



САВИЦКИЙ ОЛЕГ АНАТОЛЬЕВИЧ

Кандидат технических наук, старший научный сотрудник, старший научный сотрудник отдела динамики упругих систем в жидкости, Институт гидромеханики Национальной академии наук Украины, член Украинского общества механики грунтов, геотехники и фундаментостроения.

Основные направления научной деятельности: динамические пространственные контактные задачи для штампов и плит (моделей фундаментов и сооружений) на основании, которое моделируется усложненными динамическими моделями механики грунтовой среды (слоистое вязкоупругое, пористоупругое насыщенное жидкостью) при воздействии силовых и сейсмических нагрузок; колебания конструкций морских гравитационных платформ, взаимодействующих с грунтовым основанием и водой при действии техногенных и природных нагрузок; численное моделирование нелинейного напряженно-деформированного состояния грунтовой среды.

Автор 58 научных работ.
E-mail: osavitsky@ukr.net

УДК 539.3+624.131.55

АМПЛИТУДНО-ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ КОЛЕБАНИЙ ВИБРАТОРА НА СЛОИСТОМ ВЯЗКОУПРУГОМ ОСНОВАНИИ

Ключевые слова: амплитудно-частотные характеристики, динамические свойства грунтового основания, вязкоупругий слой, прямоугольный штамп, динамическая контактная задача, метод ортогональных полиномов, вибромашина типа "Lazan"

Рассматриваются амплитудно-частотные характеристики вибромашин для исследования динамических свойств грунтового основания при воздействии от двигателя с эксцентриком. Задача о колебаниях плиты (штампа) прямоугольной в плане формы на вязкоупругом слое рассматривается как динамическая контактная задача. Проведено сравнение с экспериментальными данными других авторов.

Розглядаються амплітудно-частотні характеристики вібрмашин для дослідження динамічних властивостей ґрунтової основи при інерційному впливі від двигуна з ексцентриком. Задача про коливання плити (штампа) прямокутної в плані форми на'язкопружному шарі розглядається як динамічна контактна задача. Проведено порівняння з експериментальними даними інших авторів.

The amplitude-frequency response of vibromachines for determination of the dynamic properties of a soil base at inertial influence from a motor with eccentric is studied. Problem of oscillations of the rectangular plate (die block) on viscoelastic layer is considered as a dynamic contact problem. Results of calculations are compared with experimental data of other authors.

Введение

При динамических испытаниях сооружений, а также для определения динамических свойств грунтового основания при проектировании и исследовании сооружений и фундаментов машин с динамическими нагрузками изучается зависимость амплитуды перемещений от частоты колебаний амплитудно-частотные характеристики. Для их определения проводятся испытания грунтового основания с использованием вибраторов, описанные в работах [1, 3-5, 8, 11-14] и других. Здесь рассматриваются вибраторы, устанавливаемые на грунтовом основании и взаимодействующие с грунтом посредством жесткой квадратной опорной плиты. Колебания такой системы могут возбуждаться двигателем с системой дебалансов. Частота колебаний задается частотой вращения двигателя и (при достаточной мощности двигателя) возникают установившиеся колебания системы, параметры которых и определяются с использованием специального оборудования

Вибратор может рассматриваться как жесткий массивный штамп с круглой или квадратной подошвой, взаимодействующий с грунтовым основанием.

Для анализа экспериментальных данных привлекаются ряд динамических моделей грунтового основания,

рассматривавшихся в работах [2-6,11, 12,14] и др.

Расчеты системы фундамент-основание, проводимые согласно нормативным документам, определяют отдельные резонансные частоты для заданных форм колебаний и соответствующие им амплитуды. Упрощенные модели основания, учитывающие жесткость (упругость), а для динамических задач демпфирование колебаний и присоединенную массу грунта, используются в инженерной практике.

Метод передаточных функций [11, 12] позволяет использовать экспериментальные данные, полученные с использованием вибраторов, для прогнозирования параметров колебаний сложных объектов в широком диапазоне частот. При этом используется допущение о линейности системы фундамент-грунт при колебаниях, которое выполняется для большинства сооружений.

В работе [4] при анализе результатов экспериментов с круглым штампом под действием как вибратора, так и нестационарных нагрузок, при расчете параметров колебаний использовалась модель упругого полупространства (по методикам О.Я. Шехтер, Т.В. Sung, В. М. Сеймова, а также автора М.И. Забылина). Определение параметров упругого основания проводилось специально разработанными методами. Рассмотрены условия применимости

модели упругого полупространства: предполагается завершение стабилизации остаточных деформаций; наступление установившихся колебаний от каждой ступени динамических нагрузок; динамические нагрузки не должны превышать 20 % от статических, в противном случае, как и в экспериментах М. Novak [3], установлено уменьшение резонансной частоты проявление нелинейных эффектов с увеличением нагрузки.

Применение модели упругого полупространства при прогнозировании колебаний сооружений позволило рассматривать ряд сложных задач. Расчеты не сводятся к использованию готовых формул для определения параметров колебаний. При использовании методов механики сплошных сред в компьютерных программах определяются зависимости искомых величин от частоты или времени. Расчеты требуют правильного определения параметров упругой модели и позволяют рассматривать установившиеся и нестационарные, например, сейсмические колебания. Модель упругой среды широко используется в геотехнических программных комплексах для моделирования более сложных областей, чем полупространство.

Используем здесь для анализа модель в виде вязкоупругого слоистого основания, для условий малых деформаций грунта и предварительно уплотненного основания. В слоистом основании на ряде частот вынужденных колебаний могут возникать резонансные ситуации в связи с отражением волн от границ слоев, распространением энергии волн в слое, вида приложенной нагрузки и особенностей инерционного взаимодействия для системы массивный штамп-слой. Такие эффекты не описываются упрощенными инженерными моделями, которые к тому же приходится "подстраивать" под заданную резонансную частоту.

В монографии [9] предложена методика численного решения пространственной динамической контактной задачи для прямоугольного штампа на упругом полупространстве методом ортогональных полиномов. Следует отметить успешное применение разработанных алгоритмов для прогнозирования сейсмических колебаний объектов атомной энергетики.

В работах [6,7,10,13] и других методика была развита для моделирования колебаний штампов на слоистом вязкоупругом основании. В такой модели учитывается как инерционное взаимо-

действие штампа (вибратора, фундамента) и основания, излучение упругих волн, эффекты, обусловленные слоистостью основания, так и потери энергии колебаний в материале слоя.

Теоретические основы использования модели упругого слоя в задачах динамики фундаментов и характеристика резонансов представлены в монографии [2] и других работах ее авторов. Для удовлетворения принципа излучения при анализе поверхностных и нормальных распространяющихся волн (мод) в среде необходимо учитывать зависимость вещественных полюсов от частоты. Вычисление перемещений упругого слоя при действии динамической нагрузки, распределенной на участке его свободной поверхности, при использовании метода интегральных преобразований сводится к интегрированию вдоль действительной оси и исключения из решения стоячих волн, как это показано в монографии [10] (автор И.В. Ловцов). Волновые процессы, влияющие на динамику штампа на упругом слое, в указанных работах анализировались с учетом высоты слоя и размеров штампа, упругих характеристик, типа нагрузки и зависимости ее от времени. Результаты этих исследований легли в основу рассматриваемой здесь методики.

Моделирование вертикальных колебаний системы прямоугольный штамп-вязкоупругий слой

Упругая модель основания модифицируется для учета потерь (затухания) в материале по модели частотно-независимого внутреннего трения путем введением параметра вязкости γ , не зависящего от частоты [10, стр.20] и комплексного модуля сдвига, в выражение для которого входит параметр вязкости. При введении вязкости путь интегрирования при вычислении перемещений границы основания переходит в комплексную плоскость, обход особенностей подынтегральной функции (точки ветвления и нули) производится как при использовании метода фиктивного поглощения [2, стр. 21]. При этом получаемое численное решение удовлетворяет принципу излучения, а при $\gamma \ll 1$ приближается по величине к соответствующему упругому решению.

Модель вязкоупругого слоистого основания позволяет с использованием минимального числа параметров проводить анализ для установившихся колебаний рассматриваемой системы в широком диапазоне частот и для нестационарных ее колебаний [7, 10]. Для подтверждения достоверности результатов и определения границ применимости модели необходи-

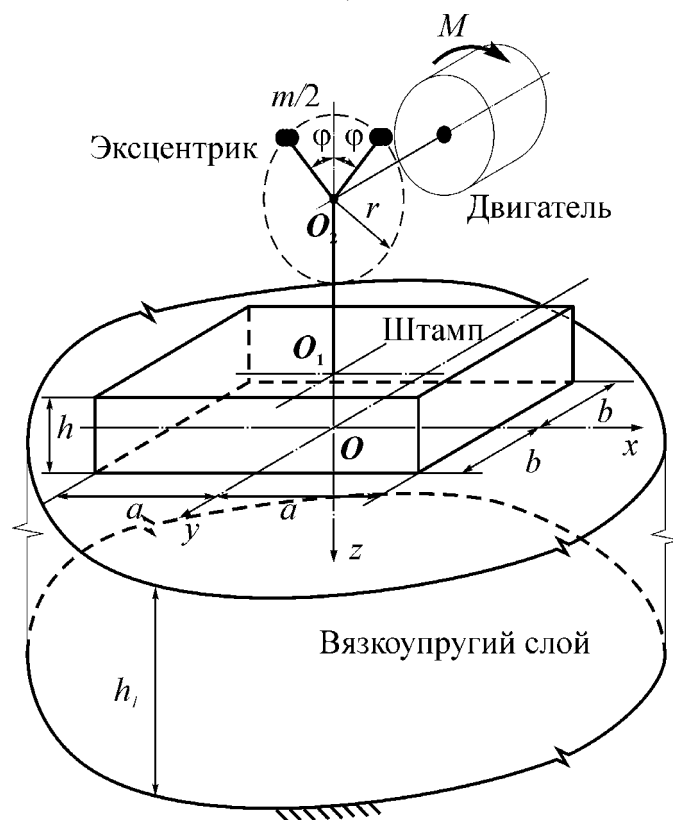


Рис. 1 Расчетная схема колебательной системы

мо проводити порівняння чисельних результатів з експериментальними. Зде таке порівняння проводиться з використанням даних експериментальної роботи [14].

Методика рішення задачі об установившихся коливаннях вібратора на шарі ґрунту

Розглядаються коливання системи, зображеної на рис. 1. Масивний штамп прямокутної в плані форми з розмірами подошви $2a \times 2b$, опирається на основу в вигляді в'язкоупругого шару товщиною h_1 . Штамп совершає вертикальні коливання при діянні на него в точці O , вертикальної сили $P(\omega) = mg \exp(i\omega t)$ от ексцентрика з масою m , вращающейся на расстоянии r от оси вала двигателя с заданной круговой частотой $\omega = 2\pi f$, f - частота, Гц. Центр декартовой системы координат O находится в центре прямоугольной подошвы штампа, оси Ox и Oy параллельны сторонам прямоугольника подошвы, как показано на рис. 1, ось Oz направлена вниз.

Исходным уравнением движения является уравнение вертикальных колебаний штампа [9, стр. 33, формула (1.133)]. В качестве контактного условия полагается, что вертикальные перемещения подошвы штампа и границы основания одинаковы, трение по подошве не учитывается. Используются решение уравнений динамической теории упругости при соответствующих граничных условиях методом интегральных преобразований для определения перемещений прямоугольной площадки верхней грани упругого слоя с защемленной нижней гранью при установившихся колебаниях (или для трансформант преобразования Лапласа по времени) при действии вертикальной нагрузки, распределенной по площади подошвы. Решение в частотной области при действии нагрузки на прямоугольной площадке представлено двойными интегралами со сложными ядрами и включает выражение для трансформанты распределенной нагрузки.

Необходимо найти решение парного интегрального уравнения, полученного из уравнения движения штампа и указанного контактного условия для вертикальных перемещений.

При использовании метода ортогональных полиномов нагрузка (в данном случае – нормальные контактные напряжения) представляется в виде двойного ряда по четным полиномам Чебышева с неизвестными коэффициентами, зависящими от частоты или

времени, с учетом в знаменателе корневых особенностей по координатам x, y с показателем $1/2$, соответствующих статическому решению теории упругости для напряжений под прямоугольным жестким штампом [9, стр. 33, формула (1.137)]. Учет особенности на предварительном этапе приводит к бесконечным значениям контактных напряжений при $|x|=a, |y|=b$ и $|z|=0$, но необходим для получения эффективного решения [2, 9]. Представление напряжений в виде двойного ряда выбрано таким, что коэффициент при первом члене ряда пропорционален равнодействующей вертикальной реакции основания.

Используя представление нагрузки в виде ряда и выполняя его интегральное преобразование, переходим от парного интегрального уравнения к бесконечной системе линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных коэффициентов разложения [9, стр. 34, формула (1.140)]. Коэффициенты системы $c_{2n,2p}^{2m,2q}(\zeta)$ пропорциональны компонентам перемещений границы слоя при действии на площадке контакта нагрузок – членов ряда в разложении для контактных напряжений при установившихся колебаниях. Здесь $\zeta = a\omega/c_2$ – безразмерная частота колебаний, ω круговая частота колебаний, c_2 скорость поперечной упругой волны в грунтовом основании, n и m номера членов двойного ряда разложения контактных напряжений, p и q зависят от номера алгебраического уравнения в системе. При вычислении коэффициентов системы производится замена переменных в двойном интеграле, после этого внутренний интеграл от произведения четырех функций Бесселя первого рода заменяется конечной суммой по квадратурной формуле с весовой функцией Якоби (формулой Чебышева). Из числителя и знаменателя выделяются быстро растущие экспоненциальные множители. При оценке значений соответствующих интегралов с целью ускорения сходимости при численном интегрировании используются асимптотические выражения для ядер подынтегральных функций (их статические выражения).

При решении системы методом усе-

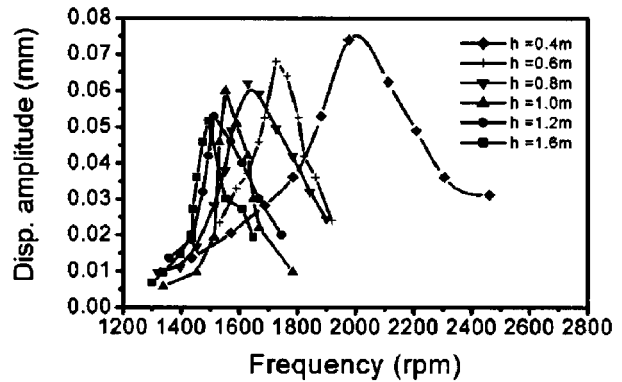


Рис. 2 Экспериментальные АЧХ для различных значений толщины h_1 слоя грунта [14]

чения определяется распределение и равнодействующая контактных напряжений, перемещение штампа при заданной частоте. Таким образом, распределение и величина контактных напряжений не задается, а определяется из решения задачи, зависит от частоты и вычисляется в комплексной форме в виде двойного ряда.

Разработаны компьютерные программы для моделирования вертикальных и горизонтально-вращательных колебаний жесткого прямоугольного в плане штампа с использованием моделей слоистой в'язкоупругой среды: слой на жестком основании; слой на упругом полупространстве; два слоя на жестком основании (без проскальзывания на границах раздела) [7]. Выполняются расчеты для анализа влияния упругих свойств слоев и их соотношений, параметра вязкости, массы фундамента и его формы (соотношения сторон) при установившихся, нестационарных и сейсмических колебаниях.

Описание экспериментальных данных

Рассмотрим далее результаты экспериментальной работы D.K. Baidya и A. Rathi, опубликованные в статье [14]. Экспериментальная установка, в которой используется вибромашина типа "Lazan", известная по ряду публикаций, в основном соответствует представленной на рис. 1 расчетной схеме за исключением ограниченных в плане размеров слоя грунта в экспериментальной установке ($2m \times 2m$), что связано с укладкой вручную всего объема грунта (уплотненный речной песок, относительная плотность 86 %, удельный вес 17.0 кН/м^3 , угол внутреннего трения 36°). Ширина квадратной подошвы штампа $2a = 0.4 \text{ м}$. В статье [14] основной целью исследования указывается выявление в динамическом

поведении системы “вибратор-слой” эффектов, связанных с изменением толщины слоя

На рис.2 представлены экспериментальные АЧХ из [14] при массе штампа 816кг, моменте $mr=0.0080Н·с^2$ и различной толщине слоя грунта $h_l=0.4÷1.6м$. Амплитуда перемещения указана в миллиметрах, частота - в оборотах в минуту (rpm). Графики имеют характер резонансных кривых с одной резонансной частотой. На рис. 2 показаны результаты измерений амплитуды перемещений в диапазоне от 21 Гц, до и после резонанса (до 41 Гц при $h_l=0.4м$). С увеличением толщины слоя ($h_l>1.2м$) форма резонансной кривой стабилизируется, резонансная частота и амплитуда перемещений уменьшаются, оставаясь практически неизменными при $h_l>1.2м$ (более трех размеров стороны штампа).

Авторы статьи [14] использовали для анализа одномерную модель основания в виде параллельных пружины и демпфера. Рассматривалась собственная частота колебаний системы. Сделан вывод, что с увеличением толщины слоя уменьшается жесткость фундаментной системы, что приводит к уменьшению резонансной частоты, при этом также увеличивается демпфирование в системе, что приводит к уменьшению амплитуды перемещений. Отмечается существенное влияние жесткой грани слоя на колебания системы.

В статье [14] приводится краткий обзор работ по динамике фундаментов, соответствующим методам расчета и теоретическим предпосылкам расчетов. Приведены известные формулы для определения амплитуд перемещений и частоты при действии эксцентрика и оценки демпфирования в слое от потерь в материале при колебаниях и за счет излучения волн.

Сравнение экспериментальных данных с расчетными

Сравним здесь результаты численного моделирования с экспериментальными данными. Для расчетов резонансных кривых приняты следующие параметры модели из работы [14]. Характеристики слоя: модуль сдвига $1.35·10^7Па$; коэффициент Пуассона $\nu=0.3$; плотность грунта $\rho_0=1734кг/м^3$; скорость поперечной волны $c_2=88.24м/с$; толщина задана значениями: $h_l=0.4м, 0.8м, 1.2м, 1.6м$ (относительная толщина $hl=h_l/a=2, 4, 6$ и 8 соответственно). Для параметра вязкости (по модели частотно-независимого внутреннего трения, использованной в [10]), принято значение $\gamma=0.05$.

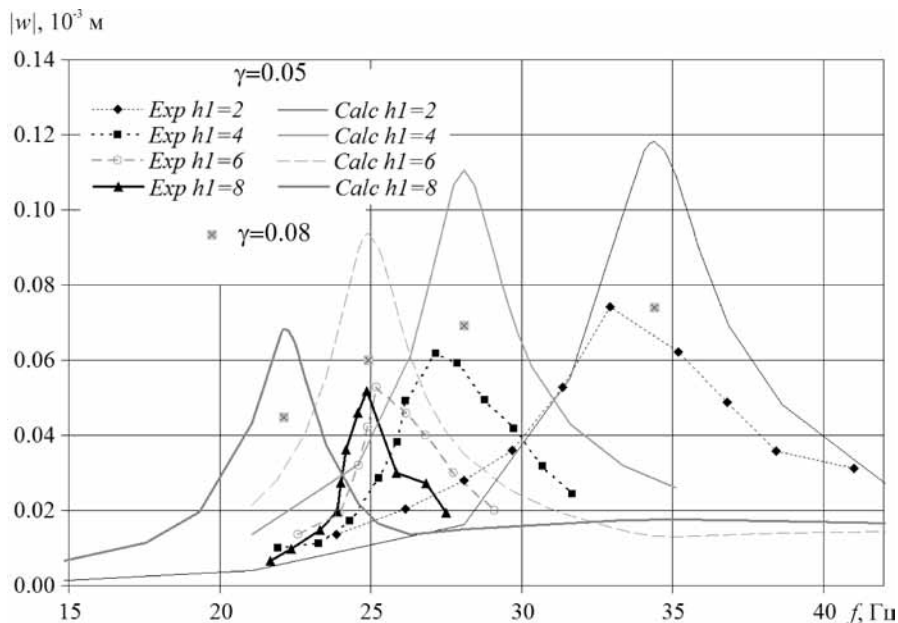


Рис. 3 Расчетная схема колебательной системы

Особенностью экспериментальной установки является большая относительная масса штампа [9, стр. 33] $m_l = \frac{M}{\pi a^3 \alpha \rho_0} = 5.96$, где M - масса штампа, кг; $\alpha=b/a=1$ - отношение сторон области контакта. Для массивных сооружений $m_l < 1.0$.

Результаты вычислений по модели слоя с неподвижной нижней гранью при использовании девяти членов ряда в разложениях для контактных напряжений (удержано по 3 члена ряда для координат x и y) показаны на рис. 3. Здесь экспериментальные результаты из [14] (см. рис. 2) обозначены как *Exp*, экспериментальные точки отмечены маркерами. Графики расчетных результатов при $\gamma=0.05$ показаны без маркеров и обозначены как *Calc*. Значения экспериментальных и вычисленных резонансных частот системы штамп-вязкоупругий слой представлены в таблице для заданных размеров высоты слоя.

При сравнении полученных резонансных частот с собственными частотами установившихся колебаний и частотами запираения для слоя с заземленной нижней гранью при $\nu=0,3$ [2, стр. 149-156] не выявлено дополнительного изменения амплитуд перемещений в рассматриваемом диапазоне частот.

В экспериментальной установке, как указано выше, размеры грунтового слоя в плане ограничены, объем грунта $2.0 м \times 2.0 м \times 1.6 м$ (при $hl=8$) ограничен отражающими волны жесткими стенками и дном. В расчетной модели такая толщина слоя соответствует полуограниченной области - вязкоупругому полупространству. Этим можно объяснить, что при $hl=8$ расчетная резонансная частота заметно отличается (в меньшую сторону) от установленной экспериментально. Для остальных значений h_l сравниваемые частоты практически совпадают.

Расчетная амплитуда перемеще-

Сравнение экспериментальных и расчетных резонансных частот

Высота слоя	$h_l, м$	0.4	0.8	1.2	1.6
	Безразмерная $h_l=h_l/a$	2	4	6	8
Частоты, Гц	Резонансная <i>Exp</i>	32.90	27.20	25.20	24.87
	Резонансная <i>Calc</i>	34.41	28.09	24.93	22.26

ний на резонансних частотах перевищує експериментальні значення. Зде́с ь сл ед ує т ь п р и н я т ь в о в н и м а н и я, ч т о з н а ч е н и я п а р а м е т р а з а т у х а н н я, о т в е л и ч и н и к о т о р о г о з а в и с и т в е л и ч и н а а м п л и т у д а п е р е м е щ е н и й, о с о б е н н о в б л и з и р е з о н а н с н о ї ч а с т о т и, з а д а н а п р и р а с ч е т е м і н і м а л ь н о ї $\gamma=0.05$. І с п о л ь з о в а н а з д е с ь м о д е л ь в ь я з к о с т и в л и я є т ь н а a м п л и т у д у п е р е м е щ e н и й і н e м e н я є т в e л и ч и н у r e z o n a n c h a c t o t u, y c t a n a v l i v a є m o ї n a o c n o в e p e ш e n н я д л я y п r y г o ї c р e д и. N a p и c. 3 м а р к e р а м и (x) п о к а з а н и м a x и м a л ь н и я з н a ч e n н я a m п л и т у d ы п e р e м e щ e n и й, в ы ч и с л e n н и я п р и $\gamma=0.08$, к o т o р и я y д o в л e т в o р и т ь л и c o o т в e т с т в у ю т ь e к c п e р и м e n т a л ь н ы м д a n н ы м п o a m п л и т y d e п e р e м e щ e n и й.

ВИБОВДЫ:

1. Для системы "прямоугольный штамп-вязкоупругое слоистое основание" разработаны методики расчета и программное обеспечение для определения параметров колебаний при заданных размерах, физических характеристиках модели и нагрузках.
2. Сравнение результатов расчетов (с использованием решения динамической контактной задачи для прямоугольного в плане массивного штампа на слоистом основании) зависимости амплитуды колебаний массивного вибратора на слое грунта (расчетных АЧХ) с опубликованными в статье [14] экспериментальными данными пока-

зывает удовлетворительное соответствие резонансных частот и зависимости амплитуд перемещений от частоты для слоя грунта различной толщины, что свидетельствует о возможности применения расчетной методики для решения геотехнических проблем.

3. Амплитуда колебаний при малой относительной толщине слоя ($h_1 < 6$) возрастает, что свидетельствует о возникновении при колебаниях в широком диапазоне частот неблагоприятных условий работы сооружения, находящегося на поверхности слоя грунта с жестким подстилающим основанием.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Александров Б. К. Экспериментальные исследования поглощения энергии при гармонических колебаниях фундаментов на грунтовом основании. Автореф. дис. канд. техн. наук. 05.23.07. Подземные сооружения, основания и фундаменты. Л.: ВНИИГ им. Б. Е. Веденеева, 1980. Д 144.03.01. – 21 с.
2. Бабешко В. А. Динамика неоднородных линейно-упругих сред / В. А. Бабешко, Е. В. Глушков, Ж. Ф. Зинченко // -М.: Наука, 1989. – 343 с.
3. Баркан Д. Д. Влияние присоединенной массы грунта и его нелинейных свойств на колебания фундамента / Д. Д. Баркан, В. М. Шаевич // Основания, фундаменты и механика грунтов. -1976. -5. -С. 10-14.
4. Забылин М. И. О применимости модели упругого полупространства к расчету колебаний фундаментов / М. И. Забылин, М. П. Тырышкин // Изв. вузов. Стр-во и архит. – 1989. -№ 3. -С. 38-42.
5. Савинов О. А. Современные конструкции фундаментов под машины и их расчет. -Л.: Стройиздат, 1979. – 200 с.
6. Савицкий О. А. Колебания фундаментов на слоистых вязкоупругих основаниях при динамических нагрузках / О. А. Савицкий, Т. С. Краснопольская, А. Н. Трофимчук // Будівельні конструкції: Міжвід. наук.-техн. зб. наук. праць (будівництво). Механіка ґрунтів, геотехніка, фундаментобудування. Вип. 71, Кн. 1. -К.: НДІБК, 2008. -С. 317-324.
7. Савицький О. А. Взаємодія в системі "прямокутний фундамент-шарувата основа" при динамічному впливі // Основи і фундаменти. -2002. -Вип. 27. -С. 104-112
8. Свинкин М. Р. Динамические испытания фундаментов на просадочных грунтах I типа / М. Р. Свинкин, А. Я. Жучкова // Основания, фундаменты и механика грунтов. -1974. -№ 4. -С. 19-21.
9. Сеймов В. М. Динамика и сейсмостойкость гидротехнических сооружений / В. М. Сеймов, Б. Н. Островерх, А. И. Ермоленко. -К.: Наук. думка, 1983. -318 с.
10. Сеймов В. М. Колебания и волны в слоистых средах / В. М. Сеймов, А. Н. Трофимчук, О. А. Савицкий. -К.: Наук. думка, 1990. – 224 с.
11. Таранов В. Г. Розрахунково-експериментальні методи визначення рівня коливань й оцінка вібростійкості основ фундаментів машин. Автореф. дис. докт. техн. наук. 05.23.02 – Підвалини та фундаменти. Дніпропетровськ, Придніпровська Державна Академія будівництва та архітектури, 1999. Д 08.085.01. – 33 с.
12. Таранов В. Г. Взаимодействие фундамента с основанием при крутильных колебаниях / В. Г. Таранов, Е. А. Шалимов // Світ геотехніки. – 2009. -1. – С. 9-13.
13. Трофимчук А. Н. Моделирование сейсмических колебаний системы плитный фундамент-грунт с использованием усложненных моделей грунтового основания / А. Н. Трофимчук, О. А. Савицкий // Будівельні конструкції: Міжвід. наук.-техн. зб. наук. праць (будівництво). Механіка ґрунтів, геотехніка, фундаментобудування. Вип. 64. – К.: НДІБК, 2006. -С. 262-267.
14. Baidya D. K. Dynamic Response of Footings Resting on a Sand Layer of Finite Thickness / D. K. Baidya, A. Rathi // J. of Geotech. and Geoenvironmental Eng. ASCE. -2004. -351. -P. 651-655.