УДК 004.725.5 **Гайворонская Г.С., Домаскин О.М.**

ОЦЕНКА ВОЗМОЖНОСТИ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ЕМКОСТИ ВНОВЬ СОЗДАВАЕМОЙ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ

Показано, что в современных условиях развития телекоммуникаций невозможно получить достоверный прогноз емкости телекоммуникационной сети, если на территории, которую будет обслуживать эта сеть до этого не существовало телекоммуникационной инфраструктуры. Сформулированы условия при которых емкость такой сети может быть описана с помощью логистической кривой

Ключевые слова: телекоммуникационная сеть, емкость, требования к сети, развитие телекоммуникационной сети.

Введение. На этапе проектирования телекоммуникационной сети (ТС) важно иметь представление о будущем развитии нагрузки этой сети, определяемой количеством пользователей этой сети и создаваемой ими удельной нагрузкой каждого пользователя. Однако в наше время не только возникающая нагрузка, но и количество пользователей ТС является прогнозируемой величиной, методы оценки которой пока не получили достаточного развития. Процессы развития ТС, подлежащие статистическому прогнозированию, носят случайный характер [1]. Учитывая динамику развития ТС, при проектировании требуется решение задач синтеза сети для заданного промежутка времени [2]. В этом случае задача синтеза включает в себя выбор варианта будущей сети, удовлетворяющего прогнозируемым к этому времени требованиям с заданной эффективностью. При этом исследуется процесс развития сети во времени с учетом ее исходного состояния, что позволит обеспечить оптимальный переход от существующей сети к сети в конце исследуемого периода через некоторые фиксированные промежуточные состояния. Структурная сложность сети и ее отдельных частей, большое количество и разнообразие исходных данных, необходимость их прогнозирования и другие факторы обуславливают теоретическую сложность решения таких задач [3].

В [3] сформулирована общая проблема синтеза развивающихся ТС, а в [4, 5] предложены некоторые подходы к ее решению. Для определения закономерностей, описывающих процессы развития телекоммуникационных сетей, в зависимости от конкретных условий используются различные математические модели [1]. Некоторые подобные модели исследованы в работах [6-9], где анализируется возможность использования различных математических функция для описания процессов изменения емкости ТС, и указаны условия, при которых целесообразно использование той или иной функции.

Постановка задачи. В работе [9] авторами данной статьи предложена модель развития ТС, основанная на математических методах, описывающих распространение эпидемии. При этом показано, что если процесс развития ТС трактовать как процесс чистого размножения, то для временной зависимости вероятности подключения конкретного числа пользователей к сети в конкретный момент времени получим достаточно громоздкие и неудобные для вычислений выражения. Поэтому в результате дальнейших исследований [10] предложены простые асимптотические выражения для вероятностей состояний сети, с точки зрения количества ее пользователей и моментов распределения функции, описывающей количество пользователей сети в конкретный момент времени.

В настоящей работе представлены результаты исследований, выполненных при условии достаточно больших значений числа всех потенциальных пользователей ТС на рассматриваемой территории. При этом для описания процесса подключения пользователей при прогнозировании развития телекоммуникационной сети применена логистическая функция. Эта функция, как показано в [6] удобна для описания разнообразных процессов, происходящих в ТС, и обеспечивает более высокую достоверность прогноза, чем аппроксимирующие функции, что позволяет применить логистическую модель для прогнозирования развития телекоммуникационных сетей.

Основная часть. Через N обозначено число всех потенциальных пользователей ТС на рассматриваемой территории, а через $m(t)$ – число пользователей, подключенных к ТС к моменту t. Нас интересует вероятность $P_n(t)$ того, что $m(t)$ равно n

$$P_n(t) = P(m(t) = n), \quad n = 1, \dots, N. \tag{1}$$

Предположим, что желание потенциальных пользователей подключится к ТС пропорционально количеству пользователей, уже подключенных к сети. То есть, если к моменту t существует ровно n пользователей, то вероятность для каждого потенциального пользователя подключиться к сети в течение промежутка времени h равна

$$\lambda \frac{n}{N} h + 0(h).$$

Предположим также, что потенциальные пользователи не зависят друг от друга в отношении подключения к ТС. Эти предположения дают

$$P_n(t+h) = P_n(t)\left(1 - \lambda \frac{n}{N} h\right)^{N-n} +$$
$$+ P_{n-1}(t)(N-n+1)\,\lambda \frac{n-1}{N} h \left(1 - \lambda \frac{n-1}{N} h\right)^{N-n+1} + 0(h) \tag{2}$$

или

$$P_n(t+h) = P_n(t)\left(1 - \lambda \frac{n}{N}(N-n)h\right) + P_{n-1}(t)\lambda\,(N-n+1)\,\frac{n-1}{N} h + 0(h)$$

Обозначая $P_n'(t) = \dfrac{d P_n(t)}{dt}$, получаем

$$P'_n(t) = P_n(t)\left(-\lambda \frac{n}{N}(N-n)h\right) + P_{n-1}(t)\lambda\,\frac{n-1}{N}\,(N-n+1),$$
$$n = 1, \dots, N;\ P_0(t) = 0. \tag{3}$$

Примем, что в момент $t = 0$ к сети подключен только один пользователь, т. е.

$$P_n(t)\big|_{t=0} = \begin{cases} 1, & n = 1; \\ 0, & n = 2, \dots, N. \end{cases} \tag{4}$$

В предыдущих исследованиях в качестве случайной величины рассматривается не $m(t)$, а момент τ_n подключения к сети n-го пользователя (n = 2, ..., N), что позволило прийти к простым асимптотическим выражениям. Между распределениями $m(t)$ и τ_n существует простая связь, значение $m(t)$ не превосходит n тогда и только тогда, когда (n+1)-й пользователь в момент t еще не подключен к сети, т. е. когда $\tau_{n+1} > t$. Где $P_n(t)$ - вероятность того, что $m(t)$ равно n.

Положим $n \mid N = \alpha$, и допустим, что

$$\delta < \alpha < 1 - \delta \tag{5}$$

при фиксированном значении $\delta\ (0 < \delta < 1)$.

Для больших N вместо (5) можно записать

$$t = \frac{1}{\lambda}\left(\ln \frac{\alpha}{1-\alpha} + \ln N + C\right). \tag{6}$$

Решая это уравнение относительно α, получим α как функцию от времени t:

$$\alpha = \frac{1}{1 + N e^{-(\lambda t - C)}} = \frac{1}{1 + e^{-(\lambda t - \ln N - C)}}. \tag{7}$$

При этом α можно выразить через функцию $th\ x$, поскольку по определению th

$$x=\frac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1} \tag{8}$$

и, следовательно, $\frac{1}{1+e^{-2ч}}=\frac{1}{2}(1+\text{thx})$, так что $\alpha=\frac{1}{2}\left(1+th\left(\frac{\lambda t-\ln N-C}{2}\right)\right)$.

Заменяя для краткости $\frac{\lambda}{2}=\omega$, $\frac{\ln N+C}{2}=\rho$, получаем $\alpha=\frac{1}{2}\left(1+th(\omega\, t-\rho)\right)$.

График функции роста (4) называют логистической кривой. Эта функция представлена на рис. 1.

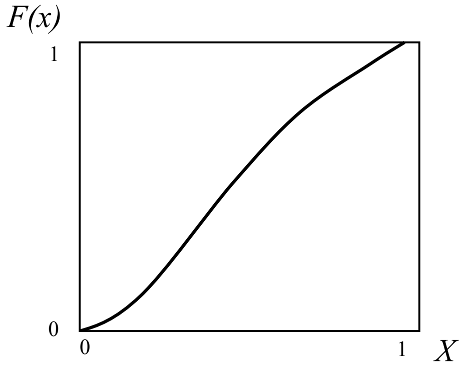

Рис. 1. Функция распределения $F(x)=1-e\exp\left\{-\frac{x}{1-x}e^{-c}\right\}$, c=0,5772

Величина $\omega=\lambda/2$ определяет интенсивность роста емкости ТС в момент «полунасыщения» $(\alpha=1/2)$ как среднее число вновь подключенных пользователей в единицу времени, деленное на количество уже существующих пользователей, если 50% потенциальных пользователей ТС уже подключены к сети. Величина $\frac{\rho}{\omega}=\frac{\ln N+C}{\lambda}$ является моментом полунасыщения.

Найдем функцию распределения величины τ_n. Исследования показали, что она существенно зависит от очень больших промежутков времени $\alpha_2, \alpha_3 \ldots$.

Для больших N получаем, что $\lambda\tau_n-\ln N-\ln\frac{\alpha}{1-\alpha}$ имеет показательное двойное распределение, т. е.

$$P\left(\lambda\tau_n-\ln N-\ln\frac{\alpha}{1-\alpha}\leq x\right)=e^{-e^{-x}}. \tag{9}$$

Как следует из предыдущего, функция распределения $e^{-e^{-x}}$ имеет математическое ожидание C и дисперсию $\pi^2/6$.

Теперь из (9) и соотношения $P(m(t)\leq n)=P(\tau_{n+1}>t)=1-P(\tau_{n+1}\leq t)$., легко получить распределение числа *m(t)* пользователей, подключенных к сети к моменту *t*:

$$P\left(\frac{m(t)}{N}\leq x\right)=1-\exp\left(-\frac{x}{1-x}e^{-(\lambda t-\ln N)}\right). \tag{10}$$

Если рассмотреть момент времени *t,* при котором наступает полунасыщение сети, то $\lambda t-\ln N=C$, и для этого момента получаем

$$F(x) = P\left\{ \frac{m}{N} \le x \right\} = 1 - e^{-\frac{x}{1-x} e^{-C}} . \quad (11)$$

В таком случае, как показали исследования, с вероятностью 0,9 величина *m/N* попадает в широкую область между 0,0852 [с *F* (0,0852) = 0,05] и 0,842 [с *F* (0,842) = 0,95].

Заключение. Следовательно, даже при известных параметрах λ и *N,* очевидно, нельзя получить достоверной информации о числе пользователей, подключенных к сети к моменту *t,* ибо этому препятствует слишком большая дисперсия величины m/N. Причина в том, что в качестве начального момента времени мы выбрали момент, когда существует лишь один пользователь, включенный в сеть. Но, исходя из этого состояния, даже при точно известных параметрах модели, получаются только шаткие гипотезы. Другими словами: на территории, где еще ни один потенциальный пользователь не подключен к создаваемой телекоммуникационной сети, невозможно сделать достаточно точные прогнозы о будущем развитии этой сети.

Если же *N* достаточно велико, то из этих результатов следует, что статистические колебания емкости ТС могут быть небольшими. То есть, если развитие сети уже вышло из начальной стадии, то в такой ситуации уже может быть использована логистическая кривая.

ЛИТЕРАТУРА

1. Теория сетей связи / Под ред. В. Н. Рогинского. – М.: Радио и связь, 1981. – 192 с.
2. Гайворонская Г.С. Проблема синтеза развивающихся информационных сетей / Г.С. Гайворонская // Вісник ДУИКТ. – №3. – 2005. – С.14-21
3. Гайворонская Г.С. Исследование задачи эволюции телекоммуникационных сетей в пространственно-временной системе. Інформатика та математичні методи в моделюванні. – Одеса. – ОНПУ, Т.1. - №1. – 2011. – С.17-24
4. Gayvoronska G.S. Formalization of telecommunication networks' evolution's model / G.S. Gayvoronska // Applicable Information Models. – Sofia: ITHEA, 2011. – № 22. – P. 155-169.
5. Freidenfelds J. "Cable sizing with stochastic demand." In Proc. Sixth Annual Pittsburg Conf. Modeling and Simulation, Apr. 1975.;
6. Гайворонская Г. С. Исследование модели требований на развитие информационной сети / Г.С. Гайворонская, Д.А. Сомсиков//Холодильна техніка і технологія.– 2006.– №3 (101). – С. 99-104
7. Gayvoronska G. Analysis of mathematical models describing the requirements for network development / Galyna Gayvoronska, Oleg Domaskin // Natural Information Technologies. – Madrid: ITHEA, 2012. – P. 52-58.
8. Galyna Gayvoronska Formalization of Variation Process of Information Networks' Users' Quantity / Galyna Gayvoronska, Oleg Damaskin // "Modern problems of radio engineering, telecommunications and computer science". Proceedings of the XIth International Conference TCSET'2012. – 2012. – Lviv: Publishing House of Lviv Polytechnic. – P.338-339.
9. Гайворонская Г.С. Один из подходов к созданию математической модели развития телекоммуникационной сети / Г.С. Гайворонская, О.М. Домаскин // Збірник материалов VI МНТК «Проблеми телекомунікацій». – Київ. – НТУУ «КПІ». – 2013.
10. Гайворонская Г.С., Домаскин О.М. Метод описания изменения количества пользователей телекоммуникационной сети // Applicable Information Models. – Sofia: ITHEA, 2013 (в печати)

Надійшла: 12.04.2013 р.

Рецензент: д.т.н., проф. Толюпа С.В.