

УДК 631.362

Л.Н. Тищенко, чл.-кор. НААНУ, проф., д-р техн. наук, В.П. Ольшанский, проф., д-р физ.-мат. наук, С.В. Ольшанский, инженер

*Харьковский национальный технический университет сельского хозяйства им. П. Василенко*

## Об окружном движении слоёв зерновой смеси в цилиндрическом виброрешете

С помощью уравнения гидродинамики описано окружное скольжение слоев виброожиженной зерновой смеси, которое происходит вследствие вращения вертикального цилиндрического виброрешета с просеиванием проходовой фракции через отверстия в его рабочей поверхности.

**цилиндрическое виброрешето, зерновая смесь, окружное скольжение**

Проблема. Математическое моделирование движения сепарируемой зерновой смеси связано с интенсификацией виброрешетного разделения смеси на фракции. Распространен метод моделирования зерновых потоков, основанный на аналогиях движений вязкой жидкости и сыпучей среды в условиях вибраций. Согласно этому методу определение скорости движения зерновой смеси по решету сводится к решению краевой задачи гидродинамики. В большинстве исследований, связанных с цилиндрическим виброрешетом, указанным способом определяли продольную (осевую) проекцию скорости потока. Гораздо меньше внимания уделено определению окружной (тангенциальной) проекции, которая также связана с сегрегацией и просеиванием проходовой фракции, а поэтому заслуживает отдельного изучения.

Анализ последних исследований и публикаций. Зависимость окружной скорости от радиальной координаты  $r$  в кольцевом слое зерновой смеси теоретически исследована в [1,2]. В [1] решена краевая задача гидродинамики без учета разделения смеси на сходовую и проходovou фракции. Показано, что в установившемся режиме движения окружная скорость пропорциональна  $r$ , как во вращающемся абсолютно твердом теле. При учете просеивания проходовой фракции окружная скорость зависит от  $r$  нелинейно [2], т.е. происходит окружное скольжение слоев смеси, которые вращаются с разными угловыми скоростями. Этот эффект требует дальнейшего количественного изучения, что и определило цель работы.

Целью работы является исследование влияния скорости просеивания проходовой фракции на окружное скольжение слоев зерновой смеси при вращении цилиндрического виброрешета.

Изложение основного материала. Исходим из расчетной схемы вертикального цилиндрического решета, представленной на рис. 1.

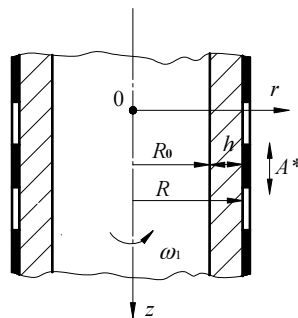


Рисунок 1 - Расчетная схема вертикального цилиндрического решета с сепарируемой зерновой смесью

Символами  $R$  и  $h$  обозначены радиус решета и толщина кольцевого слоя зерна с внутренним радиусом  $R_0 = R - h$ ;  $r, z$  – соответственно радиальная и осевая координаты цилиндрической системы координат;  $A^*$  и  $\omega^*$  – амплитуда и частота осевых вертикальных вибраций решета, которое вращается вокруг оси  $Oz$  с постоянной угловой скоростью  $\omega_1$ .

От значений этих параметров зависит эффективная кинематическая вибровязкость смеси  $\nu$  [3].

Используя допущения работы [2], определение окружной проекции скорости потока  $u_\varphi$  сводим к решению дифференциального уравнения:

$$\frac{d^2 u_\varphi}{dr^2} + \frac{1-\lambda}{r} \frac{du_\varphi}{dr} - \frac{1+\lambda}{r^2} u_\varphi = 0, \quad (1)$$

которое получено в [2] из системы Навье-Стокса.

Коэффициент  $\lambda$  в (1) зависит от коэффициента «живого сечения» решета  $\varepsilon$  и радиальной проекции скорости просеивания зерен через отверстия  $v_{II}$ . Он определяется выражением:

$$\lambda = \varepsilon v_{II} R \nu^{-1}.$$

Таким образом, без учета просеивания проходовой фракции  $\lambda = 0$ .

Определим зависимость окружной скорости  $\omega$  вращения слоев от координаты  $r$ . Для этого, подставив

$$u_\varphi = r \cdot \omega$$

в (1), получаем уравнение:

$$\frac{d^2 \omega}{dr^2} + \frac{3-\lambda}{r} \frac{d\omega}{dr} - \frac{2\lambda}{r^2} \omega = 0. \quad (2)$$

Его будем решать при граничных условиях:

$$\left. \frac{d\omega}{dr} \right|_{r=R_0} = 0; \quad \omega(R) = \omega_1. \quad (3)$$

Поскольку (2) является уравнением Эйлера, его решение представляем степенной функцией:

$$\omega = r^K. \quad (4)$$

Подставив (4) в (2), получаем:

$$K^2 + (2-\lambda)K - 2\lambda = 0. \quad (5)$$

Корнями (5) являются:

$$K_1 = -2; \quad K_2 = \lambda.$$

Поэтому общее решение уравнения (2) имеет вид:

$$\omega = c_1 r^{-2} + c_2 r^\lambda. \quad (6)$$

Решение (6) удовлетворяет граничным условиям (3), когда:

$$c_1 = \omega_1 R^2 \frac{\lambda}{\lambda + 2 \left( \frac{R}{R_0} \right)^{\lambda+2}}; \quad c_2 = \omega_1 R^2 \frac{\lambda}{\lambda R_0^{\lambda+2} + 2 R^{\lambda+2}}.$$

Используя (6), окружное скольжение слоев характеризуем параметрами:

$$\delta(r) = 100 \frac{\omega}{\omega_1} \% ; \quad \tau(r) = \frac{d\omega}{dr}.$$

Первый определяет в процентах уменьшение угловой скорости вращения частиц смеси вокруг вертикальной оси по отношению к  $\omega_1$ , а второй – пропорционален

окружному касательному напруженню и характеризует интенсивность изменения угловой скорости по толщине кольцевого слоя.

Вычисление параметров скольжения сводится к формулам:

$$\delta(r) = \frac{100}{\omega_1} (c_1 r^{-2} + c_2 r^\lambda) \% ; \quad \tau(r) = -2c_1 r^{-3} + \lambda c_2 r^{\lambda-1}. \quad (7)$$

Далее проведем апробацию приближенного метода, построив другое аналитическое решение краевой задачи (2), (3). Разрешим (2) относительно второй производной:

$$\frac{d^2 \omega}{dr^2} = \frac{2\lambda}{r^2} \omega - \frac{3-\lambda}{r} \frac{d\omega}{dr}. \quad (8)$$

Последовательным дифференцированием (8) можно находить производные высших порядков.

Решение уравнения (8) представим частичной суммой ряда Тейлора в окрестности точки  $r = R_0$ :

$$\omega = \sum_{m=0}^4 \frac{a_m}{m!} (r - R_0)^m. \quad (9)$$

В сумме (9)  $a_m = \left. \frac{d^m \omega}{dr^m} \right|_{r=R_0}$  – производные  $\omega$  при  $r = R_0$ .

Используя (3) и (8), находим  $a_m$ , что приводит к решению:

$$\omega = a_0 \sum_{m=0}^4 \frac{b_m}{m!} (r - R_0)^m, \quad (10)$$

в котором  $b_0 = 1$ ;  $b_1 = 0$ ;  $b_2 = \frac{2\lambda}{R_0^2}$ ;  $b_3 = -\frac{2\lambda}{R_0^3}(5-\lambda)$ ;  $b_4 = \frac{2\lambda}{R_0^4}(27-8\lambda+\lambda^2)$ .

Множитель  $a_0$  находим подстановкой (10) во второе граничное условие (3). Получаем:

$$a_0 = \omega_1 \left( \sum_{m=0}^4 \frac{b_m h^m}{m!} \right)^{-1}.$$

Таким образом, все коэффициенты в (10) определены.

Согласно приближенному решению вычисление параметров скольжения смеси сводится к формулам:

$$\delta(r) = 100 \frac{\sum_{m=0}^4 \frac{b_m}{m!} (r - R_0)^m}{\sum_{m=0}^4 \frac{b_m}{m!} h^m} \% ; \quad \tau(r) = \omega_1 \frac{\sum_{m=1}^3 \frac{b_{m+1}}{m!} (r - R_0)^m}{\sum_{m=0}^4 \frac{b_m}{m!} h^m} \% . \quad (11)$$

Вследствие дифференцирования точность формулы  $\tau(r)$  ниже, чем точность  $\delta(r)$ .

Чтобы убедиться в небольшой погрешности приближенного решения, сравним численные результаты, к которым приводят формулы (7) и (11).

Для проведения расчетов принимаем:  $R = 0,3075$  м;  $\omega_1 = 11,77$  с<sup>-1</sup>;  $\varepsilon = 0,4$ ;  $\rho = 750$  кг/м<sup>3</sup>;  $h = 0,012$  м.

Результаты вычисления  $\delta(r)$  и  $\tau(r)$  для  $\bar{r} = (r - R_0)h^{-1}$  при  $\mu = \rho\nu = 0,11$  Па·с;  $\nu_{II} = 0,018$  м/с записаны в таблицу. Числа в числителях получены по (7), а в знаменателях – по (11).

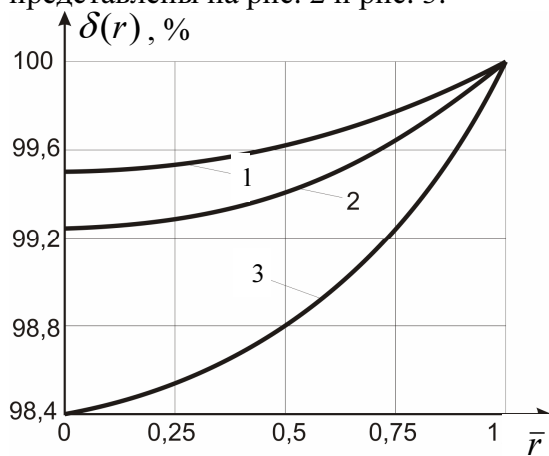
Таблица 1 - Значения  $\delta(r)$  и  $\tau(r)$ , вычисленные двумя методами

| $\bar{r}$                   | 0                       | 0,2                     | 0,4                     | 0,6                     | 0,8                     | 1                       |
|-----------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| $\delta(r), \%$             | $\frac{97,201}{97,205}$ | $\frac{97,300}{97,304}$ | $\frac{97,610}{97,614}$ | $\frac{98,150}{98,153}$ | $\frac{98,938}{98,941}$ | $\frac{100}{100}$       |
| $\tau(r), (\text{мс})^{-1}$ | $\frac{0}{0}$           | $\frac{9,897}{9,897}$   | $\frac{20,660}{20,656}$ | $\frac{32,387}{32,362}$ | $\frac{45,179}{45,098}$ | $\frac{59,152}{58,947}$ |

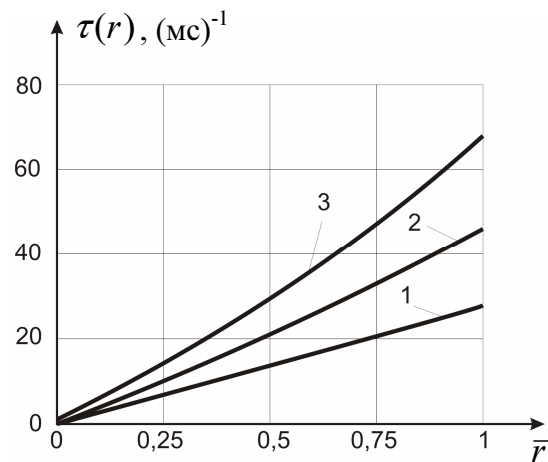
Сравнительный анализ приводит к выводу, что погрешность приближенного метода небольшая и он пригоден для решения рассматриваемых одномерных краевых задач.

Двумерные вихревые потоки в гидроневмосепараторе описывают с помощью функций Бесселя [4].

Графики  $\delta(r)$  и  $\tau(r)$ , рассчитанные при  $\mu = 0,11$  Па·с, для трех значений  $v_{II}$ , представлены на рис. 2 и рис. 3.

Рисунок 2 - Зависимости  $\delta(r)$  при различных

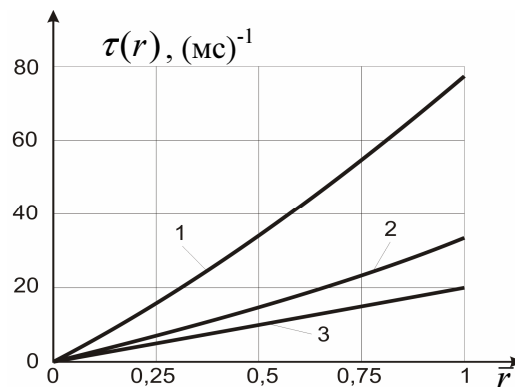
$v_{II}$ : 1, 2, 3 –  $v_{II} = 0,01; 0,015; 0,02$  м/с

Рисунок 3 - Зависимости  $\tau(r)$  при различных

$v_{II}$ : 1, 2, 3 –  $v_{II} = 0,01; 0,015; 0,02$  м/с

Оба параметра увеличиваются с ростом  $r$ , причем зависимость их от радиальной координаты нелинейная. Угловая скорость вращения наименьшая на свободной поверхности слоя, где  $\bar{r} = 0$ . Параметр скольжения  $\tau(r)$  наибольший у поверхности решета, где  $\bar{r} = 1$ . Значения этих параметров зависят также от скорости просеивания зерен через отверстия в решете. С ростом  $v_{II}$ :  $\delta(r)$  уменьшается, а  $\tau(r)$  – увеличивается, т.е. четче проявляется эффект окружного проскальзывания слоев смеси.

Проскальзывание зависит и от эффективной динамической вязкости смеси  $\mu = \rho\nu$ . Это подтверждают графики  $\tau(r)$ , на рис. 4, рассчитанные для трех значений  $\mu$ .

Рисунок 4 - Зависимости  $\tau(r)$  при различных  $\mu$ : 1, 2, 3 –  $\mu = 0,1; 0,2; 0,3$  Па с

Проявление эффекта проскальзывания усиливается с уменьшением вибровязкости слоев, чему служит постанова рифлей [5], а также увеличение амплитуды и частоты вибраций решета.

Выводы. Изложенная теория показывает, что, вследствие просеивания проходовой фракции, во вращающемся цилиндрическом решете возникает окружное проскальзывание слоев зерновой смеси. Оно также зависит от параметров вибраций решета. Чем больше частота и амплитуда вибраций решета, тем больше окружное проскальзывание слоев.

## Список литературы

1. Тищенко Л.Н. О решениях упрощенных уравнений Навье-Стокса в гидродинамической модели движения зерновой смеси / Л.Н. Тищенко, Ф.М. Абдуева, В.П. Ольшанский // Вісник Харківського національного технічного університету сільського господарства: Механізація сільськогосподарського виробництва. – Харків: ХНТУСГ, 2008. – Вип. 75, Том 1. – С. 217-223.
2. Тищенко Л.Н. К расчету движения зерновой смеси по вертикальному цилиндрическому решету вибросепаратора / Л.Н. Тищенко, В.П. Ольшанский, С.В. Ольшанский // Вібрації в техніці та технологіях. – 2009. – № 2(54). – С. 50-55.
3. Тищенко Л.Н. Сравнение двух способов определения коэффициента вибровязкости псевдооживленной зерновой смеси при виброцентробежном сепарировании / Л.Н. Тищенко, Ф.М. Абдуева, В.П. Ольшанский // Вібрації в техніці та технологіях. – 2008. – № 1(50). – С. 96-100.
4. Пастушенко С.І. Математичне дослідження вихрової гідродинаміки гідропневмосепаратора / С.І. Пастушенко, М.М. Огієнко // Вісник Дніпропетровського державного аграрного університету: Сучасні проблеми землеробської механіки. – Дніпропетровськ: ДДАУ, 2009. – № 2. – С. 230-235.
5. Моделирование процессов зерновых сепараторов / Л.Н. Тищенко, Д.И. Мазоренко, М.В. Пивень, С.А. Харченко, В.В. Бредихин, А.В. Мандрыка. – Харьков: Міськдрук, 2010. – 360 с.

*Л. Тищенко, В. Ольшанський, С. Ольшанський*

### **Про коловий рух шарів зернової суміші в циліндричному віброрешеті**

За допомогою рівняння гідродинаміки описано колове ковзання шарів віборозрідженої зернової суміші, яке відбувається внаслідок обертання вертикального циліндричного віброрешета з просіюванням проходової фракції через отвори в його робочій поверхні.

*L. Tishchenko, V. Olshanskii, S. Olshanskii*

### **About circuit motion of layers of grain mix in the cylindrical vibrosieve**

With the help of the equation of hydrodynamics the district sliding of layers vibroliquefaction of a grain mix is described which occurs owing to rotation of a vertical cylindrical vibrosieve to sifting of a passing fraction through apertures in its working surface.

Одержано 18.06.11