

**ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНИЙ АПАРАТ РУХУ НАСІННЯ В ПОВІТРЯНОМУ ПОТОЦІ**

Алієв Ельчин Бахтияр огли к.т.н., завідувач відділу

Інститут олійних культур Національної академії аграрних наук України

Яропуд Віталій Миколайович к.т.н., асистент

Вінницький національний аграрний університет

Aliiev E.

Institute of Oilseed Crops NAAS

Yaropud V.

Vinnitsia National Agrarian University

Анотація: розділення насіння за щільністю зводиться до попереднього його калібрування за геометричними розмірами. Очевидно, що при однаковій щільності насіння меншої маси під впливом повітряного потоку летить далі, а насіння більшої маси – ближче. Крім того, в залежності від орієнтації насінини до вектору швидкості повітряного потоку з'являється діапазон парусності, що призводить до випадкової траєкторії руху насінини. Окрім вище зазначеного, потік повітря повинен мати рівномірну структуру, як за параметрами турбулентності (масштаб і інтенсивність), так і по епюрі швидкості. Розуміючи всі складнощі поставленого завдання необхідно дослідити процесу переміщення насінневого матеріалу олійних культур під дією повітряного потоку.

В результаті теоретичних досліджень складено систему диференціальних рівняння руху насіння олійних культур в повітряному потоці, що дає змогу визначити місце їх падіння в залежності від їх фізико-механічних і реологічних властивостей. Представлена система диференціальних рівняння буде покладено в основу фізико-математичного апарату чисельного моделювання зазначеного процесу.

Ключові слова: фізико-математичний апарат, насіння, потік, повітря, переміщення, аеродинаміка.

Вступ

Завдання розділення насіння за щільністю (питомій вазі, фактурі) зводиться до попереднього його калібрування за геометричними розмірами. В іншому випадку з'являється дві змінні: парусність і щільність. Очевидно, що при однаковій щільності насіння меншої маси під впливом повітряного потоку летить далі, а насіння більшої маси – ближче. Крім того, в залежності від орієнтації насінини до вектору швидкості повітряного потоку з'являється діапазон парусності, що призводить до випадкової траєкторії руху насінини. Звичайно, при тривалому впливі повітряного потоку насіння займе найбільш аеродинамічне положення при якому спостерігається найменший опір.

Окрім вище зазначеного, потік повітря повинен мати рівномірну структуру, як за параметрами турбулентності (масштаб і інтенсивність), так і по епюрі швидкості.

Розуміючи всі складнощі поставленого завдання необхідно дослідити процесу переміщення насінневого матеріалу олійних культур під дією повітряного потоку.

Аналіз досліджень і публікацій

Як показав аналіз літературних джерел та фахових наукових публікацій [1-3], дослідженню процесу переміщення насінневого матеріалу під дією повітряного потоку присвячено багато теорій та методик розрахунку координатних положень насіння. В основу цих досліджень покладено фізико-математичний апарат переміщення матеріальної точки під дією різноманітних сил, що не враховує взаємодію насіння між собою, які мають випадкове початкове положення. Задача взаємодію потоку насіння з повітряним потоком відноситься до класичної задачі газодинаміки двофазних потоків.

Мета і задачі дослідження

Для дослідження процесу переміщення насінневого матеріалу олійних культур під дією повітряного потоку необхідно визначити математичний апарат, який дозволить отримати траєкторії, діаграми сил і величини ковзання при русі насіння в потоці повітря з градієнтом швидкості.

Результати дослідження

Для початку запишемо диференціальне рівняння руху однієї насінини в заданій області швидкостей потоку повітря [4]:



$$\Omega_p \cdot \rho_p \frac{d \bar{V}_p}{dt} = \bar{F}, \quad \frac{d \bar{S}_p}{dt} = \bar{V}_p, \quad \frac{d_p}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \bar{V}_p \cdot \nabla, \quad (1)$$

де Ω_p – об'єм насінини, м³; ρ_p – густина насінини, кг/м³; \bar{V}_p – вектор швидкості руху насінини, м/с; \bar{S}_p – вектор переміщення насінини, м; \bar{F} – вектор результуючої сили, що діє на насінину, Н.

Сили, що діють на насінину при її русі в турбулентному потоці повітря, на підставі причин, що викликають їх появу, можна розділити на наступні групи:

1. Сили, що виникають від дії зовнішніх силових полів (сила ваги) [5]:

$$\bar{F}_g = \Omega_p \rho_p \bar{g}, \quad (2)$$

де \bar{F}_g – вектор сили тяжіння, Н.

2. Сили, що виникають від нерівномірного розподілу тиску по поверхні насінини при русі її в повітряному потоці.

- 2.1. Сила Архімеда [5]:

$$\bar{F}_A = \Omega_p \rho_a \bar{g}, \quad (3)$$

де \bar{F}_A – вектор сила Архімеда, Н; ρ_a – густина повітря, кг/м³.

- 2.2. Сила, що зумовлена зміною тиску в напрямку руху несучого потоку за рахунок його прискорення [4]:

$$\bar{F}_{ac} = \Omega_p \rho_a \frac{d \bar{V}_a}{dt}, \quad \frac{d_a}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \bar{V}_a \cdot \nabla, \quad (4)$$

де \bar{F}_{ac} – сила, що зумовлена зміною тиску в напрямку руху несучого потоку, Н; \bar{V}_a – вектор швидкості руху повітря, м/с.

- 2.3. Гідродинамічна сила Магнуса виникає в результаті нерівномірного обтікання насінини потоком, що набігає. Різниця в швидкостях потоку в різних точках периметра насінини, що обтікає, призводить до появи перепаду статичного тиску. Причиною нерівномірного обтікання насінини може бути або її обертання в потоці, або перебування частинки в зонах, де швидкість потоку має поперечний градієнт. Величина сили Магнуса пропорційна відносній поступальній швидкості насінини і її абсолютній кутовій швидкості, тобто [6]:

$$\bar{F}_{Mag} = 0,5 \pi D_p^2 \rho_a V_a^2 C_M \frac{\bar{\omega} \times \bar{V}_a}{|\bar{\omega} \times \bar{V}_a|} \quad (5)$$

де \bar{F}_{Mag} – сила Магнуса, Н; C_M – емпіричний коефіцієнт Магнуса; D_p – ефективний діаметр насінини, м; $\bar{\omega}$ – вектор кутової швидкості обертання, с⁻¹.

3. Сила в'язкого опору, що виникає при русі насінини з деякою відносною швидкістю в повітряному потоці [7]:

$$\bar{F}_D = 0,5 \pi D_p^2 \rho_a f_M(\text{Re}) (\bar{V}_a - \bar{V}_p) |\bar{V}_a - \bar{V}_p|, \quad (6)$$

де \bar{F}_D – сила в'язкого опору, Н; $f_M(\text{Re})$ – коефіцієнт в'язкого опору.

До цієї групи сил можна також віднести силу Бассе, яка об'єднує в'язкісний і інерційний вплив потоку на насінину в умовах нестационарного руху.

4. Інерційні сили, що виникають в результаті нестационарного руху насінини в середовищі:

- 4.1. Сила, еквівалентна впливу приєднаної маси представляється як

$$\bar{F}_m = 0,5 \Omega_p \rho_a \frac{d}{dt} (\bar{V}_a - \bar{V}_p), \quad (7)$$

і виражає собою зростаючу інерційність насінини при нестационарному її русі [7]. Помірне збільшення маси насінини походить від інерційності елементів середовища, яким насінини при своєму русі повинна повідомити додаткове прискорення. Цей додатковий рух середовища еквівалентно руху деякої фіктивної маси (приєднаної маси), яка рухається з тією ж відносною швидкістю, що і насінини.

- 4.2. Сила Бассе [8]:

$$\bar{F}_B = \frac{6 \pi \mu D_p^2}{\sqrt{\pi v}} \int_{\tau}^d \frac{d}{d\tau} (\bar{V}_a - \bar{V}_p) \frac{d\tau}{\sqrt{t - \tau}}, \quad (8)$$



де \overline{F}_B – сила Бассе, Н; v – кінематична в'язкість, m^2/c ; τ – час, с.

Сила Бассе враховує додатковий опір руху насінини з боку потоку, викликаного конфігурацією відносною швидкості насінини. Сила Бассе проявляється як миттєве збільшення опору руху насінини за рахунок зростання її інерційності.

5. Сили, що виникають при зміні маси частинки (сила Мещерського) [9]:

$$\overline{F}_M = \overline{V}_p \frac{dm_p}{dt}, \quad (9)$$

де \overline{F}_M – сила Мещерського, Н; m_p – маса насінини, кг.

6. Якщо розглядати переміщення насінини за час, що перевищує часовий масштаб турбулентних пульсацій, то шлях, пройдений насінинною тільки за рахунок дифузійного дрейфу, можна представити як відстань, на яку перемістилася насінинна під дією деякої залежної від координати сили [10]:

$$\overline{F}_{Dif} = \beta_p \overline{V}_p, \quad (10)$$

де \overline{F}_{Dif} – сила дифузійного дрейфу, Н; β_p – рухливість насінини, кг.

7. Сумарна сила контактної взаємодії насінин між собою і стінкою забірної камери, яка базується на пружино-демпферній контактній моделі Герца-Міндліна [11, 12]:

$$\overline{F}_{contact} = \overline{F}_n + \overline{F}_t, \quad (11)$$

де $\overline{F}_{contact} = \overline{F}_n + \overline{F}_t$ – сила взаємодії між насінинами і границею, Н; $\overline{F}_n = -K_n \overline{d}_n - N_n \overline{V}_n$ – нормальна складова сили, Н; $\overline{F}_t = |K_n \overline{d}_n| C_{fs} \overline{d}_t / |\overline{d}_t|$ – тангенціальна складова сили, Н; $K_n = 4E_{eq} \sqrt{d_n R_{eq}} / 3$ – нормальний коефіцієнт жорсткості пружної складової, Н/м; $N_n = \sqrt{(5K_n M_{eq})} N_{n \text{ damp}}$ – нормальний коефіцієнт згасання демпферної складової, Н/м; $K_t = 8G_{eq} \sqrt{d_t R_{eq}}$ – тангенціальний коефіцієнт жорсткості пружної складової, Н/м; $N_t = \sqrt{(5K_t M_{eq})} N_{t \text{ damp}}$ – тангенціальний коефіцієнт згасання демпферної складової, Н/м; $N_{damp} = -\ln(C_{n \text{ rest}}) / \sqrt{\pi^2 + \ln(C_{n \text{ rest}})^2}$ – коефіцієнт загасання; $R_{eq} = D_A D_B / (2D_B + 2D_A)$ – еквівалентний радіус двох насінин А і В, м; $M_{eq} = M_A M_B / (M_B + M_A)$ – еквівалентна маса двох насінин А і В, кг; $E_{eq} = E_A E_B / ((1 - v_A^2) E_B + (1 - v_B^2) E_A)$ – еквівалентний модуль Юнга двох насінин А і В, Па; $G_{eq} = E_B E_A / (2(2 - v_A)(1 + v_A) E_B + 2(2 - v_B)(1 + v_B) E_A)$ – еквівалентний модуль зсуву двох насінин А і В, Па; M_A, M_B – маси насінин А і В, кг; d_n, d_t – коефіцієнт дублювання в нормальному і тангенціальному напрямках в точці контакту [12]; D_A, D_B – ефективні діаметри насінин А і В, м; E_A, E_B – модулі Юнга насінин А і В, Па; v_A, v_B – коефіцієнти Пуассона насінин А і В; $\overline{V}_n, \overline{V}_t$ – нормальний і тангенціальний компонент відносною швидкості поверхні насінини в точці контакту, м/с;

Для процесу взаємодії насінин зі стінкою залежності (13)-(26) є адекватними, однак для стінки приймається радіус $D_{wall} = \infty$ і маса стінки $M_{wall} = \infty$. В результаті вирази (23)-(24) перетворюються в

$$R_{eq} = D_p / 2, \quad M_{eq} = M_p. \quad (12)$$

Для подальших досліджень кінематичних і динамічних характеристик насінини при русі її в повітряному потоці приймаємо наступні припущення. Насіння – жорсткі еліпсоїди із визначеним ефективним діаметром, які не відрізняються одне від одного. Відсутній теплообмін між насінням і середовищем. Сила Бассе \overline{F}_B дорівнює нулі. Так як діаметр насінини складає 0,001-0,01 м, а градієнта швидкості потоку на зазначеній відстані практично немає, то силою Магнуса \overline{F}_{Mag} можна знехтувати. Приймаючи, що насіння рухаються в абсолютно однорідному повітрі і злипання між ними відсутнє можна стверджувати про відсутність сили Мещерського \overline{F}_M . У зв'язку із великою швидкістю повітряного потоку $V_a = 0,4-0,6$ м/с дифузійний дрейф насіння відсутній, тому і сила дифузійного дрейфу \overline{F}_{Dif} дорівнює 0. За несучий потік приймається повітряний потік, що стаціонарно рухається у зазначеній області при ізотермічних умовах.



На основі зроблених припущень в рівнянні руху насінини (1) будуть враховані тільки наступні сили: сила тяжіння \overline{F}_g ; сила Архімеда \overline{F}_A ; сила, що зумовлена зміною тиску \overline{F}_{ac} ; сила, еквівалентна впливу приєднаної маси \overline{F}_m ; сила в'язкого опору \overline{F}_D і сумарна сила контактної взаємодії насінин між собою і стінкою $\overline{F}_{contact}$ (тільки при умові зіткнення насінин):

$$\begin{cases} \Omega_p \rho_p \frac{d_p \overline{V}_p}{dt} = \overline{F}_g + \overline{F}_A + \overline{F}_{ac} + \overline{F}_m + \overline{F}_D + \overline{F}_{contact}, \\ \frac{d_p \overline{S}_p}{dt} = \overline{V}_p, \quad \frac{d_p}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \overline{V}_p \cdot \nabla. \end{cases} \quad (13)$$

Підставляючи (2)-(12) в (13) маємо систему диференціальних рівняння руху насінини в повітряному потоці:

$$\begin{cases} \frac{d_p \overline{V}_p}{dt} = \overline{g} + \frac{\rho_a}{\Omega_p \rho_p} \overline{g} + \frac{\rho_a}{\Omega_p \rho_p} \frac{d_a \overline{V}_a}{dt} + \frac{1}{2} \frac{\rho_a}{\Omega_p \rho_p} \frac{d}{dt} (\overline{V}_a - \overline{V}_p) + \\ + \frac{1}{2} \frac{\pi D_p^2 \rho_a f_M}{\Omega_p \rho_p} (\text{Re}) (\overline{V}_a - \overline{V}_p) |\overline{V}_a - \overline{V}_p| + \overline{F}_{contact}, \\ \overline{F}_{contact} = \begin{cases} \overline{F}_n + \overline{F}_t, & \overline{S}_{pA} = \overline{S}_{pB}, \\ 0, & \overline{S}_{pA} \neq \overline{S}_{pB}, \end{cases} \quad \frac{d_p \overline{S}_p}{dt} = \overline{V}_p, \quad \frac{d_p}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \overline{V}_p \cdot \nabla. \end{cases} \quad (14)$$

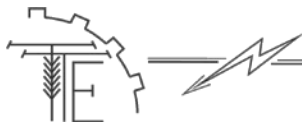
Рішенням системи диференціальних рівнянь (14) є траєкторія польоту, вектор швидкості і прискорення насіння, що дають змогу визначити місце падіння насінин в залежності від її фізико-механічних і реологічних властивостей.

Висновки

В результаті теоретичних досліджень складено систему диференціальних рівняння руху насіння олійних культур в повітряному потоці, що дає змогу визначити місце їх падіння в залежності від їх фізико-механічних і реологічних властивостей. Представлену систему диференціальних рівняння буде покладено в основу фізико-математичного апарату чисельного моделювання зазначеного процесу.

Список літератури

1. Нуруллин Э.Г. Математическая модель движения семян в основной камере пневмомеханического протравливателя / Э.Г. Нуруллин, И.М. Салахов, А.В. Дмитриев // Вестник Казанского ГАУ. – № 1 (31). – 2014 – С. 69-72.
2. Сычугов Н.П. Расчет воздухораспределителей равномерной подачи (отсоса) воздуха через отверстия / Н.П. Сычугов, Ю.В. Сычугов, А.Н. Сычугов // Улучшение эксплуатационных показателей сельскохозяйственной энергетики: Межвузовский сб. науч. тр.- Киров: Вятская ГСХА, 2008. – Вып. 8. – С. 210-214.
3. Тищенко Л.Н. Гидродинамика сепарирования зерна [Текст]: монография / Л.Н. Тищенко, В.П. Ольшанский, С.В. Ольшанский – Харьков: Мисъкдрук, 2010. – 174 с.
4. Nail A. Gumerov. Modeling of particle motion in viscous swirl flow between two porous cylinders / Nail A. Gumerov, Ramani Duraiswami // Proceedings of FEDSM'98 1998 ASME Fluids Engineering Division Summer Meeting June 21-25, 1998, Washington, DC – P. 1-8.
5. Jamnani Dinesh. Modelling and Simulation of a Single Particle in Laminar Flow Regime of a Newtonian Liquid / Jamnani Dinesh // Excerpt from the Proceedings of the COMSOL Conference 2009 Bangalore – P. 1-9.
6. Philipp Kanehl. Particle model of the Magnus effect / Philipp Kanehl // Bachelor Thesis. Mathematisch-Naturwissenschaftliche Fakultät Ernst-Moritz-Arndt-Universität Greifswald – 2010. – 35 p.
7. Гамзаев Х. М. Моделирование движения одиночной частицы в восходящем потоке вязкопластической жидкости / Х. М. Гамзаев // Матем. моделирование. – 2007. – том 19. – № 3. – С. 87-93.
8. Shuai Zhang. Simulation of solid-fluid mixture flow using moving particle methods / Shuai Zhang, Shigeyuki Kuwabara, Takahito Suzuki, Yoshio Kawano, Koji Morita, Kenji Fukuda // Journal of Computational Physics. – 2009. – № 228. – С. 2552-2565.
9. Вороненко Б. А. К вопросу об описании гидромеханического процесса осаждения твердых частиц в жидкой бреде / Б. А. Вороненко, В.В. Пеленко, С.В. Поляков // Научный журнал НИУ ИТМО. Серия «Процессы и аппараты пищевых производств», 2013. - №4.
10. Komiwes V. Simulation of granular flow in a fluid applied to sedimentation / Komiwes V., Mege P., Meimon Y., Herrmann H. // Granular Matter. – 2006. – № 8 (1). – P. 41-54.
11. Johnson K.L. Contact Mechanics / K.L. Johnson // Cambridge University Press. – 1987. – 434 p.
12. Di Renzo. Comparison of contact-force models for the simulation of collisions in DEM-based granular flow codes / Di Renzo Alberto, Di Maio Francesco Paolo // Chemical Engineering Science. – 2004. – № 59 (1). – P.



References

1. Nurullin E.G. *Matematicheskaya model' dvizheniya semyan v osnovnoy kamere pnevnomekhanicheskogo protravlivatelya* / E.G. Nurullin, I.M. Salakhov, A.V. Dmitriyev // *Vestnik Kazanskogo GAU*. – № 1 (31). – 2014 – S. 69-72.
2. Sychugov N.P. *Raschet vozdukhoraspredeleyteley ravnomernoy podachi (otsosa) vozdukha cherez otverstiya* / N.P. Sychugov, YU.V. Sychugov, A.N. Sychugov // *Uluchsheniye ekspluatatsionnykh pokazateley sel'skokhozyaystvennoy energetiki: Mezhhvuzovskiy sb. nauch. tr.* - Kirov: Vyatskaya GSKHA, 2008. – Vyp. 8. – S. 210-214.
3. Tishchenko L.N. *Gidrodinamika separirovaniya zerna [Tekst]: monografiya* / L.N. Tishchenko, V.P. Ol'shanskiy, S.V. Ol'shanskiy – Khar'kov: Mts'kdruk, 2010. – 174 s.
4. Nail A. Gumerov. *Modeling of particle motion in viscous swirl flow between two porous cylinders* / Nail A. Gumerov, Ramani Duraiswami // *Proceedings of FEDSM'98 1998 ASME Fluids Engineering Division Summer Meeting June 21-25, 1998, Washington, DC* – P. 1-8.
5. Jamnani Dinesh. *Modelling and Simulation of a Single Particle in Laminar Flow Regime of a Newtonian Liquid* / Jamnani Dinesh // *Excerpt from the Proceedings of the COMSOL Conference 2009 Bangalore* – P. 1-9.
6. Philipp Kanehl. *Particle model of the Magnus effect* / Philipp Kanehl // *Bachelor Thesis. Mathematisch-Naturwissenschaftliche Fakultät Ernst-Moritz-Arndt-Universität Greifswald* – 2010. – 35 p.
7. Gamzayev KH. M. *Modelirovaniye dvizheniya odinochnoy chastitsy v voskhodyashchem potoke vyzkoplasticheskoy zhidkosti* / KH. M. Gamzayev // *Matem. modelirovaniye*. – 2007. – tom 19. – № 3. – S. 87-93.
8. Shuai Zhang. *Simulation of solid-fluid mixture flow using moving particle methods* / Shuai Zhang, Shigeyuki Kuwabara, Takahito Suzuki, Yoshio Kawano, Koji Morita, Kenji Fukuda // *Journal of Computational Physics*. – 2009. – № 228. – C. 2552-2565.
9. Voronenko B. A. *K voprosu ob opisaniy gidromekhanicheskogo protsessa osazhdeniya tverdykh chastits v zhidkoy brede* / B. A. Voronenko, V.V. Pelenko, S.V. Polyakov // *Nauchnyy zhurnal NIU ITMO. Seriya «Protsessy i apparaty pishchevyykh proizvodstv»*, 2013. - №4.
10. Komiwes V. *Simulation of granular flow in a fluid applied to sedimentation* / Komiwes V., Mege P., Meimon Y., Herrmann H. // *Granular Matter*. – 2006. – № 8 (1). – P. 41-54.
11. Johnson K.L. *Contact Mechanics* / K.L. Johnson // *Cambridge University Press*. – 1987. – 434 p.
12. Di Renzo. *Comparison of contact-force models for the simulation of collisions in DEM-based granular flow codes* / Di Renzo Alberto, Di Maio Francesco Paolo // *Chemical Engineering Science*. – 2004. – № 59 (1). – P. 525-541.

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АППАРАТ ДВИЖЕНИЯ СЕМЯН В ВОЗДУШНОМ ПОТОКЕ

Аннотация: разделение семян по плотности сводится к первоначальной их калибровке по геометрическим размерам. Очевидно, что при одинаковой плотности семена меньшей массы под влиянием воздушного потока летит дальше, а семена большей массы – ближе. Кроме того, в зависимости от ориентации семян к вектору скорости воздушного потока появляется диапазон парусности, что приводит к случайной траектории движения семян. Кроме вышеуказанного, поток воздуха должен иметь равномерную структуру, как по параметрам турбулентности (масштаб и интенсивность), так и по эюре скорости. Понимая все сложности поставленной задачи необходимо исследовать процесса перемещения семенного материала масличных культур под действием воздушного потока.

В результате теоретических исследований составлена система дифференциальных уравнения движения семян масличных культур в воздушном потоке, что позволяет определить место их падения в зависимости от их физико-механических и реологических свойств. Представленная система дифференциальных уравнений будет положена в основу физико-математического аппарата численного моделирования указанного процесса.

Ключевые слова: физико-математический аппарат, семена, поток, воздух, перемещение, аэродинамика.

PHYSICAL AND MATHEMATICAL APPARATUS OF SEED MOVEMENT IN THE AIR STREAM

Summari: separation of seed density is reduced to its original calibration geometric dimensions. Obviously, with the same mass density less seeds under the influence of air flow on flying and the seeds larger mass - closer. Furthermore, depending on the orientation of the seed vector to airflow range appears windage, resulting in a random path of movement of seeds. Besides the above, the air flow should have a uniform structure, a turbulence in the parameters (size and intensity) and on the speed of the diagram. Understanding the complexities of the problem is necessary to investigate the process of moving the seed of oilseeds under the influence of air flow.

As a result of theoretical research a system of differential equations of motion of oilseeds in the air flow, which allows to determine the place of their fall, depending on their physical, mechanical and rheological properties. The proposed system of differential equations is the basis for the physical and mathematical apparatus of numerical simulation of the process.

Keywords: physical-mathematical apparatus, seeds, flow, air, displacement, aerodynamics.