau_{i+1}} \pi e^{A(T-\vartheta)} u(\vartheta) d\vartheta - \pi e^{A(T-\tau_i)} v_i - \\ -w_i(T) \in \alpha_i(T, z_0, v_i, \omega)\big(M - \xi(T, z_0, \omega)\big), \quad (11)$$

а на відрізку $[\tau_K, T]$ – так, щоб було справедливе включення

$$\int_{\tau_K}^{T} \pi e^{A(T-\vartheta)} u(\vartheta) d\vartheta - \pi e^{A(T-\tau_K)} v_K - w_K(T) \in \\ \in \alpha_K(T, z_0, v_K, \omega)\big(M - \xi(T, z_0, \omega)\big). \quad (12)$$

В силу співвідношення (9) і умови 1 ці включення мають вимірні розв'язки. Якщо ж $K < N$, то на інтервалах $[\tau_i, \tau_{i+1})$, $i = 0,1,\ldots,K$ будемо вибирати керування інформаційним потоком P так, щоб виконувались співвідношення (11), а на інтервалах $[\tau_i, \tau_{i+1})$, $i = K+1,\ldots,N-1$, в якості керування інформаційним потоком P візьмемо розв'язок рівнянь Фредгольма I-го роду:

$$\int_{\tau_i}^{\tau_{i+1}} \pi e^{A(T-\vartheta)} u(\vartheta) d\vartheta - \pi e^{A(T-\tau_i)} v_i = w_i(T). \quad (13)$$

На відрізку $[\tau_N, T]$ виберемо в якості керування інформаційним потоком P розв'язок інтегрального рівняння Вольтерра I-го роду:

$$\int_{\tau_N}^{T} \pi e^{A(T-\vartheta)} u(\vartheta) d\vartheta - \pi e^{A(T-\tau_N)} v_N = w_N(T). \quad (14)$$

В силу включень $w_i(T) \in W_i(T)$, $i = 0,\ldots,N$, з умови 1 випливає, що рівняння (13), (14) мають вимірні розв'язки.

З формули Коші для системы (1) і властивостей дельта-функції випливає представлення (15):

$$\pi z(T) = \pi e^{A(T-\tau_0)} z_0 + \\ + \sum_{i=0}^{N-1} \left(\int_{\tau_i}^{\tau_{i+1}} \pi e^{A(T-\vartheta)} u(\vartheta) d\vartheta - \pi e^{A(T-\tau_i)} v_i \right) + \\ + \int_{\tau_N}^{T} \pi e^{A(T-\vartheta)} u(\vartheta) d\vartheta - \pi e^{A(T-\tau_N)} v_N.$$

Додамо і віднімемо з правої частини рівності (15) таку величину

$$\sum_{i=0}^{N} w_i(T).$$

Тоді, враховуючи закони вибору керування переслідувачем (11)–(14), а також опуклість множини M, дістаємо включення:

$$\pi z(T) \in \xi(T, z_0, \omega) + \\ + \sum_{i=0}^{K} \alpha_i(T, z_0, v_i, \omega)\big(M - \xi(T, z_0, \omega)\big) = M, \quad (16)$$

звідки безпосередньо випливає, що $z(T) \in M^*$.

Нехай тепер $\xi(T, z_0, \omega) \in M$. На інтервалах $[\tau_i, \tau_{i+1})$, $i = 0,1,\ldots,N-1$ будемо вибирати в якості керування переслідувача розв'язки рівнянь (13), а на відрізку $[\tau_N, T]$ – розв'язок рівняння (14). В результаті, враховуючи формулу (16), одержимо $\pi z(T) = \xi(T, z_0, \omega) \in M$ або $z(T) \in M^*$.

Висновок

Запропонована математична модель для опису процесів в інформаційних системах. Створено метод дослідження ігрових задачі для систем з імпульсним впливом, де керування одного або кількох потоків адитивно включає узагальнені функції (дельта-функцію Дірака). Окремо розглянуто випадок коли завади мають імпульсний тип. Випадок двох інформаційних потоків в подальшому планується розширити на n та змоделювати відповідні процеси.

Список літератури

1. *Онищенко В.В. Управління інформаційною системою з дискретно-неперервною динамікою / В.В. Онищенко // Системи управління, навігації та зв'язку: Збірник наукових праць. – Полтава : ПолтНТУ – 2015. – Вип. 2 (34). – С. 51–53.*
2. *Филиппов А.Ф. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью / А.Ф. Филиппов. – М.: Наука, 1985. – 224 с.*
3. *Кривонос, Ю.Г. Динамические игры с разрывными траекториями / Ю.Г. Кривонос, И.И. Матичин, А.А. Чикрий. - К.: Наукова думка, 2005. – 220 с.*

Надійшла до редколегії 25.12.2014

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Л.Ф. Купченко, Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків.

УПРАВЛЕНИЕ ИНФОРМАЦИОННЫМИ СИСТЕМАМИ С ПОМЕХАМИ ИМПУЛЬСНОГО ТИПА

В.В. Онищенко

В статье рассмотрены возможности управления информационными потоками с помехами импульсного типа.

Ключевые слова: *дискретно-непрерывная динамика, помеха, дельта-функции Дирака, конфликтно-управляемый процесс, интеграл Ауманна.*

CONTROL OF INFORMATION SYSTEMS WITH DISTURBANCES OF IMPULSE TYPE

V.V. Onyshchenko

Possibilities for control of information systems with disturbances of impulse type are treated in the paper.

Keywords: *discrete-continuous dynamics, disturbance, Dirac delta function, conflict controlled process, Aumann integral.*