

**А. В. БОЙКО, А. П. УСАТЫЙ, В. С. БАРАННИК**

## ПРОЕКТИРОВАНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ ТУРБИНЫХ ПРОФИЛЕЙ С ПОМОЩЬЮ КУБИЧЕСКИХ ИНТЕРПОЛЯЦИОННЫХ СПЛАЙНОВ

**АННОТАЦИЯ** В работе предложена методика проектирования оптимальных турбинных профилей с использованием кубических интерполяционных сплайнов. Проведена оптимизация турбинных профилей по геометрическому критерию качества и по критерию минимума профилейных потерь. Показана возможность повышения эффективности турбинных профилей с использованием предложенных кривых. Приведены формы полученных оптимальных профилей и распределение векторов скорости в межлопаточном канале.

**Ключевые слова:** кубический интерполяционный сплайн, турбинная решетка, критерий качества, оптимизация турбинного профиля

**A. V. BOIKO, A. P. USATY, V. S. BARANNIK**

## DESIGNING OPTIMAL TURBINE PROFILES USING CUBIC INTERPOLATION SPLINES

**ABSTRACT** The optimization of turbine cascade implies a change in the shape of profiles along the entire edge of the blade or in particular sections of it. The shapes of obtained profiles depend directly on the selected type of curve used to describe them. The selected type of curve should fulfill the most important requirement set for turbine profiles that is, the profile contour must have a smooth edging. This paper proposes the method of design for optimal turbine profiles using cubic interpolation splines. The cascade profile is formed by two cubic splines that circumscribe the discharge part, one cubic spline that circumscribes the pressure side and also two circumferences that circumscribe inlet and outlet edges. Specified boundary conditions on curve edges were maintained using the method of conjugated Fletcher-Reeves gradients. Since a degree of cubic interpolation spline is independent of the amount of supporting points, i.e. spline joints, therefore for more precise description of initial profile intermediate points were added whose coordinates were later on used as optimizable parameters. Turbine profiles were optimized using the offered technique. The optimization was carried out using two statements: with the geometric quality factor and with a factor of minimum profile losses for different types of profiles. CDF was used for the optimization of a profile in the 2-D statement to evaluate its efficiency. Computation data showed that it is possible to increase the aerodynamic efficiency when the profile is streamlined by a flow of viscous liquid. This scientific paper gives the optimization data with respect to the geometric quality factor and a factor of minimum profile losses, and the distribution of velocity vectors in the blade channel.

**Key words:** cubic interpolation spline, turbine cascade, quality factor and the turbine profile optimization.

### Введение

В настоящее время повышение аэродинамической эффективности проточных частей турбоустановок чаще всего осуществляют с помощью пространственного изменения формы лопаток. Как правило для этой цели применяют различного рода навалы [1, 2]. Реже встречаются подходы, в которых увеличение эффективности достигается за счет применения специальных перегородок на торцевых поверхностях или профилирование торцов, оказывающих существенное влияние на вторичные течения [3, 4]. Однако нельзя не учесть тот факт, что при постановке задачи оптимизации турбинной решетки необходимым является варьирование формы профиля лопатки по всей высоте или на определенных ее участках, что влечет за собой не только изменение характера обтекания решетки, но и изменение ее интегральных характеристик [5, 6].

В свою очередь, постановка задачи оптимизации формы профиля турбинной решетки выдвигает серьезные требования к методам параметризации профиля. Аналитическое построение профиля осуществляют с использованием различного рода кривых (степенных полиномов [7, 8], кривых

Безье [9, 10], NURBS), обеспечивающих важнейшее требование аэродинамического совершенства – плавность изменения контура.

### Цель работы

Данная статья посвящена проектированию турбинных профилей с помощью интерполяционных кубических сплайнов.

### Применение кубического интерполяционного сплайна к построению турбинных профилей

Наиболее важным требованием, предъявляемым к турбинным профилям, является плавность изменения его обводов. При этом кривая описывающая стороны профиля должна удовлетворять граничным условиям на ее концах, а для стороны разрежения и в точке горла.

Таким образом, задача проектирования профиля турбинной решетки сводится к определению формы кривой с заданными граничными условиями, описывающей профиль, и выбору варьируемых параметров для постановки оптимизационной задачи.

С точки зрения конструктора наиболее плавной кривой является изогнутая балка – сплайн. В работе [11] было показано, что практическое решение уравнения Эйлера с геометрическим критерием качества минимум потенциала энергии искривления балки приводит к полиному третьей степени, а весь сплайн – к кусочной функции.

Рассмотрим построение сторон турбинного профиля с использованием кубического интерполяционного сплайна.

В общем виде кривая, описывающая стороны профиля, будет представлять собой функцию, каждый отрезок которой образован многочленом третьей степени типа

$$y_i(x) = a_i + b_i(x - x_i) + \frac{c_i}{2}(x - x_i)^2 + \frac{d_i}{6}(x - x_i)^3, \quad (1)$$

где  $(x - x_i)$  – расстояние между узлами сплайна;  $a_i, b_i, c_i, d_i$  – неизвестные коэффициенты сплайна;  $i = 0, 1, 2, 3, \dots, n$ .

При этом плавность обводов профиля обеспечивается свойствами кубического интерполяционного сплайна, а именно сохранение непрерывности первой и второй производной на всем протяжении кривой.

Из (1) видно, что задача определения формы интерполяционного кубического сплайна заключается в поиске неизвестных коэффициентов многочлена на каждом участке кривой.

Предположим, сторона профиля описывается  $n$ -м количеством участков (рис. 1). Тогда для определения формы кубического сплайна необходимо найти  $4n$  неизвестных. При этом известными считаются значение функции в каждом узле сплайна, равное  $n + 1$ , и условие дважды непрерывного дифференцирования во внутренних узлах дает непрерывность функции  $f_i(x)$  и ее первой и второй производной. Количество внутренних точек равно  $n - 1$ . Итого для поиска  $4n$  неизвестных имеем  $4n - 2$  условия.

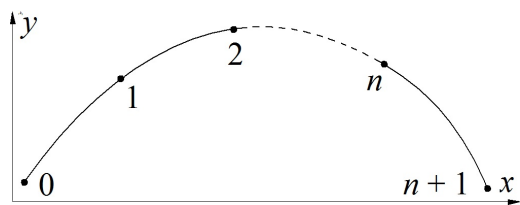


Рис. 1 – К построению кубического интерполяционного сплайна

Два недостающих условия находят из условий ограничения кривой на ее концах. В качестве ограничений могут выступать первые, вторые и третьи производные функции в крайних узлах.

В данном случае предлагается использовать условие «свободного закрепления» на концах сплайна. При этом граничные условия в точках стыковки кубических сплайнов с входной и вы-

ходной кромкой, а для «спинки» и в точке горла, выдерживались следующим образом:

- поиск неизвестных коэффициентов сплайна;
- определение вторых производных в узловых точках, полученного сплайна;
- варьирование значений вторых производных до выполнения условия  $y'_i = y'$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , где  $y'_i$  – значение первых производных в узле сплайна, полученные путем варьирования вторых производных в этих узлах.

Минимизация суммы квадрата невязки  $-\sum_{i=1}^n |y'_i - y'|^2$  осуществлялась с помощью метода сопряженных градиентов Флетчера-Ривса.

### Особенности параметрической модели при описании формы профиля кубическими интерполяционными сплайнами

Параметрическую модель турбинного профиля в данном случае удобно представить в виде двух интерполяционных сплайнов, описывающих сторону разрежения, одного кубического сплайна, описывающего сторону давления профиля, и двух окружностей, описывающих входную и выходную кромки.

Преимуществом использования кубических сплайнов в сравнении со степенными полиномами является сохранение степени сплайна при увеличении количества узлов, на которые опирается кривая.

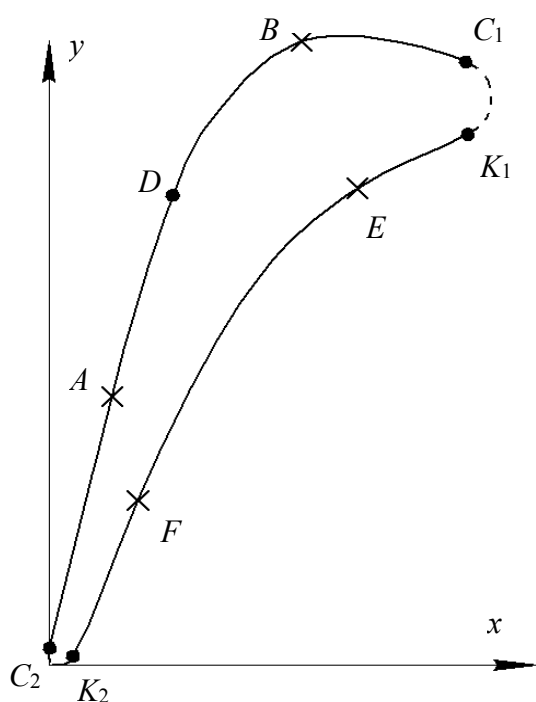
С учетом выше сказанного, для более точного описания исходной формы профиля кубическим интерполяционным сплайном, к существующим узлам, определенным при помощи зависимостей [10], добавляют промежуточные узлы.

В качестве варьируемых параметров при данном подходе предлагается использовать координаты промежуточных узлов.

К примеру, на рис. 2 в качестве основных узлов выступают точки  $C_2, D, C_1, K_1, K_2$ , варьируемыми –  $A, B, E, F$ . В точках  $C_2, D, C_1, K_1, K_2$  достигалось равенство значений первых производных, определяемых по зависимостям [7].

Метод проектирования турбинных профилей с помощью кубических интерполяционных сплайнов был реализован и интегрирован в программу САПР «Турбоагрегат» (TurboOptProject). На рис. 3 приведено диалоговое окно проектирования и оптимизации турбинных профилей по геометрическому критерию качества.

Проектировщику предоставляется возможность выбора количества точек для варьирования как на стороне разрежения так и стороне давления профиля.



- – основні вузлові точки
- × – проміжні вузлові точки

Рис. 2 – Профіль турбінної лопатки, побудований з допомогою кубічних інтерполяційних сплайнів

### Оптимизация турбинного профиля по геометрическому критерию качества

Как уже было упомянуто выше, одним из требований аэродинамически совершенных профилей является плавно изменяющаяся кривизна по обводу профиля. Критериями качества при постановке задачи оптимизации могут выступать минимум максимальной кривизны (2), минимум потенциальной энергии изгиба кривой (3) либо их комбинация с разными весовыми долями.

$$\max|k| \rightarrow \min, \tag{2}$$

где  $k = y'' / (1 + y'^2)^{1.5}$  – кривизна.

$$U \rightarrow \min, \tag{3}$$

где  $U = \frac{EJ_0}{2} \int_{x_0}^{x_1} k^2 dx$ ;  $E$  – модуль упругости;  $J_0$  –

момент инерции сечения балки;  $\frac{EJ_0}{2} = \text{const}$ .

Анализируя (3) видно, что кривая примет такую форму, при которой значение потенциальной энергии деформации будет минимальное, то есть функция описывающая форму балки, должна удовлетворять минимуму функционала

$$J = \int_{x_0}^{x_1} \frac{y''^2}{(1 + y'^2)^3} dx. \tag{4}$$

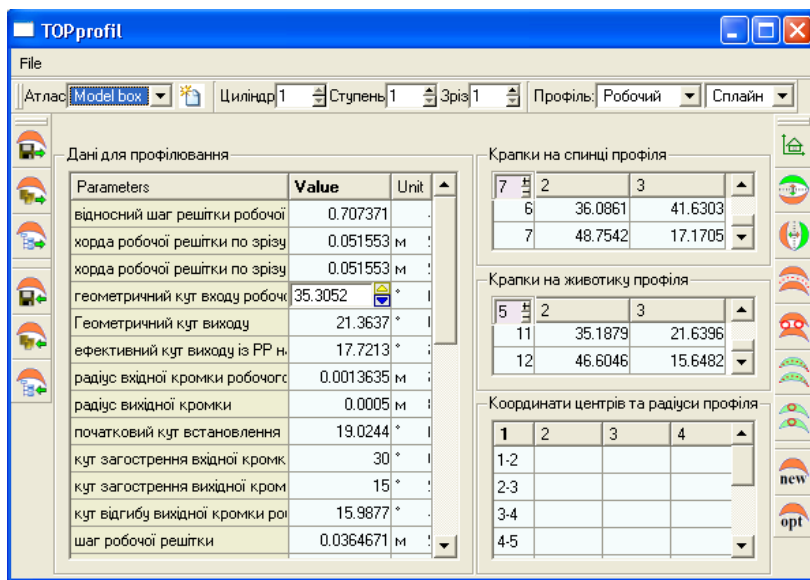


Рис. 3 – Диалоговое окно проектирования турбинных профилей

Объектом исследований при оптимизации формы профиля по геометрическому критерию качества является решетка активного типа. Данный выбор обусловлен прежде всего сложностью плавного описания стороны разрезания для данного типа профилей. Критерий качества – минимум энергии изгиба кривой и минимум максимальной кривизны в равных весовых долях.

На рис. 4 приведены результаты проектирования турбинного профиля с использованием кубических интерполяционных сплайнов и формы оптимизированных профилей по геометрическому критерию качества с различным числом узловых точек на сторонах давления и разрезания.

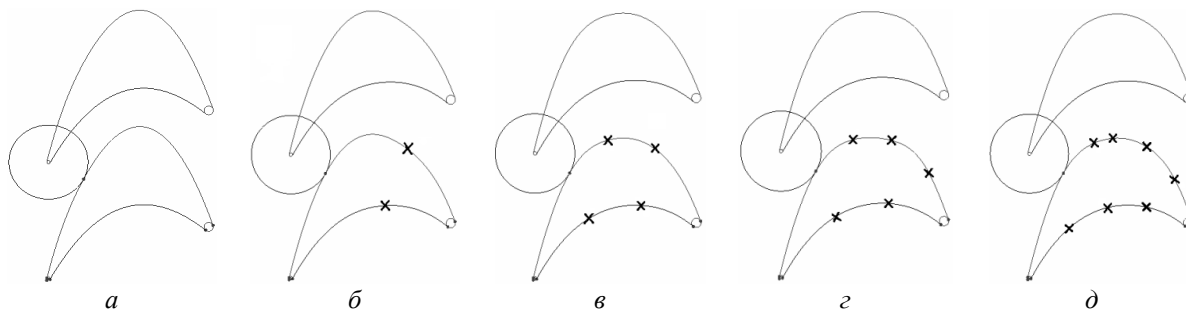


Рис. 4 – Оптимізація турбінного профіля по геометричному критерію якості:  
 а – спроектований профіль по трьох точках на «спинке» і двох точках на «животику»;  
 б – оптимізований профіль по одній точці на «спинке» і одній точці на «животику»;  
 в – оптимізований профіль по двом точкам на «спинке» і двом точкам на «животику»;  
 г – оптимізований профіль по трьох точках на «спинке» і двом точкам на «животику»;  
 д – оптимізований профіль по чотирьох точкам на «спинке» і трьох точкам на «животику»

**Оптимізація турбінного профіля по критерію якості мінімуму профільних втрат**

Оптимізація профіля в двумірній постановці привела к достаточному несподіваним результатам. На рис. 5 приведені форми вихідного і оптимального профілів.

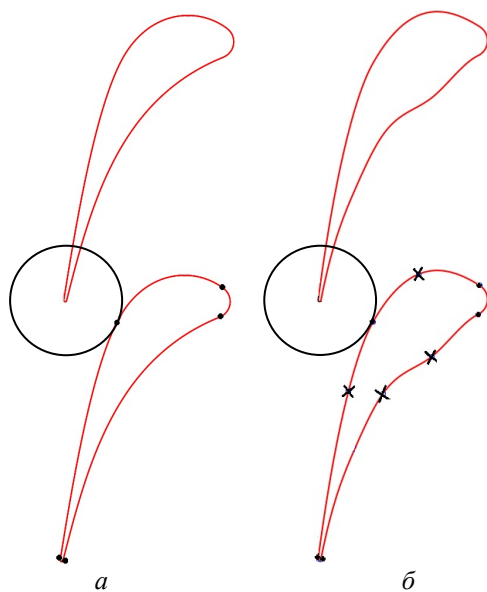


Рис. 5 – Форма профіля  
 а – вихідний; б – оптимальний

Оптимізуємими параметрами виступали координати чотирьох проміжних точок, то єсть варіювалось вісім параметрів. При цьому були наложени обмеження на расход рабочего тела ( $\pm 0,05\%$  в относительных величинах) и площадь поперечного сечения профіля (не ниже площади исходного варианта). Оптимізаційний підхід – теорія планування експеримента и ЛПТ-поиск.

Форма профіля, забезпечуюча мінімум профільних втрат була досягнута на сьомій ітерації оптимізаційної задачі.

Снижение профільних втрат при данной постановке составило 5,85% в относительных величинах с соблюдением наложенных ограничений. Как видно из рис. 5, оптимальная форма профіля на «животику» существенно отличается от исходного варианта и имеет некоторое сходство с так называемыми «дельфинообразными» профілями.

Для более детального анализа причин повышения эффективности на рис. 6 приведено распределение векторов скорости в межлопаточном канале исходного и оптимального вариантов.

Из рис. 6 видно, что обтекание профіля оптимальной формы потоком вязкой жидкости приводит к утонению пограничного слоя на «спинке» профіля. В свою очередь существенного отличия в обтекании «животика» исходного и оптимального вариантов не замечено.

Стоит отметить, что одним из преимуществ данного подхода проектирования турбинных профілей в сравнении с проектированием профілей кривыми Безье и степенными полиномами является достаточная простота прогнозирование и управление поведением кривой, что в свою очередь приводит к удобству процесса оптимізації.

**Выводы**

- 1 Предложена методика проектирования оптимальных турбинных профілей с помощью кубических интерполяционных сплайнов.
- 2 Рассмотрены особенности параметрической модели турбинных решеток, образованных кубическими интерполяционными сплайнами.
- 3 Проведена оптимізація турбинных профілей по геометрическому критерию качества и по критерию минимума профільних втрат, которые показали правомерность использования разработанной методики для получения турбинных профілей с оптимальными характеристиками.

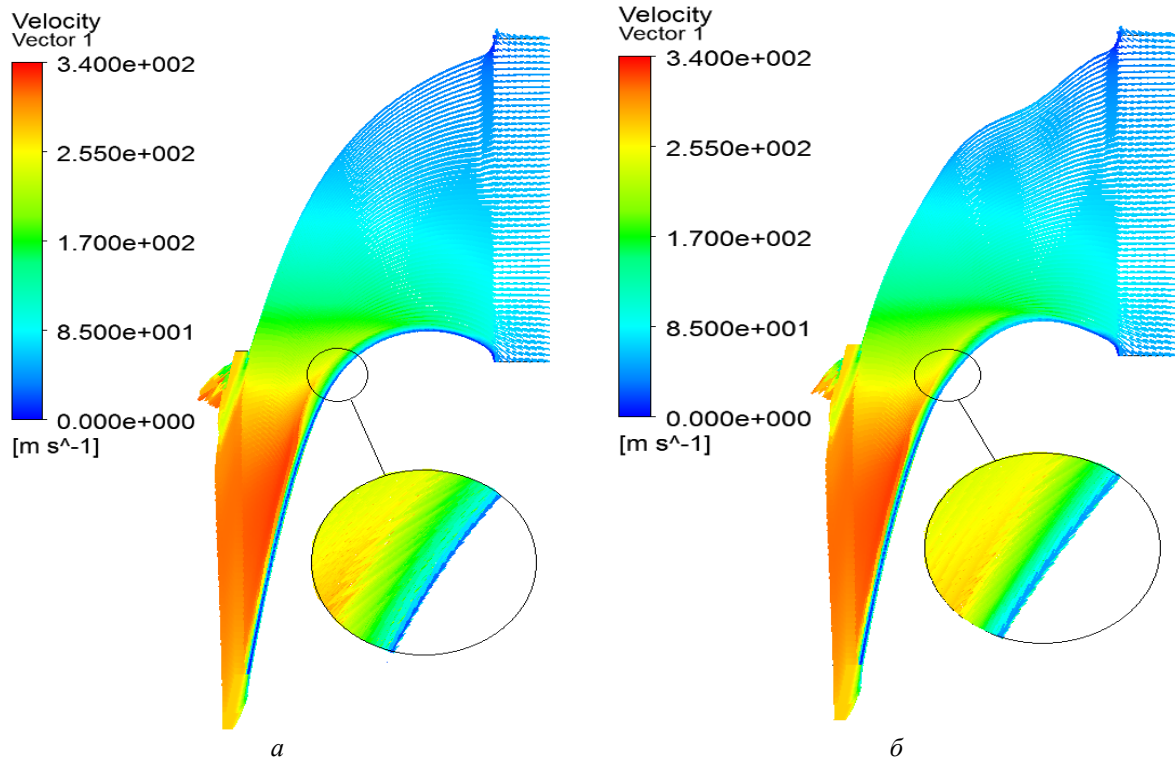


Рис. 6 – Розподілення вектора швидкості в міжлопаточному каналі:  
а – вихідний варіант; б – оптимальний варіант

#### Список литературы

- 1 **Бойко, А. В.** Применение вычислительной аэродинамики к оптимизации лопаток турбомашин [Текст] : моногр. / **А. В. Бойко, Ю. Н. Говорущенко, М. В. Бурлака.** – Харьков : НТУ «ХПИ», 2012. – 192 с.
- 2 **Русанов, А. В.** Аеродинамічне вдосконалення ступені циліндру високого тиску парової турбіни потужністю 325 МВт за допомогою просторового профілювання лопаток [Текст] / **А. В. Русанов, С. В. Левченко, В. Л. Швецов** и др. // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2010. – № 7. – С. 9–14. – ISSN 1729-3774.
- 3 **Li, D.** Numerical investigation of the NON-aximmetric end wall application to the white cascade [Text] / **D. Li, H. Chen, Y. Song** et al. // Proceedings of ASME Turbo Expo. Montreal, Quebec, Canada, 15–19 June 2015. – GT2015-42261.
- 4 **Ingram, G.** investigation of a novel secondary flow feature in a turbine cascade with end wall profiling [Text] / **G. Ingram, D. Gregory-Smith** // Proceedings of ASME Turbo Expo. Vienna, Austria, June 14–17 2004. – GT2004-53589.
- 5 **Sangston, K.** Endwall loss reduction of high lift low pressure turbine airfoils using profile contouring – part II: validation [Text] // **K. Sangston, J. Little, M. E. Lyall** et al. // Proceedings of ASME Turbo Expo San Antonio, Texas, USA, 3–7 June 2013. – GT2013-95002.
- 6 **Yamada, Y.** Suppression of secondary flows in an axial flow turbine rotor with a novel blade design concept [Text] / **Y. Yamada, T. Shibata, S. Nakakido** et al. // Proceedings of ASME Turbo Expo. Düsseldorf, Germany, 16–20 June 2014. – GT2014-25630.
- 7 **Бойко, А. В.** Оптимальное проектирование проточной части осевых турбин [Текст] / **А. В. Бойко.** – Харьков : Вища школа. Изд-во при Харьк. ун-те, 1982. – 152 с.
- 8 **Русанов, А. В.** Метод аналитического профилирования лопаточных венцов проточных частей осевых турбин [Текст] / **А. В. Русанов, Н. В. Пашенко, А. И. Косьянова** // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2009. – Т. 2, № 7. – С. 32–37. – ISSN 1729-3774.
- 9 **Fazil, J.** Investigation of airfoil profile design using reverse engineering Bezier curve [Text] / **J. Fazil, V. Jayakumar** // Journal of Engineering and Applied Sciences. – 2011. – Vol.6, No. 7. – P. 43–52. – ISSN 1819-6608.
- 10 **Бойко, А. В.** Пространственная оптимизация лопатки прямой турбинной решетки с изменением профиля по высоте [Текст] / **А. В. Бойко, Ю. Н. Говорущенко, В. С. Баранник** // Вісник НТУ «ХПИ». Серія: Енергетичні та теплотехнічні процеси й устаткування. – Харків : НТУ «ХПИ», 2013. – № 14(988). – С. 5–10. – Бібліогр. : 4 назв. – ISSN 2078-774X.
- 11 **Кожевников, С. Н.** Геометрический критерий плавности контура профиля турбинной лопатки [Текст] / **С. Н. Кожевников** // Известия высших учебных заведений. Серия: Энергетика. – Минск, 1989. – С. 91–93.

#### Bibliography (transliterated)

- 1 **Boiko, A. V., Govorushchenko, Yu. N. and Burlaka, M. V.** (2012), *Primenenie vychislitel'noj ajerodinamiki k optimizacii lopatok turbomashin* [Application of computational fluid dynamics to optimization of turbomachine blades], NTU “KhPI”, Kharkov, Ukraine.
- 2 **Rusanov, A. V., Levchenko, E. V., Shvetsov, V. L.** et al. (2010), “Aerodynamic improvement of the high

- pressure cylinder stage by capacity 325 MW using spatial blade profiling”, *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, no. 7, pp. 9–14.
- 3 **Li, D., Chen, H., Song, Y. et al.** (2015), “Numerical investigation of the NON-aximmetric end wall application to the white cascade”, *Proceedings of ASME Turbo Expo*, Montreal, Quebec, Canada, 15–19 June.
  - 4 **Ingram, G. and Gregory-Smith, D.** (2004), “Investigation of a novel secondary flow feature in a turbine cascade with end wall profiling”, *Proceedings of ASME Turbo Expo*, Vienna, Austria, June 14–17.
  - 5 **Sangston, K., Little, J., Lyall, M. E. et al.** (2013), “Endwall loss reduction of high lift low pressure turbine airfoils using profile contouring – part II: validation”, *Proceedings of ASME Turbo Expo*, San Antonio, Texas, USA, 3–7 June 2013.
  - 6 **Yamada, Y., Shibata, T., Nakakido, S. et al.** (2014), “Suppression of secondary flows in an axial flow turbine rotor with a novel blade design concept”, *Proceedings of ASME Turbo Expo*, Düsseldorf, Germany, 16–20 June 2014.
  - 7 **Boiko, A. V. (1982)**, *Optimal'noe proektirovanie prochnoj chasti osevyh turbin* [Optimal design of the axial turbine flow path], Vishha shkola. Izd-vo pri Har'k. unte, Kharkov, Ukraine.
  - 8 **Rusanov, A. V., Pashchenko, N. V. and Kosyanova, A. I.** (2009), “Method of the blade rows analytic profiling of the axial turbine flow path”, *East uropean journal of the advanced technology*, vol. 2, no. 7, pp. 32–37.
  - 9 **Fazil, J. and Jayakumar, V.** (2011), “Investigation of airfoil profile design using reverse engineering bezier curve”, *Journal of Engineering and Applied Sciences*, vol. 6, no. 7, pp. 43–52, – ISSN 1819-6608.
  - 10 **Boiko, A. V., Govorushchenko, Yu. N. and Barannik, V. S.** (2013), “The spatial optimization of direct turbine row blade by changing profile in height”, *Bulletin of NTU “KhPI”. Series: Power and heat engineering processes and equipment*, no. 14(988), pp. 5–10.
  - 11 **Kozhevnikov, S. N.** (1989), “A geometric criterion for smooth contour turbine blade profile”, *Proceedings of the higher educational institutions. Series: Energy*, Minsk, Belarus, pp. 91–93.

#### Сведения об авторах (About authors)

**Бойко Анатолий Владимирович** – доктор технических наук, профессор, профессор кафедры турбиностроения, Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт», г. Харьков, Украина; e-mail: aboiko@kpi.kharkov.ua, ORCID 0000-0003-4549-3577.

**Boiko Anatoly** – Doctor of technical science, Professor, Professor of Turbine Projection Chair named after prof. Makovski V. M., National Technical university “Kharkov Polytechnic Institute”, Kharkov, Ukraine.

**Усатый Александр Павлович** – доктор технических наук, старший научный сотрудник, Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт», профессор кафедры турбиностроения, г. Харьков, Украина; e-mail: alpaus@ukr.net, ORCID 0000-0002-8568-5007.

**Usaty Alexander** – Doctor of technical science, Senior researcher, Professor of Turbine Projection Chair named after prof. Makovski V. M., National Technical university “Kharkov Polytechnic Institute”, Kharkov, Ukraine.

**Баранник Валентин Сергеевич** – младший научный сотрудник, Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт», кафедра турбиностроения, г. Харьков, Украина; e-mail: Valentin.Barannik@gmail.com, ORCID 0000-0002-1472-0143.

**Barannik Valentine** – junior researcher, Turbine Projection Chair named after prof. Makovski V. M., National Technical university “Kharkov Polytechnic Institute”, Kharkov, Ukraine.

*Пожалуйста ссылаетесь на эту статью следующим образом:*

**Бойко, А. В.** Проектирование оптимальных турбинных профилей с помощью кубических интерполяционных сплайнов [Текст] / **А. В. Бойко, А. П. Усатый, В. С. Баранник** // *Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Енергетичні та теплотехнічні процеси й устаткування*. – Харків : НТУ «ХПІ», 2016. – № 9(1181). – С. 31–36. – Бібліогр.: 11 назв. – ISSN 2078-774X. – doi: 10.20998/2078-774X.2016.09.04.

*Please cite this article as:*

**Boiko, A. V., Usaty, A. P. and Barannik, V. S.** (2016), “Designing Optimal Turbine Profiles Using Cubic Interpolation Spline”, *Bulletin of NTU “KhPI”. Series: Power and heat engineering processes and equipment*, no. 9(1181), pp. 31–36, ISSN 2078-774X, doi: 10.20998/2078-774X.2016.09.04.

*Будь ласка посилаетесь на цю статтю наступним чином:*

**Бойко, А. В.** Проективання оптимальних турбінних профілів за допомогою кубічних інтерполяційних сплайнів [Текст] / **А. В. Бойко, О. П. Усатий, В. С. Баранник** // *Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Енергетичні та теплотехнічні процеси й устаткування*. – Харків : НТУ «ХПІ», 2016. – № 9(1181). – С. 31–36. – Бібліогр.: 11 назв. – ISSN 2078-774X. – doi: 10.20998/2078-774X.2016.09.04.

**АНОТАЦІЯ** В роботі запропонована методика проектування оптимальних турбінних профілів з використанням кубічних інтерполяційних сплайнів. Проведена оптимізація турбінних профілів по геометричному критерію якості та по критерію мінімуму профільних втрат. Показана можливість підвищення ефективності турбінних профілів з використанням запропонованих кривих. Приведені форми отриманих оптимальних профілів та розподіл векторів швидкості в міжлопатковому каналі.

**Ключові слова:** кубічний інтерполяційний сплайн, турбінна решітка, критерій якості, оптимізація турбінного профілю.

*Поступила (received) 08.01.2016*