

К.К. Щербина - Збірник наукових праць Кіровоградського національного технічного університету  
техніка в сільськогосподарському виробництві, галузева машинобудування, автоматизація. Вип.  
24 Ч.2 – Кіровоград: КНТУ, 2011. – С. 136-140.

5. Боровиков В.П. Популярное введение в программу Statistica / Боровиков В.П. - М. КомпьютерПресс, 1998.-267с.

**M. Podgaetski, K. Scherbina**

*Kirovograd National Technical University*

### **Analysis of influence of previous macro inequality is in the process of honing of the precise openings**

The goal of the article is a research of the process of correcting the previous macro inequality in cross section at honing with the triple bar honing head.

The process of correction of previous macro inequality was investigational in a transversal cut, namely an ellipse, triplets and quinar cut at honing with triple bar honing head. The process of correcting an ellipse and quinar cut is fragile due to the fact that the geometric center axis triple bar honing head constantly shifts during processing. The process of correcting triplets cut accompanied by specific pressure drop on the work surface, causing instability of the cutting force. There have been receiving dependency and level of regression variables process of correcting macro inequality in a transversal cut.

The analysis determined that the triple bar honing head does not remedy such macro inequality as ellipse and quinar cut.

**cut, ellipse, precise openings, honing head**

Одержано 08.04.13

**УДК 621.7.35.5**

**В.П. Пукалов, В.В. Пукалов, доценти, кандидати технічних наук,  
Н.Н. Петренко, Ф.И. Златопольский, професори, кандидати технічних наук**  
*Кировоградский национальный технический университет*

## **Определение соотношения между прогибом нейтральной оси и образующей при деформации осесимметричных тел**

На основе метода начальных параметров разработана математическая модель деформации образующей цилиндрической поверхности калиброванных валков, лежащих на двух шарнирных опорах.

Полученный результат позволяет оптимизировать разработку процесса сортовой прокатки с заданной точностью.

**прогиб, нейтральная ось, деформация, осесимметричное тело**

**В.П. Пукалов, В.В. Пукалов, М. М. Петренко, Ф.И. Златопольський**  
*Кіровоградський національний технічний університет*

**Визначення співвідношення між прогином нейтральної осі і створюючою при деформації вісесиметричних тіл**

На основі методу початкових параметрів розроблена математична модель деформації створюючої циліндрової поверхні каліброваних валків, що лежать на двох шарнірних опорах.

Отриманий результат дозволяє оптимізувати розробку процесу сортового прокатування із заданою точністю.

**прогин, нейтральна вісь, деформація, вісесиметричне тіло**

По оцінкам спеціалістів, на території України зосереджена четверть світових запасів чорноземів. Чорноземи займають площу 60,4 млн. га, з них майже 70% – це сільськогосподарські угіддя, в структурі яких близько 80% припадає на пашню. Тому можна з впевненістю говорити про те, що масове або крупносерійне сучасне виробництво сільськогосподарської техніки, є одним з найважливіших умов розвитку України. Випуск сільськогосподарської техніки в необхідних об'ємах можливо тільки з використанням високопродуктивних технологічних процесів, одним з яких є сортова і листовая прокатка.

Дослідження в цій області дозволяють зробити висновок про те, що процес прокатки достатньо вивчений. Однак, в процесі закономірного розвитку фундаментальної науки, прикладна її частина, в даному випадку прокатне виробництво, потребує подальших планованих досліджень, зокрема, дослідження деформації каліброваних валків.

В результаті розрахунково-експериментальних досліджень Розоренова В.А. [1] було встановлено, що поперечне стиснення горизонтальних волокон бочки, викликає зменшення прогибу по діаметральному напруженню в середньому на 5 – 13%, при переході від осі валка до навантаженої формуючої бочки валка. Ці результати отримані для досліджуваного відношення діаметра до довжини бочки 0,5 – 1,1.

Запитання про теоретичні дослідження дійсного розподілу напруження в сеченнях коротких балок і визначення прогинів нейтральної осі і формуючої циліндричної поверхні детально розглянуті в теорії еластичності при інтегруванні диференціального рівняння двохвимірних задач (2):

$$\frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \varphi}{\partial y^4} = 0. \quad (1)$$

Карман прийшов до функції, яка дає розподіл напружень в нескінченній балці, коли епюра вигинаючих моментів складається з дуже вузького прямокутника.

В загальному випадку навантаження балки вертикальними силами, прикладеними на верхній межі балки, відповідна епюра вигинаючих моментів може бути розділена на елементарні трикутники, а відповідна функція напружень може бути отримана шляхом інтегрування функції Кармана вздовж довжини балки. Напруження  $\sigma_x$  можна розбити на дві частини: одну з них можна обчислити за елементарною балочною формулою, друга характеризує локальний ефект поблизу точки прикладення сили.

Згідно з принципом Сен-Венана остання величина швидко падає з збільшенням відстані від точки прикладення навантаження, і на відстані, рівній висоті балки, її можна нехувати.

Визначимо прогин циліндричної поверхні вала.

Розглянемо вал з постійним діаметром  $d$ , опираючий на дві шарнірні опори. Відстань між опорами дорівнює  $L$  (рис. 1).

Відомо, що для плоскої задачі нормальне і дотичне напруження, виникаючі в будь-якому поперечному сеченні вала під дією зосередженої сили, визначаються за рівняннями [2]:

$$\sigma_x = \frac{M}{I_M} y; \quad (2)$$

$$\sigma_y = 0; \quad (3)$$

$$\tau_{xy} = \frac{Q}{3I_M} (c^2 - y^2), \quad (4)$$

где  $M$  и  $Q$  – изгибающий момент и поперечная сила, вычисленные обычным путём;

$I_M$  – момент инерции вала;

$2c = d$  – диаметр вала.

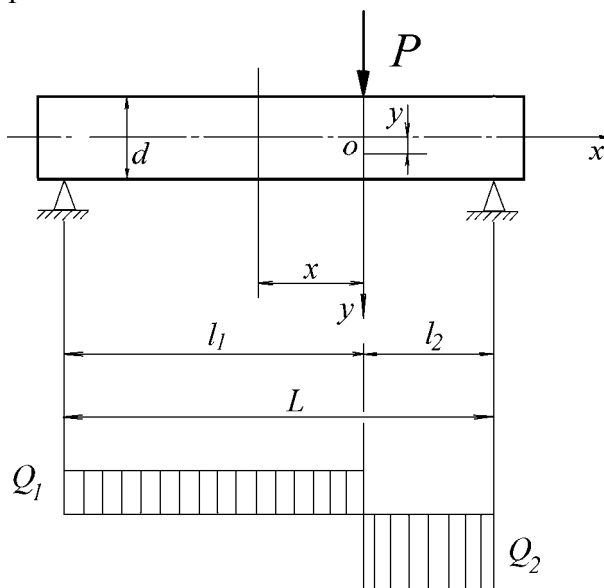


Рисунок 1 – Схема нагружения и определения отношения между прогибом нейтральной оси образующей цилиндрической поверхностей калиброванных валков

Если координаты  $Ox$  и  $Oy$  выбраны так, что они совпадают с осью вала и действующей силой, тогда можно определить изгибающий момент в сечении, находящемся на расстоянии  $x$  от вертикальной координаты  $Oy$  по следующему уравнению:

$$M(x) = Q_1 (l_1 - x). \quad (5)$$

Очевидно, что уравнения (5) применяется только на левой части балки (1). Подставляем значения  $M(x)$  из уравнения (5) в уравнения (2 – 4), находим

$$\sigma_x = Q(l_1 - x) \frac{y}{I_M}; \quad (6)$$

$$\sigma_y = 0; \quad (7)$$

$$\sigma_{xy} = \frac{Q_1}{3I_M} (c^2 - y^2). \quad (8)$$

Из формулы закона Гука для плоской задачи [3] после подстановки в них значения напряжений (6 – 8), находим:

$$\varepsilon_x = \frac{Q_1 l_1 y}{EI_M} - \frac{Q_1 x y}{EI_M};$$

$$\varepsilon_y = \frac{-\mu Q_1 l_1 y}{EI_M} + \frac{\mu Q_1 y x}{EI_M};$$

$$\gamma_{xy} = \frac{2Q_1(1+\mu)c^2}{3EI_M} - \frac{2Q_1(1+\mu)y^2}{3EI_M},$$

где  $\mu$  – коэффициент Пуассона.

Из формул Коши [4] получаем:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{Q_1 l_1 y}{EI_M} - \frac{Q_1 x y}{EI_M}, \quad (9)$$

$$\frac{\partial v}{\partial y} = \frac{-\mu Q_1 l_1 y}{EI_M} + \frac{\mu Q_1 y x}{EI_M}, \quad (10)$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{2Q_1(1+\mu)c^2}{3EI_M} - \frac{2Q_1(1+\mu)y^2}{3EI_M}, \quad (11)$$

где  $u$  – перемещения в горизонтальном направлении;

$v$  – перемещения в вертикальном направлении.

Интегрируя уравнения (9 и 10) находим:

$$u = \frac{Q_1 l_1 y x}{EI_M} - \frac{Q_1 y x^2}{2EI_M} + f_1'(y); \quad (12)$$

$$v = \frac{-\mu Q_1 y^2 x}{2EI_M} + \frac{\mu Q_1 l_1 y^2}{2EI_M} + f_1'(x). \quad (13)$$

После подстановки перемещения может существовать при произвольных значениях  $u$  и  $v$  только в том случае, если стоящие в квадратных скобках, постоянны:

$$\left[ \frac{Q_1 l_1 x}{EI_M} - \frac{Q_1 x^2}{2EI_M} + f_1'(x) \right] + \left[ \frac{2Q_1(1+\mu)y^2}{3EI_M} - \frac{\mu Q_1 y^2}{2EI_M} + f_1'(y) \right] = \frac{2Q_1(1+\mu)c^2}{3EI_M}. \quad (14)$$

Полученное равенство может существовать при произвольных значениях  $x$  и  $y$ , только в том случае, если выражения, стоящие в квадратных скобках, постоянны:

$$\frac{Q_1 l_1 x}{EI_M} - \frac{Q_1 x^2}{2EI_M} + f_1'(x) = E_1, \quad (15)$$

$$\frac{2Q_1(1+\mu)y^2}{3EI_M} - \frac{\mu Q_1 y^2}{2EI_M} + f_1'(y) = E_2. \quad (16)$$

Кроме того, из уравнения (14) вытекает следующая зависимость между постоянными:

$$E_1 + E_2 = \frac{2Q_1(1+\mu)c^2}{3EI_M}.$$

Интегрируя уравнения (15) и (16) находим :

$$E_1 x - \frac{Q_1 l_1 x^2}{2EI_M} + \frac{Q_1 x^3}{6EI_M} + A_1 = f_1(x);$$

$$E_2 y - \frac{2Q_1(1+\mu)y^3}{3 \cdot 3EI_M} + \frac{\mu Q_1 y^3}{6EI_M} + A_2 = f_1(y)$$

Подставляя полученные функций в формулу (13), получаем :

$$v = \frac{\mu Q_1 y^2 x}{2EI_M} + \frac{\mu Q_1 l_1 y^2}{2EI_M} + E_1 x - \frac{Q_1 l_1 x^2}{2EI_M} + \frac{Q_1 x^3}{6EI_M} + A_1 \quad (17)$$

Для определения произвольных постоянных  $A_1$ ,  $E_1$  рассматриваем левую часть балки. Тогда при  $x = l_1$ ,  $y = \frac{d}{2}$

$$v_1 = 0. \quad (18)$$

Известно из курса сопротивления материалов (4), что если действующая сила на балку, имеющую постоянный диаметр, находится на расстоянии  $l_1$  от левой опоры, и при  $l_1 > l_2$ , тогда отсутствует поворот нейтральной оси при  $\bar{x}$ , равный:

$$\bar{x} = \sqrt{\frac{L^2 - l_2^2}{3}},$$

т. е. при расстоянии от начальных координат, равном  $x_0$ :

$$x_0 = l_1 - \sqrt{\frac{L^2 - l_2^2}{3}}. \quad (19)$$

Тогда можно написать

$$\left( \frac{dv}{dx} \right)_{\substack{y=0 \\ x=x_0}} = 0. \quad (20)$$

Исходя из уравнения (17) и уравнения (18 – 20) и после математического преобразования, находим:

$$E_1 = \frac{Q_1 l_1^2}{3EI_M} (2 - \lambda_1);$$

$$A_1 = \frac{Q_1 l_1^3}{3EI_M} (\lambda_1 - 1),$$

где  $\lambda_1 = L/l_1$ .

Подставив значения  $E_1$ ,  $A_1$  в уравнения (17) и после математических преобразований находим:

$$v = \frac{Q_1}{6EI_M} [2l_1^2(2 - \lambda_1)x - 3l_1x^2 + x^3 + 2l_1^3(\lambda_1 - 1)] - \frac{\mu Q_1}{2EI_M} (l_1 - x)y^2. \quad (21)$$

При подстановке  $y = 0$ , находим уравнения изогнутой нейтральной оси левой части балке:

$$v_0 = \frac{Q_1}{6EI_M} [2l_1^2(2 - \lambda_1)x - 3l_1x^2 + x^3 + 2l_1^3(\lambda_1 - 1)]. \quad (22)$$

Исходя из уравнений (21, 22) и после преобразований при  $\mu = 0.3$  находим:

$$v = v_0 \left[ 1 - 0.225 \left( \frac{d}{L} \right)^2 \xi_0 \right], \quad (23)$$

где

$$\xi_0 = \frac{\lambda_1^2 (1 - \psi_1)}{\psi_1^3 - 3\psi_1^2 + 2\psi_1(2 - \lambda_1) + 2(\lambda_1 - 1)}, \quad (24)$$

$$\psi_1 = x/l_1.$$

Значение  $\psi_1$  изменяется в пределах от нуля до единицы.

При рассмотрении короткой части вала можно определить коэффициенты  $E_1$  и  $A_1$  из следующих предварительных условий;

1.  $v_2 = 0$  при  $x = l_2$ ,  $y = d/2$ ;
2.  $(v_2)_{y=0} = (v_1)_{y=0}$ .

Исходя из этих условий и после определения  $E_1$  и  $A_1$  находим, что уравнение (23) является справедливым для короткой части вала. Это уравнения можно представить в следующем виде:

$$v = v_0(1 - \beta_0), \quad (25)$$

где

$$\beta_0 = 0.225 \left( \frac{d}{L} \right)^2 \xi_0. \quad (26)$$

По уравнению (23) можно определить процент разницы между прогибом нейтральной оси и образующей цилиндрической поверхности  $\Phi_0$ , %

$$\Phi_0 = \frac{v_0 - v}{v_0} \cdot 100 = 100\beta_0. \quad (27)$$

Очевидно, что максимальное значение  $\Phi_0$  соблюдается при максимальном значении  $\xi_0$  для определенного значения  $(d/L)$ .

Максимальное значение  $\xi_0$  определяется по следующему уравнению:

$$d\xi_0/d\psi_0 = 0. \quad (27)$$

Тогда находим:

$$\psi^3 - 3\psi^2 + 3\psi - 1 = 0. \quad (29)$$

Решив эти уравнения, находим, что значение  $\psi = 1$ , обеспечивает минимальное значения  $\xi_0$ . Поскольку значения  $\psi_0$  изменяется от единицы до нуля, находим, что значение  $\psi_0 = 0$  обеспечивает максимальное значение  $\xi_0$ . Это значит, что максимальная разность между прогибом нейтральной оси и образующей соблюдается в месте приложения усилия и эта разница уменьшается по мере приближения к месту опоры:

$$\xi_{\max} = \frac{\lambda^2}{2(\lambda - 1)}. \quad (30)$$

Таким образом, можно сказать, что на основе метода начальных параметров с учётом сдвига на прогиб разработана математическая модель деформированного состояния образующей цилиндрической поверхности калиброванных валков, лежащих на двух шарнирных опорах, учитывающих влияния концентраций напряжения на прогиб валка.

## Список литературы

1. Розорёнов В.А. Исследование деформированного состояния валковой системы клетей кварто листовых станов. Труды Вниметмаш.– 1972, – 630с., С. 83 – 99.
2. Тимошенко С.П., Гудьер Дж.. Теория упругости. Пер. с англ. (Под ред Г.С.Шапиро, – 2 изд. – М.: Наука – 1979 – 560с.
3. Самуль В.П. Основы теорий упругости и пластичности. – М. Высокая школа, 1970. – 288с.
4. Северденко В.П., Бахтинов Ю.Б., Бахтинов В.Б. Валки для профильного проката. – М: Металлургия, 1979 – 224 с.

**V. Pukalov, V. Pukalov. N. Petrenko, F. Zlatopolskyy**

*Kirovograd National Technical University*

**Determination of betweenness bending of neutral axis and formative during deformation of axisymmetrical bodies**

The purpose of work is a calculation of betweenness bending of neutral axis and formative axisymmetrical bodies – rollers, in the process of rolling.

On the basis of method of initial parameters the mathematical model of deformation of formative cylindrical surface of the calibrated rollers, lying on two joint supports is developed.

The got result allows to optimize development of process of high quality rolling with the set exactness.  
**bending, neutral axis, deformation, axisymmetrical body**

Одержано 25.10.12

**УДК 621.9.04: 621.9.02**

**О.І. Скібінський, доц., канд. техн. наук, В.І. Гуцул, доц., канд. техн. наук,  
А.А. Гнатюк, магістр**

*Кіровоградський національний технічний університет*

## **Визначення периметрів і площ перерізів робочих профілів коліс епіциклоїдальних передач внутрішнього зачеплення**

В статті описано методи аналітичного визначення периметрів і площ перерізів робочих профілів коліс епіциклоїдальних передач внутрішнього зачеплення, досліджено основні співвідношення геометрії кривих профілів та отримані рівняння для обчислення периметрів та площ профілів, описано практичне значення цих параметрів.

**периметр робочого профілю, площа перерізу, еквідистанта до епіциклоїди, огинаюча семейства**

**А.И. Скибинский, В.И. Гуцул, А.А.Гнатюк**

*Кировоградский Национальный Технический Университет*

**Определение условий существования сопряженной огибающей семейства эквидистант укороченных эпициклоид в циклоидальной передаче внутреннего зацепления**

В статье описан метод аналитического определения периметров и площадей сечений рабочих профилей деталей эпициклоидальных передач внутреннего зацепления, исследованы основные соотношения геометрии кривых профилей, а так же получены уравнения для вычисления периметров и площадей профилей, описано практическое значение этих параметров.

**периметр рабочего профиля, площадь сечения эквидистанта эпициклоиды, огибающая семейства**

Периметри і площі перерізів робочих профілів деталей епіциклоїдальних передач внутрішнього зачеплення – одні з найважливіших параметрів, що впливають на експлуатаційні характеристики як самої передачі, так і героторних машин, до складу яких вони входять. Ці два параметра є визначальними майже для всіх кількісних та якісних характеристик передачі, наприклад для таких як робочий об'єм, гідравлічний радіус передачі (відношення площі перерізу, котрий займає рідина до периметру цього перерізу), враховуються при визначенні гідравлічних втрат в забійних двигунах для буріння і т.д. Найбільш ефективним методом розрахунку геометричних параметрів профілів героторних передач є чисельне інтегрування, також в літературі [3] можна зустріти формули для наближеного обчислення.