

**Й. І. СТЕНЦЕЛЬ**, докт. техн. наук, проф. ТІ СНУ ім. В.Даля,  
Северодонецьк;  
**С. М. ЗЛЕПКО**, докт. техн. наук, проф. ВНТУ, Вінниця;  
**А. В. РЯБІЧЕНКО**, канд. техн. наук, с.н.с. ТІ СНУ ім. В.Даля,  
Северодонецьк

## **МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ТЕПЛООБМІННИХ ПРОЦЕСІВ ЛЮДИНИ ПРИ ЗОВНІШНЬОМУ СТОКУ ТЕПЛОВОЇ ЕНЕРГІЇ**

Виконані дослідження термодинамічних явищ в людському організмі, котрі обумовлені біохімічними та теплообмінними процесами. Показано, що процес перенесення теплової енергії за рахунок роботи серцево-судинної системи є коливальним, амплітуда яких визначається температурою біохімічних перетворень, а власна частота - роботою серця, станом судинної системи, а також процесом теплоперенесення в навколишнє середовище.

**Ключові слова:** термодинаміка, явище, організм, людина, серце, судини, коливання, частота, теплоперенесення, тепла енергія, захворювання.

**Вступ.** Для теплокровних біологічних організмів (БО) характерним є наявність температурного поля, яке проявляється у формі відповідної температурної аури, котра тісно пов'язана з електромагнітною аурою. Температурне та електромагнітне поле взаємодіють поміж собою, викликаючи стабілізацію першого. Така взаємодія полів пояснюється тим, що характер ламінарних потоків від БО значно відрізняються від таких же потоків твердих тіл неорганічного походження [1]. Наприклад, товщина зовнішнього ламінарного шару теплової енергії людини майже співпадає з товщиною електромагнітного шару - чим товщий тепловий шар людини, тим менше вона відчуває зміну температури навколишнього середовища: холод чи жару. Температурна аура (відповідно й електромагнітна) хворої людини є меншою, ніж здорової. Таким чином, за станом температурної чи електромагнітної аури, а фактично за товщиною зовнішнього ламінарного шару теплової енергії можна оцінювати стан здоров'я БО [2]. Відхилення товщини зовнішнього теплового ламінарного шару людини від інших тіл нагрітих до однакової температури можна пояснити тим, що зовнішнє теплове поле людини складається з двох складових: випромінюючого теплового поля, котре формується електромагнітним полем, і конвекційного, яке

формується за рахунок руху молекул навколишнього середовища, наприклад, повітря. Як вказувалося в [3], джерелом теплової енергії є шлунково-кишкова система, котра формує основний потік теплової енергії, та різного роду захворювання, котрі формують додаткову теплову енергію, яка приводить до підвищення температури тіла людини. Зберігання теплового балансу здійснюється за рахунок зовнішньої системи енергозбереження. Зменшення температури БО, як правило, обумовлене, порушенням теплового балансу БО з навколишнім середовищем і захворюваннями судинної системи. Як вказується в [4], при фізичній діагностиці стану здоров'я людини вимірювальний контроль температури виконується не тільки в певних її точках, але й шляхом оцупування тих чи інших зовнішніх елементів (наприклад, суглобів) або за зміною фотометричного стану (забарвлення) ділянок тіла. Значно менше в медичній практиці для діагностики стану здоров'я людини користуються методом температурної аури – розподіленням температурного поля за периметром організму.

**Мета і постановка задачі.** У науковій літературі такий метод називається методом пограничного шару [5-8]. У клінічній практиці температуру людини оцінюють за температурою в підпиховій ямці руки. З метою більш точного визначення температури виконують її вимірювання в прямій кишці. У цьому разі температура на  $0,5-1\text{ }^{\circ}\text{C}$  є вищою. Це пояснюється тим, що шкіряний шар являє собою зону реологічного переходу між температурою нагріву крові та зовнішньою температурою шкіри. Шкіряний шар відіграє значну роль в підтримуванні температури організму на відповідному рівні. Температура  $T_C$  навколишнього середовища не відчувається, коли різниця  $\Delta T = T_C - T_O = 0$ , де  $T_O$  - температура зовнішнього шкіряного шару. Якщо  $\Delta T < 0$ , то в людини настає відчуття «холоду», а при  $\Delta T > 0$  - відчуття «тепла». Для здорової людини відчуття «холоду» призводить до підвищення температури в зоні реологічного переходу за рахунок розширення судин, а відповідно, до збільшення притоку крові, а при появі відчуття «тепла» - до розширення водовідвідних отворів шкіри, що призводить до так званого потовиділення. Як відомо [9, 10], збільшення виділення вологи з організму призводить до її випарювання, процес якого є ендотермічним, а відповідно зменшується температура зовнішньої поверхні шкіряного шару. Таким чином внутрішня температура організму залишається практично сталою. Інша картина спостерігається для хворої людини. Якщо прийняти, що температура навколишнього середовища є сталою і дорівнює нормальній зовнішній температурі організму, то при підвищеній його температурі  $T_p$  може відчуватися як стан «теп-

ла», так і стан «холоду». Теж саме можна спостерігати, коли температура  $T_P$  є нижчою, від нормальної  $T_{P0}$ . Вивчення процесів теплообміну між навколишнім середовищем і людським організмом є важливою задачею для діагностування стану здоров'я людини.

**Основна частина.** Як показано в [3], всі термодинамічні процеси людського організму пов'язані з біохімічними перетвореннями, які проходять в шлунково-кишковій системі та інфікованих його частинах. Такий процес у загальному випадку описується наступним диференціальним рівнянням

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left[ \frac{\partial T_P}{\partial \theta} + \frac{q_P}{c_P \rho V_K} z \exp(-E/RT_P) \right] = \operatorname{div} \left( \frac{\lambda}{c_P \rho} \operatorname{grad} T_P + v T_P \right), \quad (1)$$

де  $T_P$  - поточна температура біохімічного перетворення;

$c_P$  - питома теплоємність біологічного організму;

$\rho$  - щільність середовища;

$\theta$  - час теплоперенесення від біохімічного джерела;

$\lambda$  - коефіцієнт теплопровідності середовища;

$q_P$  - теплота, яка виділяється при хімічному перетворенні;

$z$  - коефіцієнт швидкості біохімічної реакції;

$E$  - енергія;  $R$  - універсальна стала;

$V_K$  - об'єм кровоносної системи;

$v_P$  - лінійна швидкість перенесення теплової енергії.

Після відповідного перетворення та деякого спрощення рівняння (1) можна привести до наступної форми

$$\tau_P \frac{d^2 q_P}{d\theta^2} + \frac{\partial q_P}{\partial \theta} = -\frac{v_P V_K}{a S_K} \left( a_P \frac{\partial^2 T_P}{\partial x^2} + \frac{\partial T_P}{\partial x} \right), \quad (2)$$

де  $\tau_P = \frac{1}{z} \frac{c_P \rho V_K R T_P^2}{c_P \rho V_K R T_P^2 + q_P E} \exp\left(\frac{E}{R T_P}\right)$  - стала часу біохімічного перетворення;

$a_P = \lambda / c_P \rho$  - узагальнена температуропровідність від джерела теплової

енергії до кровоносної системи;

$x$  - координата перенесення теплової енергії.

Якщо прийняти, що вся створена в організмі тепла енергія рівномірно передається по всьому його об'єму, то можна вважати, що температура  $T_{P0}$  у всіх точках тіла організму дорівнює температурі  $T_P$  біохімічного перетворення. Кількість теплової енергії, котра передається від джерела до всіх ділянок тіла потоком крові з витратою  $F_K$  дорівнює:  $\partial q_P = c_P \rho V_P \partial T_K$ . Тоді рівняння (1) приймає наступну форму

$$\tau_P \frac{\partial^2 T_P}{\partial \theta^2} + \frac{\partial T_P}{\partial \theta} + a_P \frac{\partial^2 T_K}{\partial x^2} + v_P \frac{\partial T_K}{\partial x} = k_\gamma \gamma(t), \quad (3)$$

де  $T_K$  - температура організму;  
 $\gamma(t)$  - функція швидкості стоку теплової енергії з поверхні тіла;  
 $k_\gamma$  - коефіцієнт передачі.

Як показано в [11-13], передача теплової енергії через стінку складається з кількості теплової енергії, яка накопичується в стінці та її кількості, котра передається в навколишнє середовище. Приймаючи до уваги, що такою стінкою є шкіра товщиною  $y$ , рівняння для швидкості стоку теплової енергії матиме вигляд

$$\gamma(t, y) = \tau_{2C} \frac{d^3 T_O}{dt^3} + \tau_{1C} \frac{d^2 T_O}{dt^2} + \frac{dT_O}{dt} + D_Y \frac{\partial^2 T_C}{\partial y^2} + v_k \frac{\partial T_C}{\partial y}, \quad (4)$$

де  $\tau_{1C}, \tau_{2C}$  - сталі часу стоку теплової енергії;  
 $D_Y$  - коефіцієнт дифузії в навколишнє середовище;  
 $y$  - напрямок руху теплового потоку від зовнішньої поверхні тіла;  
 $v_k$  - конвекційна складова швидкості стоку теплового потоку.

Враховуючи (4), рівняння (3) приймає наступний вигляд

$$\tau_P \frac{\partial^2 T_K}{\partial \theta^2} + a_P \frac{\partial^2 T_P}{\partial x^2} + v_P \frac{\partial T_P}{\partial x} = k_\gamma \left( \tau_{2C} \frac{d^3 T_O}{dt^3} + \tau_{1C} \frac{dT_O}{dt^2} + \frac{dT_O}{dt} + D_Y \frac{\partial^2 T_C}{\partial y^2} + v_k \frac{\partial T_C}{\partial y} \right). \quad (5)$$

Рівняння (5) є нелінійним і для його аналітичного розв'язку розглянемо наступні крайні умови. Виходячи з принципу рівності теплового балансу та методу нульового градієнта рахуватимемо, що кількість

теплової енергії, яка створюється в організмі людини (джерело енергії), дорівнює кількості теплової енергії, котра відводиться від джерела в об'єм тіла та рівна кількості тепла, котре відводиться з зовнішньої поверхні організму. При такому підході до даної задачі приймаємо, що кількість теплової енергії, котра забезпечує життєдіяльність організму є сталою величиною. При таких умовах рівняння (5) розділяється на наступну систему нелінійних диференціальних рівнянь:

$$a_p \frac{\partial^2 T_K}{\partial x^2} + v_p \frac{\partial T_K}{\partial x} + \tau_p \frac{\partial^2 T_p}{\partial \theta^2} = 0; \quad (6)$$

$$D_Y \frac{\partial^2 T_C}{\partial y^2} + v_k \frac{\partial T_C}{\partial y} + \tau_{2C}^2 \frac{d^3 T_O}{dt^3} + \tau_{1C} \frac{dT_O}{dt^2} = 0. \quad (7)$$

Довжина напрямку  $x$  практично повністю визначається об'ємною витратою  $F_K$  потоку крові в судинній системі. Таким чином можна записати, що  $F_K \partial \vartheta = S_K \partial x$  або  $\partial x = (F_K / S_K) \partial \vartheta$ , де  $\vartheta$  - час кровообігу в організмі (час стоку теплової енергії);  $S_K$  - еквівалентний поперечний перетин кровоносної системи. З врахуванням цього рівняння (6) приймає наступну форму

$$a_p \left( \frac{S_K}{F_K} \right)^2 \frac{\partial^2 T_K}{\partial \vartheta^2} + v_p \frac{S_K}{F_K} \frac{\partial T_K}{\partial \vartheta} + \tau_p \frac{\partial^2 T_p}{\partial \theta^2} = 0. \quad (8)$$

Якщо прийняти, що зміна процесу створення теплової енергії й зміна її перенесення потоком крові проходять одночасно, тобто  $\partial \vartheta = \partial \theta$ , а зміна температури  $\partial T_p$  біохімічного процесу приблизно дорівнює зміні температури  $\partial T_K$  крові в кровоносній системі, то рівняння (8) спрощується та набуває такого вигляду

$$\tau_T \frac{\partial^2 T_K(\vartheta)}{\partial \vartheta^2} + \frac{\partial T_K(\vartheta)}{\partial \vartheta} = 0, \quad (9)$$

де  $\tau_T = \frac{a_p S_K^2 + \tau_p F_K^2}{(v_p S_K + F_K) F_K^2}$  - стала часу перенесення теплової енергії кровоносною системою.

Рішенням рівняння (9) при початкових умовах:  $\theta = 0 \quad T_p(0) = T_{p0}$ , а при  $\theta = \infty \quad \frac{dT_p(\infty)}{d\theta} = 0$  буде

$$T_K(\vartheta) = T_{P0} \exp(-\vartheta/\tau_T) = T_{P0} \cos \left[ -\vartheta F_K^2 \frac{(v_P S_K + F_K)}{a_P S_K^2 + \tau_P F_K^2} \right]. \quad (10)$$

Якщо лінійна швидкість крові  $v_K = F_K/S_K$ , то рівняння (10) приймає наступну форму

$$T_K(\vartheta) = T_{P0} \exp(-\vartheta/\tau_T) = T_{P0} \cos \left[ -\frac{\vartheta}{\tau_P} \frac{\left[ \frac{v_P}{v_K} + 1 \right]}{\left( \frac{a_P}{\tau_P v_K^2} + 1 \right)} \right]. \quad (11)$$

Позначимо  $\delta_v = v_P/v_K$ ,  $a_K = \tau_P v_K^2$  - температуропровідність організму при перенесенні теплової енергії потоком крові,  $\delta_a = a_P/a_K$ . Тоді рівняння (11) набуває вигляду

$$T_K(\vartheta) = T_{P0} \cos \left[ -\left( \frac{\vartheta}{\tau_P} \right) \frac{(\delta_v + 1)}{(\delta_a + 1)} \right]. \quad (12)$$

Враховуючи, що границі розділу «тіло-навколишнє середовище» зберігається відповідний тепловий баланс, який являє собою інтегральну імпульсну дельта-функцію Дірака з ядром, яке описується рівнянням (7), а також метод нульового градієнта, отримуємо таку систему рівнянь:

$$\tau_{2C}^2 \frac{d^2 T_O}{dt^2} + \tau_{1C} \frac{dT_O}{dt} + T_O = k_O T_K(\vartheta); \quad (13)$$

$$\frac{D_Y}{v_k} \frac{\partial^2 T_C(y,t)}{\partial y^2} + T_C(y,t) = k_C T_O(t). \quad (14)$$

де  $k_O, k_C$  - коефіцієнти передачі.

Рівняння (14) описує процес перенесення теплової енергії через шкіряний елемент, який являє собою зону реологічного переходу. При початкових умовах:  $T_C(0,t) = T_O(t)$ ,  $T_C(\infty,t) = T_{C0}$ , де  $T_{C0}$  - температура навколишнього середовища, рішенням рівняння (13) буде

$$\Delta T_C(y,t) = [T_O(t) - T_{C0}] \cos(-y v_{II} / D_Y). \quad (15)$$

Швидкість  $v_{\Pi}$  конвекційного потоку, який виникає навколо біологічного організму, можна визначити за формулою [14]

$$v_{\Pi} = \sqrt{2gL \frac{[T_o(t) - T_{C0}]}{T_{C0}}}, \quad (16)$$

де  $g = 9,81 \text{ м/с}^2$  - прискорення земного тяжіння;

$L$  - висота об'єкта теплоперенесення.

Підставивши (16) у (15), отримуємо

$$\Delta T_C(y, t) = [T_o(t) - T_{C0}] \cos \left( -\frac{y}{D_Y} \sqrt{2gL \left( \frac{T_o(t)}{T_{C0}} - 1 \right)} \right). \quad (17)$$

З рівняння (13) видно, що характер зміни температури поверхні тіла людини визначатиметься відношенням сталих часу  $\tau_{1C} / \tau_{2C}$ . Для здорової людини  $\tau_{1C} / \tau_{2C} \geq 2$ . Тоді рішенням рівняння (13) буде

$$T_o(t) = k_o T_K(\vartheta) \left[ \frac{p_1}{p_2 - p_1} \exp(-p_1 t) - \frac{p_2}{p_2 - p_1} \exp(-p_2 t) \right], \quad (18)$$

де  $p_{1,2} = -\frac{\tau_{1C}}{2\tau_{2C}^2} \pm \sqrt{\left( \frac{\tau_{1C}}{2\tau_{2C}^2} \right)^2 - \frac{1}{\tau_{2C}^2}}$  - корені характеристичного рівняння.

Позначимо  $n = \tau_{1C} / \tau_{2C}$ ,  $\beta_C = 1 / \tau_{2C}$  і  $\alpha_C = n\beta / 2$ . Тоді отримуємо:

мо:  $\frac{p_{1,2}}{p_2 - p_1} = -0,5 \pm 0,5 \sqrt{1 - 4/n^2}$ . Позначивши  $B = \sqrt{1 - 4/n^2}$ , маємо

$$T_o(t) = \frac{k_o}{2} T_K(\vartheta) \left\{ -\left( \frac{1}{B} + 1 \right) \exp[-(\alpha t)(1 - B)] + \left( \frac{1}{B} - 1 \right) \exp[-\alpha t(1 + B)] \right\} \quad (19)$$

Для хворої людини, коли температура тіла  $T_K(\vartheta)$  піднімається, створюються умови, коли відношення  $\tau_{1C} / \tau_{2C} < 2$ . У цьому випадку, (наприклад, при послаблюючій лихоманці, при гнійних захворюваннях, пневмонії) зміна температури поверхні тіла описуватиметься рівнянням

$$T_o(t) = k_o T_K(\vartheta) \left\{ \exp(-\alpha t) [\cos(\omega_0 t) + (\alpha / \omega_0) \sin(\omega_0 t)] \right\} \quad (20)$$

або при коливальній лихоманці (наприклад, бруцельозі, лімфогранулематозі)

$$T_o(t) = k_o T_K(\vartheta) [\exp(-\alpha t) [\cos(\omega_0 t)]] , \quad (21)$$

де  $\alpha = -\tau_{1C} / 2\tau_{2C}^2$  - ступінь загасання коливання;

$$\omega_0 = \sqrt{\beta^2 - \alpha^2} - \text{власна частота коливань.}$$

Підставивши (18) у рівняння (17) і враховуючи (12), для аперіодичної зміни зовнішньої температури людини (у тому числі й для здорової) маємо

$$\Delta T_C(y,t) = \left[ k_o T_{P0} \cos \left[ \left( \frac{\vartheta}{\tau_p} \right) \left( \frac{\delta_v + 1}{\delta_a + 1} \right) \right] \left\{ \left\{ \left( \frac{1}{B} + 1 \right) \exp[-(\alpha t)(1-B)] - \right\} \right. \right. \\ \left. \left. \left\{ - \left( \frac{1}{B} - 1 \right) \exp[-\alpha t(1+B)] \right\} \right\} - T_{C0} \right] * \\ * \exp \left( - \frac{y}{D_Y} \sqrt{2gL \left( k_o \frac{T_{P0}}{T_{C0}} \cos \left[ \left( \frac{\vartheta}{\tau_p} \right) \left( \frac{\delta_v + 1}{\delta_a + 1} \right) \right] \left\{ \left\{ \left( \frac{1}{B} + 1 \right) \exp[-(\alpha t)(1-B)] - \right\} \right. \right. \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left\{ - \left( \frac{1}{B} - 1 \right) \exp[-\alpha t(1+B)] \right\} \right\} - 1 \right) \right) \quad (22)$$

Для хворої людини коливання зовнішньої температури описуватиметься рівнянням

$$\Delta T_C(y,t) = \left[ k_o T_{P0} \cos \left[ \left( \frac{\vartheta}{\tau_p} \right) \left( \frac{\delta_v + 1}{\delta_a + 1} \right) \right] \left\{ \exp(-\alpha t) [\cos(\omega_0 t) + (\alpha / \omega_0) \sin(\omega_0 t)] \right\} - T_{C0} \right] \cdot \\ \cdot \exp \left( - \frac{y}{D_Y} \sqrt{2gL \left( k_o \frac{T_{P0}}{T_{C0}} \cos \left[ \left( \frac{\vartheta}{\tau_p} \right) \left( \frac{\delta_v + 1}{\delta_a + 1} \right) \right] \left[ \alpha \tau_p - \left( \frac{\delta_v + 1}{\delta_a + 1} \right) \right] [\cos(\omega_0 t) + (\alpha / \omega_0) \sin(\omega_0 t)] - 1 \right) \right) \quad (23)$$

Рівняння (22) і (23) описують зміну температури поверхні людського організму у залежності від різних впливових факторів. Якщо людина має теплову ізоляцію, то можна прийняти, що товщина у ламінарного шару незначна, якою можна знехтувати. Тоді ці рівняння приймають вигляд

$$\Delta T_C(t) = \left[ k_o T_{P0} \cos \left[ \left( \frac{\vartheta}{\tau_p} \right) \left( \frac{\delta_v + 1}{\delta_a + 1} \right) \right] \left\{ \left\{ - \left( \frac{1}{B} + 1 \right) \exp[-(\alpha t)(1-B)] + \right\} \right. \right. \\ \left. \left. \left\{ + \left( \frac{1}{B} - 1 \right) \exp[-\alpha t(1+B)] \right\} \right\} - T_{C0} \right] ; \quad (24)$$

$$\Delta T_C(t) = \left[ k_O T_{P0} \cos \left[ \left( \frac{\mathcal{G}}{\tau_P} \right) \left( \frac{\delta_v + 1}{\delta_a + 1} \right) \right] \left\{ \exp(-\alpha t) \left[ \begin{array}{l} \cos(\omega_0 t) + \\ + (\alpha / \omega_0) \sin(\omega_0 t) \end{array} \right] \right\} - T_{C0} \right]. \quad (25)$$

З достатньою для практики точністю можна прийняти, що  $\delta_v \approx 1$  і  $\delta_a \approx 1$ . Час кровообігу в організмі знайдемо з формули:  $\mathcal{G} = V_K / F_K$ .

Враховуючи, що об'ємна витрата матеріального потоку  $F_K = \frac{\pi g \Delta P_K R_C^4}{8 L_C \mu}$

[5], де  $\Delta P_K$  - перепад тиску крові (рушійна сила);  $R_C$  - еквівалентний радіус кровоносних судин;  $L$  - еквівалентна їх довжина;  $\mu$  - динамічна

на в'язкість крові, отримуємо  $\mathcal{G}_0 = \Omega_K \mu / \Delta P_K$ , де  $N_K = \frac{8 L_C V_K}{\pi g R_C^4}$ . Зворотна

величина сталої часу  $\left( \frac{1}{\tau_P} \right) = z \left( 1 + \frac{E}{RT_H} \right) \exp \left( - \frac{E}{RT_H} \right) = \Omega(T_P, E)$  -

функція біохімічного перетворення а фактично є частотою власних коливань  $\Omega(T_P, E)$  перенесення теплової енергії від джерела до крові.

Приймаючи до уваги, що температуру тіла людини вимірюють практично при усталеному її значенні, тобто при  $t \approx \infty$  і враховуючи вище обумовлене, рівняння (24) приймає наступний вигляд

$$\Delta T_C = k_O T_{P0} \cos[\mathcal{G} \Omega(T_P, E)] - T_{C0}. \quad (26)$$

З рівняння (26) видно, що зміна температури поверхні тіла людського організму прямопропорційна температурі  $T_{P0}$ , яка створюється джерелом теплової енергії та температурі навколишнього середовища. Окрім того, вона залежить від геометричного показника  $\Omega_K$  кровоносної системи, динамічної в'язкості крові, рушійної сили, яка визначається перепадом тиску кровоносної системи, а також біохімічним процесом. Аналогічно виконуючи дослідження рівняння (25), бачимо, що зміна температури поверхні тіла в часі залежить від параметрів теплопередачі теплової енергії одночасно від джерела захворювання до кровоносної системи та в навколишнє середовище, котре визначається сталими часу стоку цієї енергії. Якщо стала часу  $\tau_{1C} \ll \tau_{2P}$ , то можна прийняти, що ступінь загасання  $\alpha \rightarrow 0$ . Тоді зміна температури тіла описуватиметься рівнянням

$$\Delta T_C(0, t) = k_O T_{P0} \cos[\mathcal{G} \Omega(T_P, E)] \exp(\alpha t) - T_{C0} \quad (27)$$

Для такого режиму характерним є те, що власна частота коливального процесу  $\omega_{0кр} = 1/\tau_{2C}$  і є критичною для організму так як амплітуда зміни температури є найбільшою. Якщо частота  $\omega_0 < \omega_{0кр}$ , то рівняння (27) приймає наступну форму

$$\Delta T_C(0,t) = k_O T_{P0} \cos(\Omega(T_P, E)) \{ \exp(-\alpha t) [\cos(\omega_0 t) + (\alpha/\omega_0) \sin(\omega_0 t)] \} - T_{C0} \quad (28)$$

Враховуючи, що  $\alpha = -0,5\tau_{1C}\omega_{0кр}^2$ , а  $\omega_0 = \omega_{0кр} \sqrt{1 - 0,25\tau_{1C}^2\omega_{0кр}^2}$ , отримуємо

$$\Delta T_C(0,t) = k_O T_{P0} \cos[\Omega(T_P, E)] \exp(-0,5\tau_{1C}\omega_{0кр}^2 t)^* \left[ \begin{array}{l} \cos\left(\omega_{0кр} t \sqrt{1 - 0,25\tau_{1C}^2\omega_{0кр}^4}\right) + \left(\frac{0,5\tau_{1C}\omega_{0кр}}{\sqrt{1 - 0,25\tau_{1C}^2\omega_{0кр}^4}}\right)^* \\ * \sin\left(\omega_{0кр} t \sqrt{1 - 0,25\tau_{1C}^2\omega_{0кр}^4}\right) \end{array} \right] - T_{C0} \quad (29)$$

Амплітуда температурних коливань  $A_T = k_O T_{P0} \cos(\xi\Omega(T_P, E))$ , де  $\xi$  - період пульсації роботи серця. Амплітуда  $A_T$  визначається також температурою  $T_{P0}$  біохімічного перетворення, а також іншими параметрами, котрі характеризують роботу серцево-судинної системи. Як показано в [15, 16], перехідний процес не має коливань, коли ступінь коливання  $\alpha = -0,5$ , а значить при  $\tau_{1C}\omega_{0кр}^2 = 1$ . З останнього рівняння при відомій критичній частоті власних коливань можна знайти сталу часу  $\tau_{1C}$ . У [17] показано, що стала часу для трубопроводу круглого перетину  $\tau_{1C} = \tau' + \tau''$ , де часткові сталі часу

$$\tau' = \frac{V_K}{F_K} = \frac{8}{g} \left(\frac{L_C}{R_C}\right)^2 \frac{\mu}{\Delta P}; \quad \tau'' = \sqrt{\frac{L_{П1}}{2g} \frac{T_{C0}}{\Delta T_{OC}(t)}} \quad \text{Враховуючи, що}$$

$V_K = S_C L_C = \pi R_C^2 L_C$ , рівняння для сталої часу  $\tau_{1C}$  приймає вигляд

$$\tau_{1C} = \frac{8}{g} \left(\frac{L_C}{R_C}\right)^2 \frac{\mu}{\Delta P_K} + \sqrt{\frac{L_{П1}}{2g} \left(\frac{T_{C0}}{\Delta T_{OC}(t)}\right)}, \quad (30)$$

де  $\Delta T_{OC}(t) = T_O(t) - T_{C0}$  - різниця температури поверхні тіла та навколишнього середовища.

Враховуючи те, що стала часу  $\tau_{2C} = \sqrt{\tau' \tau''}$ , то критичну частоту температурних коливань можна визначити за формулою

$$\omega_{0kp} = K_O \sqrt{\left(\frac{\Delta P_K}{\mu}\right) \sqrt{\left(\frac{\Delta T_{OC}(t)}{T_{C0}}\right)}}. \quad (31)$$

де  $K_O = \frac{R_C}{L_C} \sqrt{\frac{g^3}{32L_{\Pi}}}$  - стала людського організму.

За аналогією теорії подібності гідродинамічних процесів відношення  $(L_C/R_C) = K_{\Pi}$  є лінійним геометричним критерієм, характерним для кожного організму людини. Як видно з рівняння (29), коливальний температурний процес визначається добутком

$$\tau_{1C} \omega_{0kp}^2 = \frac{g}{8K_{\Pi}^2} \left(\frac{\Delta P_K}{\mu}\right) \left[ 1 + 8K_{\Pi}^2 \left(\frac{\mu}{\Delta P_K}\right) \sqrt{\frac{2}{gL_{\Pi}} \left(\frac{\Delta T_{OC}(t)}{T_{C0}}\right)} \right]. \quad (32)$$

Якщо вираз у квадратних дужках близький до одиниці, то добуток  $\tau_{1C} \omega_{0kp}^2 = \frac{g}{8K_{\Pi}^2} \left(\frac{\Delta P_K}{\mu}\right)$  і повністю визначається відношенням  $\Delta P_K / \mu$ .

Такий режим організму характерний при серцево-судинних захворюваннях. При  $8K_{\Pi}^2 \left(\frac{\mu}{\Delta P_K}\right) \sqrt{\frac{2}{gL_{\Pi}} \left(\frac{\Delta T_{OC}(t)}{T_{C0}}\right)} \gg 1$  рівність (32) приводиться

до наступної  $\tau_{1C}^2 \omega_{0kp}^4 = \frac{2g}{L_{\Pi}} \left(\frac{\Delta T_{OC}(t)}{T_{C0}}\right)$ . У цьому випадку збудником те-

мпературних коливань є охолодження або вірусні захворювання, котрі викликають високу температуру організму.

**Висновки.** Теоретичні дослідження термодинамічних процесів, котрі проходять в організмі людини, показують, що за поточними змінами її температури можна оцінювати стан здоров'я, або виконувати діагностику багатьох захворювань. Показано, що температурний режим людини є коливальним. Власну частоту коливань температури тіла можна визначити за формулою  $\omega_0 = \omega_{0kp} \sqrt{1 - (\tau_{1C} \omega_{0kp})^2}$ . Критична частота температурних коливань викликає судорожний стан організму, який супроводжується як малою так і великою їх амплітудою, котра

визначається змінами температури біохімічного процесу і роботою серцево-судинної системи, а відповідно, мускульної системи. Критична частота температурних коливань є індивідуальною для кожної людини. Вона визначається сталою організму  $K_0$ , яка мало змінюється для здорової людини й пропорційно зростає зі захворювання судинної системи і призводить до збільшення судорожних коливань організму. З цього випливає, що сталу організму можна віднести до основних показників людини, за значенням котрого можна оцінювати стан всієї судинної системи. Клінічні дослідження показують, що відхилення добової температури  $\Delta T_{\varnothing} = T_{\text{макс}} - T_{\text{мін}}$ , де  $T_{\text{макс}}, T_{\text{мін}}$  - максимальна та мінімальна добова температури відповідно, при захворюванні є більшим, ніж при його відсутності. Власна частота температурних коливань кровеносної системи обумовлена роботою серцевої системи і для здорового організму практично співпадає з власною частотою роботи серця  $\omega_C = 1/\xi$ , де  $\xi$  - тривалість одного повного удару серця. Якщо частота  $\omega_C$  збільшується (наприклад при фізичному навантаженні), то відповідно підвищується частота  $\Omega(T_p, E)$ , що призводить до збільшення амплітуди температурних коливань. Для здорового організму власна частота  $\omega_C$  роботи серця, як правило, синхронізована з власною частотою  $\Omega(T_p, E)$  перенесення теплової енергії та її стоку  $\omega_0$ , тобто  $\Omega(T_p, E) \approx \omega_C \approx \omega_0$ . При відхиленні організму від норми змінюються частоти:  $\Omega(T_p, E) = \Omega_0 \pm \Delta\Omega(T_p, E)$ ,  $\omega_C = \omega_{C0} \pm \Delta\omega_C$  і  $\omega_0 = \omega_{00} \pm \Delta\omega_0$  останні можуть складуватися, що викликає різке підвищення температури, або відніматися, що призводить до значного її пониження, викликаючи лихоманки різного роду, а відповідно, методи діагностування хвороби. Особливо важливим є розробка методів діагностування роботи серцево-судинних захворювань за характером зміни термодинамічних процесів.

**Список літератури:** 1. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. Пер. с нем. – М.: Наука, 1960. – 742 с. 2. Пределевтика внутренних болезней /Под ред. В. Х. Василенко, А. Л. Гребенева, Н. Д. Михайловой. – М.: Медицина, 1974. – 528 с. 3. Стенцель Й. І., Зленко С. М., Павлов С. В. Фізичне та математичне моделювання термодинамічних методів діагностики стану здоров'я людини. Оптико-електронні інформаційно-енергетичні технології. Міжнародний науково-технічний журнал. №1 (25). – 2013. С. 66-73. 4. Ремизов А. Я. Медицинская и биологическая физика.- М.: «Высшая школа». – 1987. - 638 с. 5. Хоблер Т. Теплопередача и теплообмнники. Пер. с польс. – Л.: Госхимиздат, 1961. – 820 с. 6. Кутателадзе С. С. Основы теории теплообмена. – М.: Машгиз, 1962. – 368 с. 7. Лыков А. В. и Михайлов Ю. А. Теория тепло-и массопереноса. – М.: Госэнергоиздат, 1963. – 389 с. 8. Эккерт Э. Р., Дрейк Р. М. Теория тепло-и массообмена. - М.: Госэнергоиздат, 1962. – 562 с. 9. Мак-Адамс В. Х. Теплопередача. Пер с англ.- М.: Металлургиздат, 1961. – 669 с. 10. Де Гроот С., Мазур П. Неравновесная термодинамика. Пер. с

франц. – М.: Мир, 1964, - 456 с. **11.** Лыков А. В. Теория теплопроводности. – М.: Высш. шк., 1967. – 599 с. **12.** Мак-Адамс В. Х. Теплопередача. Пер с англ.- М.: Metallurgizdat, 1961. – 669 с. **13.** Таганов И. Н. Моделирование процессов массо- и энергопереноса. – Л.: Химия, 1979. - 203 с. **14.** Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. Пер. с нем. – М.: Наука, 1960. – 742 с. **15.** Зевеке Г. В., Ионкин П. А. и др. Основы теории цепей. М.: Энергия, 1975. – 468 с. **16.** Стенцель Й. І. Математичне моделювання технологічних об'єктів керування: Навч. посібник. – К.: ІСДО, 1993. – 328 с.

**Bibliography (transliterated):** **1.** Shlihting G. *Teorija pograničnogo sloja*. Per. s nem. – М.: Nauka, 1960. – 742. **2.** *Prepedevitka vnutrennih boleznej* /Pod red. V. H. Vasilenko, A. L. Grebeneva end N. D. Mihajlovoj. – Moscow: Medicina, 1974. – 528. **3.** Stencil J. I., Zlepko S. M. end Pavlov S. V. "Fizyčhne ta matematyčhne modelyuvannya termodynamichny'x metodiv diagnostyky stanu zdorov'ya lyudy'ny'". *Optyko-elektronni informacijno-energetyčhni tehnologiyi. Mizhnarodnyj nauko-technichnyj zhurnal.* #1 (25). – 2013. 66-73. Print. **4.** Remizov A. Ja. *Medicinskaja i biologičeskaja fizika.*- Moscow: «Vysshaja shkola». – 1987. 638. **5.** Hobler T. *Teploperedacha i teploobminniki*. Per. s pol's. – L.: Goshimizdat, 1961. – 820. **6.** Kutateladze S. S. *Osnovy teorii teploobmena.* – Moscow.: Mashgiz, 1962. – 368. **7.** Lykov A. V. end Mihajlov Ju. A. *Teorija teplo-i massoperenosa.* – Moscow.: Gosjenergoizdat, 1963. – 389. **8.** Jekkert Je. R. end Drejk R. M. *Teorija teplo-i massoobmena.* - М.: Gosjenergoizdat, 1962. – 562. **9.** Мак-Адамс V. H. *Teploperedacha.* Per s angl.- Moscow: Metallurgizdat, 1961. – 669. **10.** De Groot S. end Mazur P. *Neravnovesnaja termodinamika.* Per. S franc. – Moscow.: Mir, 1964, - 456 s. **11.** Lykov A. V. *Teorija teploprovodnosti.* – Moscow.: Vyssh. shk., 1967. – 599. **12.** Мак-Адамс V. H. *Teploperedacha.* Per s angl.- Moscow.: Metallurgizdat, 1961. – 669. **13.** Taganov I. N. *Modelirovanie processov masso- i*

*jenergoperenosa.* – L.: Himija, 1979. - 203. **14.** Shlihting G. *Teorija pograničnogo sloja*. Per. s nem. – Moscow.: Nauka, 1960. – 742. **15.** Zevеke G. V. end Ionkin P. A. i dr. *Osnovy teorii cepej.* Moscow.: Jenergija, 1975. – 468. **16.** Stencil J. I. *Matematyčhne modelyuvannya tehnologichny'x ob'ektiv keruvannya:* Navch. posibny'k. – Kiev.: ISDO, 1993. – 328.

*Поступила (received) 30.05.2014*