

В.Г. Бакалов<sup>1</sup>, В.О. Кузьменко<sup>2</sup>, І.Ю. Яриш<sup>2</sup>, Д.В. Зройчиков<sup>2</sup><sup>1</sup> Національний університет “Чернігівський колегіум” ім. Т.Г. Шевченка, Чернігів<sup>2</sup> Державний науково-дослідний інститут випробувань і сертифікації озброєння та військової техніки, Черкаси

## КОМП'ЮТЕРНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ПРОЦЕСУ АРТИЛЕРІЙСЬКОГО ПОСТРІЛУ

В статті розглядається питання комп'ютерного дослідження математичної моделі процесу артилерійського пострілу. Артилерійський постріл із гармати – це складний термодинамічний і газодинамічний процес дуже швидкого перетворення хімічної енергії пороху спочатку на теплову, а потім на кінетичну енергію порохових газів, що приводять у рух снаряд, ствол і лафет. Відомо, що математична модель артилерійського пострілу складається в основному із рівняння горіння пороху, рівняння перетворення енергії, рівняння руху снаряду. З нашої точки зору чисельні методи вирішення вказаних рівнянь дозволяють дослідити як змінюються в часі основні параметри пострілу, а саме, швидкість горіння пороху, тиск порохових газів, швидкість руху снаряда. Змінюючи вхідні дані можна дослідити, як впливають на вказані параметри балістичні параметри пороху, його форма і щільність заряджання, маса снаряду, зусилля врізання пояска снаряда в нарізи ствола на динаміку поступового руху снаряду.

**Ключові слова:** внутрішня балістика, математична модель, горіння пороху, перетворення енергії, рух снаряду.

### Вступ

**Постановка проблеми.** Війна росії проти України засвідчила, що успіхи Збройних Сил України (ЗСУ) в значній мірі залежать від артилерійських підрозділів. Ефективність артилерійських підрозділів залежить від нормального функціонування артилерійської зброї. Надійна робота артилерійської зброї, її живучість в основному залежать від термодинамічного і газодинамічного процесів при артилерійському пострілі, тобто від внутрішньої балістики. Отримувати значення параметрів внутрішньої балістики експериментальними методами дуже складно. Тому математичне моделювання артилерійського пострілу, з нашої точки зору, є найбільш доцільним. Математична модель процесів артилерійського пострілу вирішується чисельними методами. Результати, які отримані при такому моделюванні можна співставити з відомими параметрами реального пострілу і скорегувати відповідну математичну модель. Така модель дозволить підвищити надійність і живучість артилерійської зброї.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Наш ворог (рф) приділяє значну увагу дослідженню артилерійського пострілу. Про це свідчить низка публікацій [5–14]. Значна частина з публікацій останнього часу є кандидатські і докторські дисертації [6; 8–9]. В нашій країні і за кордоном також є публікації присвячені вказаному напрямку [1–4]. Більшість публікацій і досліджень, присвячених математичному моделюванню процесів

горіння пороху і перетворення внутрішньої енергії, не враховують синергетичний ефект засобів запалювання. Засоби запалювання використовують види пороху, які мають високу швидкість горіння. Отже, на початковому етапі, засіб запалювання створює пороховий тиск, який значно підвищує початкову швидкість горіння основного заряду пороху.

**Метою статі** є комп'ютерне дослідження математичної моделі процесу артилерійського пострілу, яке базується на чисельному рішенні рівнянь горіння пороху, рівнянь перетворення енергії, рівнянь руху снаряду з врахуванням зусилля врізання пояска снаряду в канавки ствола на динаміку поступового руху снаряда.

### Виклад основного матеріалу

Явище пострілу характеризується короткочасністю, високим тиском та високою температурою. Тривалість явища снаряда зняряддя визначається десятими і навіть сотими долями секунди. У каналі ствола зброї розвивається тиск до 400 МПа і температура більш ніж 2000 °С. Враховуючи вищенаведене, постріл є складним процесом і при його вивченні розглядають три послідовних періоди [1–9]:

1) **попередній період** (деякі автори називають його піростатичним) – від початку займання заряду до початку руху снаряда;

2) **перший або основний період** (деякі автори називають його перший піродинамічний) – від моменту закінчення врізання пояска снаряда у

нарізи і початку руху до закінчення горіння пороху;

3) **другий, або термодинамічний період** – від моменту закінчення горіння пороху до моменту вильоту снаряду із ствола;

Слід відмітити, що процеси горіння пороху дуже складні. Вони залежать від багатьох факторів, а саме, від типу пороху, хімічного складу, його виду (геометрії), тиску. Тому процес горіння пороху описується рівняннями, які були отримані експериментально. Такі досліди проводились дуже давно і тому більшість констант, які використовуються в теперішній час, при розрахунках процесу горіння виражаються в старій системі одиниць МКГСС. Тому в розрахунках потрібно це враховувати при визначенні наприклад тиску в МПА.

При складанні математичної моделі артилерійського пострілу відомими параметрами вважаються:

1) **геометричні розміри ствола:**  $d$  – калібр гармати;  $L_{cm}$  – довжина ствола;  $s$  – площа поперечного перерізу каналу ствола (з нарізами),  $s=0.79\pi d^2$  – без нарізів,  $s=0.81\pi d^2$  – при глибині нарізів 1 % від калібру,  $s=0.83\pi d^2$  – при глибині нарізів 2 % від калібру;  $W_0$  – об'єм камори;

2) **умови заряджання:**  $q$  – вага снаряду;  $\Delta$  – щільність заряджання;  $p_{фор}$  – тиск форсування снаряду (тиск при якому снаряд починає рух по нарізам ствола); розміри нарізів;

3) **параметри заряду:**  $\omega$  – вага заряду;  $\delta$  – питома вага заряду;  $f$  – сила заряду;  $e_1$  – половина початкової товщини зводу порохового елемента, який горить;  $k, \lambda, \mu$  – коефіцієнти, які характеризують форму зерна заряду;  $u_1$  – швидкість горіння заряду;  $k_a$  – показник адіабати;  $I_k$  – кінцевий імпульс тиску газів за час згорання пороху  $I_k = e_1 / u_1$ ;

4) **параметри руху:**

Математична модель, яка описує процес артилерійського пострілу для кожного періоду складається із системи рівнянь [1–5; 7]:

1) **для попереднього періоду** це рівняння розрахунку відносної товщини згорілого заряду ( $z$ ), рівняння згорілої вагової частини заряду ( $\psi$ ), рівняння приведеної довжини вільного об'єму камори ( $l_\psi$ ), рівняння зміну тиску ( $p$ ):

$$\begin{cases} \frac{dz}{dt} = \frac{p}{I_k}; \\ \psi = k \cdot z(1 + \lambda \cdot z); \\ l_\psi = l_0 \cdot \left[ 1 - \frac{\Delta}{\delta} - \left( \alpha - \frac{1}{\delta} \right) \cdot \Delta \cdot \psi \right]; \\ p = f \cdot \omega \cdot \frac{\psi - \frac{\theta \cdot \varphi \cdot q \cdot v^2}{2 \cdot g \cdot f \cdot \omega}}{s(l_\psi + l)}; \\ p < p_{фор}; \\ \text{при } \dots v = 0; \dots \dots \dots l = 0, \end{cases} \quad (1)$$

де  $z$  – відносна товщина згорілого заряду ( $z = e/e_1$ );  $\psi$  – вагова частина заряду, яка згоріла;  $e$  – товщина згорілого шару пороху в одному напрямку;  $l_\psi$  – приведена довжина вільного об'єму камори;  $l_0$  – приведена довжина камори;  $\alpha$  – коволюм порохових газів;  $l$  – шлях, що проходить снаряд в каналі ствола;  $v$  – швидкість снаряду у каналі ствола;  $p$  – тиск порохових газів в каналі ствола;  $t$  – час з початку загорання заряду;  $\theta$  – параметр розширення порохових газів ( $\theta = k_a - 1$ );  $\varphi$  – коефіцієнт фіктивності;  $g$  – прискорення земного тяжіння.

В попередньому періоді снаряд не рухається і тому його швидкість  $v = 0$  і відповідно шлях, що проходить снаряд  $l = 0$ . Слід відмітити, що попередній період закінчується, коли тиск порохових газів в каналі ствола перевищить тиск форсування  $p_{фор}$ ;

2) **для першого або основного періоду** до системи рівнянь додаються диференціальні рівняння зміни швидкості снаряду ( $v$ ) і зміни шляху його проходження ( $l$ ):

$$\begin{cases} \frac{dz}{dt} = \frac{p}{I_k}; \\ \psi = k \cdot z(1 + \lambda \cdot z); \\ l_\psi = l_0 \cdot \left[ 1 - \frac{\Delta}{\delta} - \left( \alpha - \frac{1}{\delta} \right) \cdot \Delta \cdot \psi \right]; \\ p = f \cdot \omega \cdot \frac{\psi - \frac{\theta \cdot \varphi \cdot q \cdot v^2}{2 \cdot g \cdot f \cdot \omega}}{s(l_\psi + l)}; \\ \frac{\varphi \cdot q}{g} \frac{dv}{dt} = s \cdot p; \\ \frac{dl}{dt} = v; \\ \text{при } p > p_{фор} \quad \text{та} \quad z \leq 1, \quad \psi \leq 1. \end{cases} \quad (2)$$

Відповідно цей період закінчується коли весь заряд згорить, тобто відносна товщина згорілого заряду  $z = 1$  і вагова частина заряду, яка згоріла  $\psi = 1$ .

3) **для другого періоду**, коли весь порох згорів, то зникають рівняння горіння пороху і здійснюється перевірка виходу снаряду із ствола:

$$\begin{cases} l_\psi = l_0 \cdot \left[ 1 - \frac{\Delta}{\delta} - \left( \alpha - \frac{1}{\delta} \right) \cdot \Delta \cdot \psi \right]; \\ p = f \cdot \omega \cdot \frac{\psi - \frac{\theta \cdot \varphi \cdot q \cdot v^2}{2 \cdot g \cdot f \cdot \omega}}{s(l_\psi + l)}; \\ \frac{\varphi \cdot q}{g} \frac{dv}{dt} = s \cdot p; \\ \frac{dl}{dt} = v; \\ \text{при } l \leq L_{cm}; \\ \text{при } p > p_{фор} \quad \text{та} \quad z = 1, \quad \psi = 1. \end{cases} \quad (3)$$

Другий період закінчується, коли шлях, що проходить снаряд в каналі ствола стане більше, ніж довжина ствола  $l > L_{cm}$ .

Всі три системи рівнянь включають диференційні рівняння першого порядку. Для вирішення вказаних систем рівнянь використовуємо метод Рунге-Кутта, який є набагато точнішим за метод Ейлера, або модифікований метод Ейлера-Коши. За квант часу при рішенні вказаних рівнянь обрано квант часу  $\Delta t = 0,00001$  с.

При вирішенні вказаних систем рівнянь обрано такі вхідні дані: калібр  $d = 1,524$  дм; вага снаряду  $q = 43,56$  кг; довжина ствола  $L_{cm} = 5175$  мм; глибина нарізів 1,5 мм (глибина нарізів складає 1 % від калібру); об'єм камори  $W_0 = 18,82$  дм<sup>3</sup>; вага заряду  $\omega = 8,31$  кг; сила нітрогліцеринового холодного пороху  $f = 900000$  кгс/(дм·кгс); швидкість горіння пороху  $u_l = 70 \cdot 10^{-7}$  дм/с/(кгс/дм<sup>2</sup>); значення коефіцієнтів, які характеризують трубчасту форму зерна  $k = 1,007$ ,  $\lambda = -0,007$ ; половина початкової товщини зводу порохового елемента, який горить  $e_l = 0,014/2$ ; тиск форсування  $p_{фор} = 5000$  кгс/дм<sup>2</sup>.

Вказані параметри були базовими при проведенні розрахунків. Для того щоб дослідити як впливають окремі значення параметрів на процеси артилерійського пострілу, змінювались значення базового параметру в сторону збільшення або зменшення. Приведена математична модель не враховує дію запальника металю заряду. Порох, який використовується в запальниках, має високу швидкість горіння. Таким чином, його дію можна враховувати через зміну початкового значення тиску у каморі. Відомо, що це значення змінюється в діапазоні від 20 кгс/см<sup>2</sup> – до 50 кгс/см<sup>2</sup>. В розрахунках прийємо  $p_{нов} = 2000$  кгс/дм<sup>2</sup>.

Для знаходження рішення вказаних систем рівнянь розроблена програма на алгоритмічній мові C++. Результати розрахунків виводились у файл у вигляді масивів часу ( $t$ ), відносної товщини згорілого заряду ( $z$ ), вагової частини заряду, яка згоріла ( $\psi$ ), тиску порохових газів ( $p$ ), швидкості руху снаряду ( $v$ ), довжини проходження снаряду в стволі ( $l$ ). Отримані масиви копіювались в математичний пакет Mathcad, який дозволяє будувати графіки залежностей вказаних параметрів від часу.

Результати розрахунку тиску для базових значень параметрів представлені у вигляді графіку рис.1.

Як видно із графіка, тиск зростає до максимального значення, а потім знижується. Це викликано тим, що в максимальній точці тиску пороховий заряд весь згорів, а снаряд продовжує свій рух, тому тиск порохових газів падає.

Доцільно дослідити вплив запальника металю заряду на артилерійський постріл.

Відомо, що в запальниках використовують переважно димний порох, який має швидкість горіння в десятки разів більшу, чим швидкість горіння піроксилінових і нітрогліцеринових порохів. Таким чином, на початковому етапі пострілу запальник буде приводити до швидкого зростання тиску в камері, а відповідно до пришвидшення протікаючих процесів при артилерійському пострілі. На рис.2 представлені розрахунки тиску порохових газів і швидкості снаряду для базових значень із запальником і без нього.

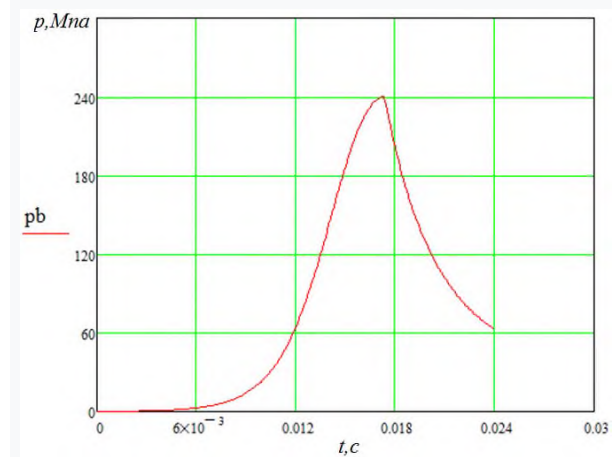
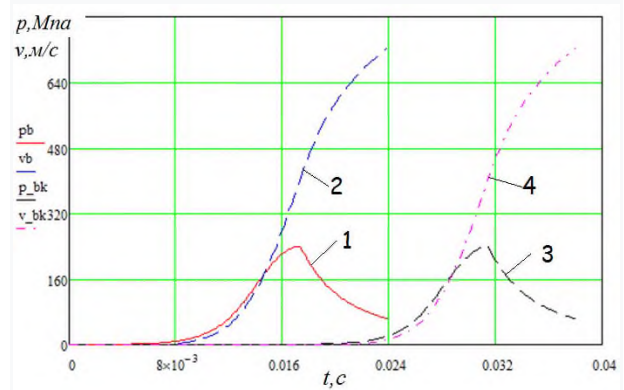


Рис.1. Залежність тиску порохових газів від часу для базових значень параметрів  
Джерело: розроблено авторами.



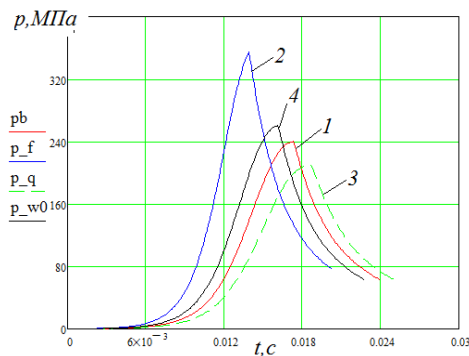
Базові параметри: 1 –  $p_b$  – тиск порохових газів;  
2 –  $v_b$  – швидкість снаряду.  
Без запальника: 3 –  $p_{bk}$  – тиск порохових газів;  
4 –  $v_{bk}$  – швидкість снаряду

Рис.2. Залежності тиску порохових газів і швидкості снаряду від часу

Джерело: розроблено авторами.

Як видно з рис.2 при врахуванні дії запальника металю заряду процес пострілу протікає значно швидше і зміщення в часі складає 7 мс. Максимальний тиск порохових газів настане на 12 мс скоріше. Слід відмітити, що максимальне значення тиску і швидкості снаряду при цьому практично не змінилися.

Розрахунки показали, що зміна порошу на нітрогліцериновий гарячий  $f = 1100000 \text{ кгс}/(\text{дм} \cdot \text{кгс})$ , зміна ваги заряду  $w = 7,89 \text{ кг}$ , зміна об'єму камори  $w_0 = 17,88 \text{ дм}^3$  значно впливають на максимальний тиск порохових газів. З даних, наведених на рис.3 видно, що зміна порошу на нітрогліцериновий гарячий підвищила максимальний тиск більш ніж на 47 % і процес став протікати швидше на 3,4 мс. Зменшення камори на 5 % збільшило максимальний тиск на 8 % і процес артилерійського пострілу став протікати швидше на 1,2 мс. Зменшення ваги заряду на 5 % призвело до зменшення максимального тиску на 12,5 % і процес пострілу став протікати повільніше на 1,3 мс.



- 1(p<sub>b</sub>) – базові параметри; 2 (p<sub>f</sub>) – порох нітрогліцериновий гарячий;  
3 (p<sub>q</sub>) – зменшений заряд (на 5 %);  
4(p<sub>w0</sub>) – зменшена камора (на 5 %)

Рис.3. Залежності тиску порохових газів від часу

Джерело: розроблено авторами.

## Висновки

Таким чином, запропонована математична модель процесу артилерійського пострілу враховує всі чинники, які впливають на протікаючі в стволі процеси. Математична модель артилерійського пострілу складається в основному із рівняння горіння порошу, рівняння перетворення енергії, рівняння руху снаряду та початкових і граничних умов. Рішення наведених систем рівнянь проводилось чисельними методами, а диференційні рівняння вирішувались методом Рунге-Кутта. Отримані значення максимальних тисків порохових газів і їх співставлення з експериментальними показало, що похибка не перевищує 3 %.

Це підтверджує адекватність математичної моделі артилерійського пострілу. Таким чином, запропонована математична модель артилерійського пострілу і метод її вирішення може бути використана для дослідження впливу різних параметрів (параметри порошу, конструктивні параметри гармати, маса снаряду та інші) на процеси, які протікають при пострілі. Вказана модель може слугувати робочим апаратом при подальшому проектуванні та вогнево-бойовій експлуатації для зменшення полігонних випробувань матеріальної частини артилерії і боєприпасів, коли потрібно визначити комбінацію максимального тиску і швидкості снаряду для різних марок порошу.

## Список літератури

1. Онда В. І. Внутрішня балістика. Суми: СДУ, 2018. 134 с.
2. Клименко Л. П., Дыхта Л. М., Андреев В. И. Компьютерное исследование основных задач внутренней баллистики артиллерийских стволов. Николаев: ЧНУ им. Петра Могилы. Вып. 295. Том 307. 2017. 124–131 с.
3. Ramón A. Otón-Martínez and oth. Three-Dimensional Numerical Modeling of Internal Ballistics for Solid Propellant Combinations. *Mathematics*. 2021. Vol. 9(21). <https://doi.org/10.3390/math9212714>.
4. Jia-gang Wang, Yong-gang Yu, Liang-liang Zhou, Rui Ye. Numerical simulation and optimized design of cased telescoped ammunition interior ballistic. *Journal Defence Technology*. 2018. Vol. 14(2). 119–125.
5. Русяк И. Г., Тенев В. А. Моделирование баллистики артиллерийского выстрела с учетом пространственного распределения параметров и противодавления. Компьютерные исследования и моделирование. 2020. Т.12. № 5. С. 1123–1147.
6. Сидоров М. И. Повышение живучести артиллерийских систем на основе моделирования и управления трибохимическими процессами изнашивания: дисс. на соиск. учен. степ. доктора техн. наук: 05.02.04. м., 2018. 490 с.
7. Балаганский И. А. Основы баллистики и аэродинамики. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2017. 200 с.
8. Суфиянов В. Г. Решение задачи комплексного моделирования артиллерийского выстрела с применением визуальных технологий для проектирования и отработки артиллерийских систем: дисс. на соиск. учен. степ. доктора техн. наук: 05.13.01. ижевск, 2017. 302 с.
9. Парфенов А. Ю. Численное моделирование динамики внутрикамерных процессов при срабатывании артиллерийского орудия. Дисс. на соиск. учен. степ. канд. техн. наук: 05.13.18. пермь, 2014. 148 с.
10. Слущкий В. Е., Зайцев А. А. Учет в баллистической подготовке артиллерийского комплекса деформаций ведущего пояса снаряда при выстреле. *Труды Нижегородского гос. техн. универ.* 2014. № 5(107).
11. Шепетило С. В., Могильников Н. В. Математическое моделирование минометного выстрела. *Известия ТулГУ. Технические науки*, 2012. Вып. 11. Ч. 1. 3–6 с.
12. Вооружение России. Т.2. Вооружение России на рубеже веков. м.: Изд. д. “Оружие и технологии”, 2011. 612 с.
13. Могильников Н. В., Горбунов В. В., Левицкий Л. Ф. Движение снаряда в стволе и на траектории. тула: ТулГУ, 2007. 144 с.
14. Чанкаев С. К., Яковлев В. Я. Динамика движения снаряда при низких давлениях в стволе. РАН. *Прикладная механика и техническая физика*, 2007. Т.48. № 6. 44–49 с.

**Відомості про авторів:****Бакалов Валерій Григорович**

кандидат технічних наук доцент  
Національний університет “Чернігівський  
колегіум” імені Т.Г. Шевченка,  
Чернігів, Україна  
<https://orcid.org/0000-0002-8602-7778>

**Кузьменко Віктор Олександрович**

начальник науково-дослідного відділу  
Державного науково-дослідного інституту  
випробувань і сертифікації  
озброєння та військової техніки,  
Черкаси, Україна  
<https://orcid.org/0000-0001-8008-4299>

**Яриш Ігор Юрійович**

старший науковий співробітник –  
старший інженер-випробувач  
Державного науково-дослідного інституту  
випробувань і сертифікації  
озброєння та військової техніки,  
Черкаси, Україна  
<https://orcid.org/0000-0002-0212-0466>

**Зройчиков Дмитро Валерійович**

старший науковий співробітник –  
старший інженер-випробувач  
Державного науково-дослідного інституту  
випробувань і сертифікації  
озброєння та військової техніки,  
Черкаси, Україна  
<https://orcid.org/0000-0002-8638-699X>

**Information about the authors:****Valery Bakalov**

PhD in Engineering Associate Professor  
Chernihiv Collegium National University  
named after T.G. Shevchenko,  
Chernihiv, Ukraine  
<https://orcid.org/0000-0002-8602-7778>

**Viktor Kuzmenko**

Head of Scientific Research Department  
of State Scientific Research Institute  
of Armament and Military Equipment  
Testing and Certification,  
Cherkasy, Ukraine  
<https://orcid.org/0000-0001-8008-4299>

**Igor Yarysh**

Senior Researcher –  
Senior Test Engineer  
of State Scientific Research Institute  
of Armament and Military Equipment  
Testing and Certification,  
Cherkasy, Ukraine  
<https://orcid.org/0000-0002-0212-0466>

**Dmytro Zroichykov**

Senior Researcher –  
Senior Test Engineer  
of State Scientific Research Institute  
of Armament and Military Equipment  
Testing and Certification,  
Cherkasy, Ukraine  
<https://orcid.org/0000-0002-8638-699X>

## COMPUTER STUDY OF THE MATHEMATICAL MODEL OF THE ARTILLERY SHOT PROCESS

V. Bakalov, V. Kuzmenko, I. Yarysh, D. Zroichykov

*The article deals with the issue of computer research of the mathematical model of the artillery fire process. Russia's war against Ukraine showed that the success of the Armed Forces of Ukraine (AFU) largely depends on artillery units. The effectiveness of the actions of the artillery units depends on the normal functioning of artillery weapons.*

*The phenomenon of the shot is characterized by short duration, high pressure and high temperature. The duration of the shot phenomenon is determined by tenths and even hundredths of a second. A pressure of up to 400 MPa and a temperature of more than 2000 C develop in the bore of the weapon.*

*It should be noted that the processes of gunpowder combustion are very complex. They depend on the manufactures, namely, on the type of gunpowder, chemical composition, its type (geometry) and pressure. So, the process of gunpowder combustion is described by equations that were obtained experimentally. Such experiments were carried out a long time ago, so most of the constants currently used in the calculation of the combustion process are expressed in the old ICGSS system of units. Therefore, it should be taken into account in the calculations when determining, for example, the pressure in MPa.*

*The mathematical model of the artillery shot process takes into account all the factors that affect the processes occurring in the barrel. The mathematical model of an artillery shot consists mainly of the gunpowder combustion equation, the energy conversion equation, the projectile motion equation, the initial and boundary conditions. The numerical solution of the given systems of equations was carried out by numerical methods and the differential equations were solved by the Runge-Kutta method. The obtained values of the maximum pressures of powder gases and their comparison with the experimental ones showed that the error does not exceed 3 % which confirms the adequacy of the mathematical model of the artillery shot. Thus, the proposed mathematical model of an artillery shot and the method of its solution can be used to study the influence of various parameters (gunpowder parameters, design parameter of the guns, mass of the projectile and others) on the processes occurring during a shot.*

**Keywords:** *internal ballistics, mathematical model, gunpowder combustion, energy conversion, projectile motion.*