

## Секція 2

# МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ В АВТОМАТИЗОВАНОМУ ВИРОБНИЦТВІ

УДК 621.548

В.М. Корендій

Національний університет “Львівська політехніка”,  
кафедра механіки та автоматизації машинобудування

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ТА МЕТОДИКА РОЗРАХУНКУ ІНЕРЦІЙНИХ І ЖОРСТКІСНИХ ПАРАМЕТРІВ МЕХАНІЗМУ СКЛАДАННЯ ЛОПАТЕЙ ГОРИЗОНТАЛЬНО-ОСЬОВОЇ ВІТРОУСТАНОВКИ

© Корендій В.М., 2013

*Побудовано спрощену кінематичну схему механізму складання лопатей горизонтально-осьової вітроустановки із відцентровими тягарцями. На основі диференціальних рівнянь Лагранжа II роду розроблено математичну модель аеромеханічної системи вітроустановки та запропоновано методику розрахунку інерційних і жорсткісних параметрів механізму складання лопатей з метою забезпечення початку процесу регулювання після досягнення вітроустановкою номінальної частоти обертання та збереження необхідної точності стабілізації кутової швидкості у всьому робочому діапазоні швидкостей вітру.*

*The simplified kinematics scheme of the mechanism of assembling a bladed horizontal-axis wind turbine with centrifugal weights is built. On the basis of Lagrange second order differential equations, the mathematical model of wind turbine aeromechanical system is developed and the computational technique of inertial and stiff parameters of the mechanism of blades folding is proposed. The aim is to provide the start of the regulation process when the wind turbine reach the nominal rotation frequency and to keep the necessary accuracy preservation of the angular velocity stabilization in the whole working range of wind speeds.*

**Постановка проблеми.** Енергія повітряного потоку змінюється пропорційно до куба його швидкості, яка, своєю чергою, протягом кількох секунд може збільшуватися або зменшуватися в кілька разів. Вітроустановка із різкими коливаннями потужності незручна в експлуатації. Багато сільськогосподарських машин, електрогенератори, насоси, компресори, які використовують для приводу вітроколесо, не допускають значних коливань частоти обертання і потужності. Тому вітроустановка повинна володіти здатністю автоматичного обмежування вказаних параметрів у заданому діапазоні швидкостей вітру.

Якщо для регулювання потужності швидкохідних вітроустановок найефективнішим вважається відцентрово-аеродинамічний механізм повороту лопатей, здатний забезпечити стабільність частоти обертання до 5–10 %, то серед систем регулювання тихохідних вітроустановок найбільшої популярності, зважаючи на простоту реалізації, набув механізм відхилення площини вітроколеса відносно напрямку повітряного потоку [1]. Основною проблемою, яка виникає під час використання вказаного способу регулювання, є суттєві відхилення частоти обертання (до 20–50 %) після досягнення номінального значення швидкості вітру [2]. Менш поширеним і, водночас, ефективнішим методом керування потужністю вітроустановки є складання лопатей, однак можливості його реалізації залишаються недостатньо вивченими [2, 3].

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** У роботах [4, 5] розглянуто конструкцію, проаналізовано основні принципи функціонування та розроблено математичні моделі вітроустановок із класичним (рис. 1, а) та відцентрово-аеродинамічним (рис. 1, б) механізмами складання лопатей. На основі патентного огляду встановлено, що їх існуючі конструкції постійно удосконалюються, тоді як математичні моделі й методи розрахунку інерційних і жорсткісних параметрів майже не оновлюються, що гальмує практичну реалізацію та експериментальну апробацію запропонованих конструкцій. Беручи як прототип механізм, запропонований у [6], відцентровий тягарець можна приєднати безпосередньо до лопаті на деякій відстані від площини її обертання за допомогою стрижня, який у початковому положенні паралельний до осі вітроколеса (рис. 2, а). Отже, зі збільшенням частоти обертання вітроустановки зростатимуть відцентрові навантаження на тягарці, які, долаючи опір регулювальної пружини, складатимуть лопаті в напрямку дії повітряного потоку. В цьому випадку площа потоку, яку охоплює вітроколесо, зменшиться, що зумовить зниження потужності й частоти обертання вітроустановки. Основною проблемою під час створення такого типу регуляторів поки що залишається раціональне обґрунтування інерційних і жорсткісних параметрів механізму складання лопатей з метою забезпечення початку процесу регулювання після досягнення вітроколесом номінальної частоти обертання та збереження необхідної точності стабілізації кутової швидкості.

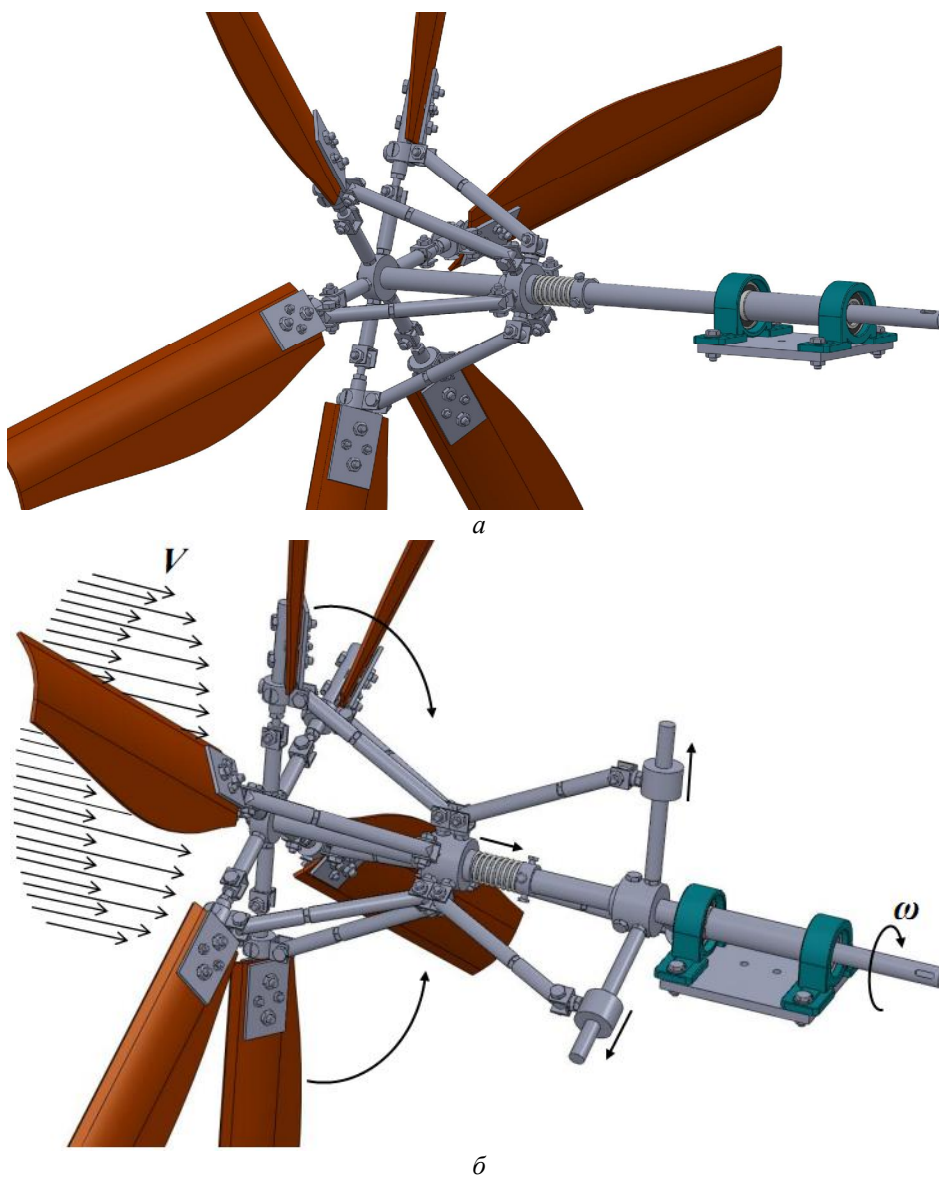
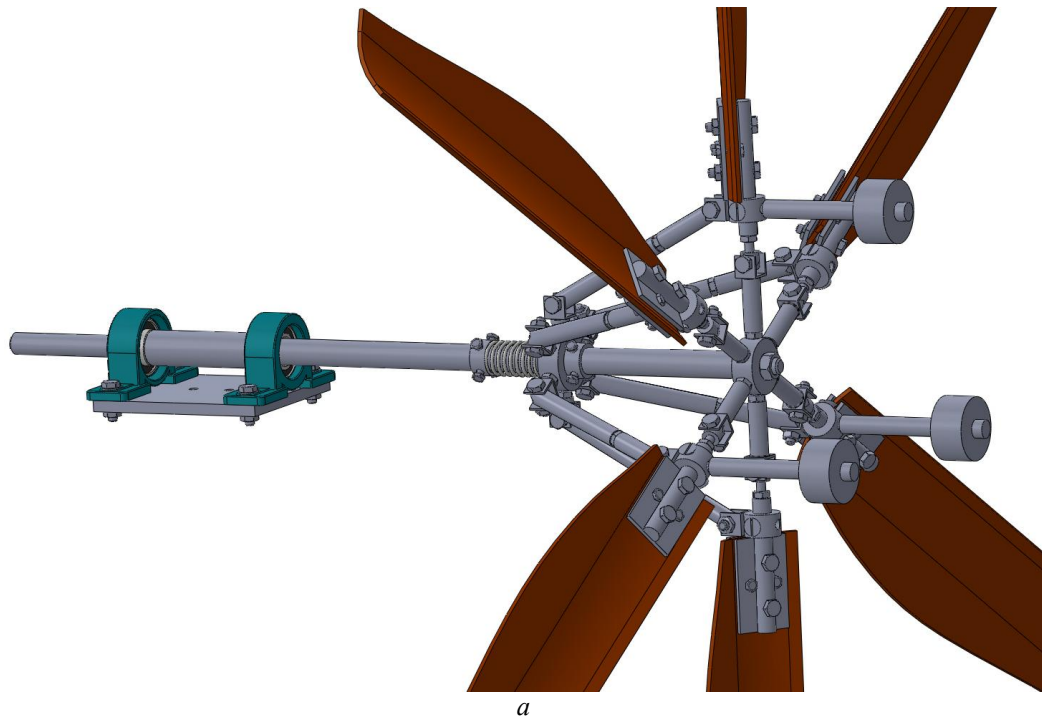
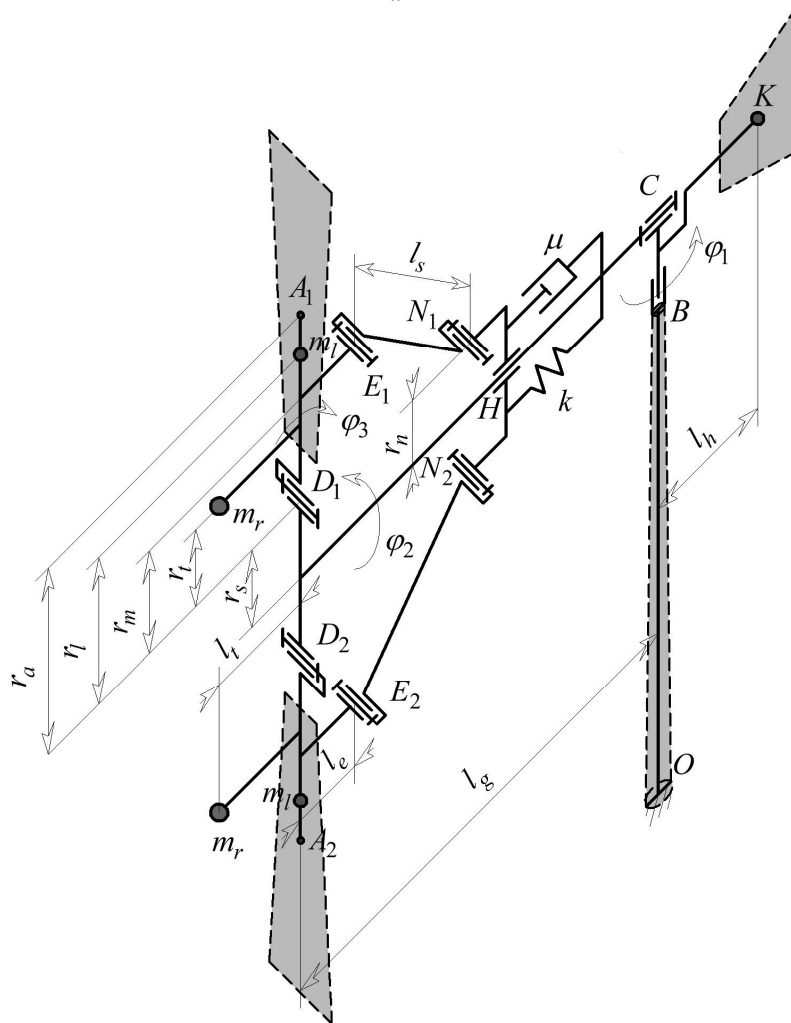


Рис. 1. Принципова схема класичного (а) та відцентрово-аеродинамічного (б) механізмів складання лопатей



a



б

Рис. 2. Принципова (а) і кінематична (б) схеми оновленого відцентрово-аеродинамічного механізму

**Формулювання цілі статті.** На основі диференціальних рівнянь Лагранжа II роду побудувати математичну модель аеромеханічної системи вітроустановки з механізмом складання лопатей та розробити методику визначення його інерційних і жорсткісних параметрів.

**Виклад основного матеріалу.** На основі рис. 2, а можемо побудувати розрахункову схему аеромеханічної системи вітроустановки із відцентрово-аеродинамічним механізмом складання лопатей (рис. 2, б), на якій точками  $m_l$  і  $m_r$  позначено центри мас, відповідно, лопатей і тягарців, точками  $A$ ,  $K$  – центри аеродинамічного тиску, відповідно, на лопать і хвостовий стабілізатор (тобто точки зосередження рівнодійної аеродинамічних сил),  $B$ ,  $C$ ,  $D$  – нерухомі циліндричні шарніри кріплення гондоли до башти, ВК до гондоли і лопаті до маточини ВК, відповідно. Положення лопатей відносно площини обертання ВК регулюється спеціальним механізмом, який складається із стрижнів, одні кінці яких шарнірно з'єднані з лопатями (точка  $E$ ), а інші – через рухомі шарніри (точки  $N$  і  $H$ ) – зі пружиною, жорсткість якої  $k$ , і демпфером, коефіцієнт в'язкого опору якого  $m$ . Башта жорстко защемлена у фундаменті в точці  $O$ .

Аеромеханічна система вітроустановки з механізмом складання лопатей має три степені вільності, а саме: поворот гондоли навколо осі башти в процесі орієнтації за напрямком вітру, обертання ВК навколо осі гондоли внаслідок взаємодії з потоком повітря та поворот лопаті навколо шарніра її кріплення до маточини ВК під час регулювання частоти обертання. Як узагальнені координат прийнято кут повороту гондоли  $j_1$ , кут відхилення осі лопаті від верхнього вертикального положення у площині обертання вітроколеса  $j_2$  та кут відхилення осі лопаті від площини обертання вітроколеса  $j_3$ . Диференціальні рівняння, які описують складний рух системи, побудовані на основі рівнянь Лагранжа другого роду [5], мають вигляд:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{j}_i} - \frac{\partial T}{\partial j_i} + \frac{\partial \Pi}{\partial j_i} + \frac{\partial \Phi}{\partial j_i} = Q_{j_i}, \quad i = 1, 2, 3; \quad (1)$$

де  $T$ ,  $\Pi$  – кінетична і потенціальна енергії системи, відповідно;  $\Phi$  – функція розсіювання енергії в системі (дисипативна функція Релея);  $Q_{j_i}$  – узагальнені сили, що відповідають вибраним узагальненим координатам  $j_i$ .

Під час формування математичної моделі приймемо такі припущення: вважатимемо, що закон зміни жорсткості в пружних елементах системи не виходить за межі лінійності й відповідає закону Гука. Це виправдано за умови реалізації малих відхилень пружини від положення рівноваги; аеромеханічну систему вітроустановки розглядатимемо як таку, що складається з абсолютно твердих тіл, з'єднаних ідеальними голономними в'язями та пружними елементами строго визначеної жорсткості; у динамічну модель у вигляді демпфера введемо коефіцієнт в'язкого тертя, який пропорційний до швидкості переміщення рухомого повзуна вздовж осі вітроколеса та відображає розсіювання енергії у відповідних пружних елементах системи.

Активними у системі будуть лише аеродинамічні сили та навантаження на валу вітроколеса та хвостовому стабілізаторі. Сума можливих робіт активних сил дорівнює:

$$\sum_{k=1}^N dA(\mathbf{F}_k) = dA(M_{x_0}) + dA(M_{a1}) + dA(M_{a2}) + dA(M_n) + dA(M_{a3});$$

$$dA(M_{x_0}) = M_{x_0} \cdot dj_1; \quad dA(M_{a1}) = M_{a1} \cdot dj_1; \quad dA(M_{a2}) = M_{a2} \cdot dj_2; \quad (2)$$

$$dA(M_n) = -M_n \cdot dj_2; \quad dA(M_{a3}) = -M_{a3} \cdot dj_3,$$

де  $M_{x_0}$  – момент, який створюють аеродинамічні сили на поверхні хвостового стабілізатора;  $M_{a1}$ ,  $M_{a2}$ ,  $M_{a3}$  – моменти, які створюються аеродинамічними силами на лопатях при обертанні навколо осей башти, вітроколеса та шарнірів їх кріплення до маточини вітроколеса, відповідно;  $M_n$  – момент навантаження на валу вітроустановки.

Аналітичні залежності для встановлення моментів  $M_{x_6}$ ,  $M_{a1}$ ,  $M_{a2}$ ,  $M_{a3}$ ,  $M_n$  та відповідних узагальнених сил  $Q_{j_i}$  виведено в роботах [4, 5]:

$$\begin{aligned} Q_{j_1} &= M_{a1} + M_{x_6} = 0.5 \cdot \rho_p \cdot V^2 \cdot \left( C_R \cdot S_{x_6} \cdot L_{x_6} \cdot (\bar{V}_x)^2 + 0.5 \cdot C_L \cdot p \cdot R^3 \cdot k_b \cdot b \cdot \cos b \right); \\ Q_{j_2} &= M_{a1} - M_n = C_p \cdot \frac{p \cdot R^2 \cdot r_p \cdot V^3}{2 \cdot w_2} - K_n(t) \cdot \left( \frac{dj_2}{dt} \right)^m \cdot \cos \left( K_p \cdot \frac{dj_2}{dt} \cdot t \right); \\ Q_{j_3} &= M_{a2} = 0.5 \cdot C_L \cdot r_a \cdot p \cdot R^2 \cdot r_p \cdot V^2. \end{aligned} \quad (3)$$

Кінетичну енергію  $T$  системи визначатимемо як суму трьох доданків: кінетичної енергії гондоли, що обертається навколо осі башти ( $T_g$ ), вітроколеса, що обертається навколо осі гондоли ( $T_v$ ), і лопатей, які обертаються навколо шарнірів їх кріплення до маточини вітроколеса ( $T_d$ ), які знаходимо із таких залежностей:

$$T_g = \frac{J_1 \cdot j_1^2}{2}; \quad T_v = \frac{J_2 \cdot j_2^2}{2}; \quad T_d = \frac{J_3 \cdot j_3^2}{2}, \quad (4)$$

де  $J_1$ ,  $J_2$ ,  $J_3$  – моменти інерції гондоли, вітроколеса і лопатей, відповідно. Із розрахункової схеми вітроустановки (рис. 2, б) випливає, що вказані моменти інерції в процесі експлуатації установки можуть змінюватися за рахунок зміни кутів  $j_2$  і  $j_3$ .

Для вітроустановки з кількістю лопатей і відцентрових тягарців, більшою за три, вирази для знаходження  $J_1$ ,  $J_2$ ,  $J_3$  можна записати у вигляді:

$$\begin{aligned} J_1 &= J_4 + n_l \cdot m_l \cdot \left( (l_g - r_l \cdot \sin j_3)^2 + \frac{1}{2} \cdot (r_s + r_l \cdot \cos j_3)^2 \right) + \\ &+ n_r \cdot m_r \cdot \left( (l_g + l_t \cdot \cos j_3)^2 + \frac{1}{2} \cdot (r_s + r_t + l_t \cdot \sin j_3)^2 \right); \\ J_2 &= J_5 + n_l \cdot m_l \cdot (r_s + r_l \cdot \cos j_3)^2 + n_r \cdot m_r \cdot (r_s + r_t + l_t \cdot \sin j_3)^2; \\ J_3 &= J_6 + n_l \cdot m_l \cdot r_l^2 + n_r \cdot m_r \cdot l_t^2, \end{aligned} \quad (5)$$

де  $J_4$  – момент інерції гондоли відносно осі башти без урахування моментів інерції лопатей;  $J_5$ ,  $J_6$  – моменти інерції маточини ВК відносно осі гондоли і всіх елементів, кінематично пов'язаних із поворотом лопатей, відносно шарніра їх кріплення до маточини ВК, відповідно, без урахування моментів інерції лопатей;  $m_l$ ,  $m_r$  – маса лопаті та відцентрового тягарця, відповідно;  $n_l$ ,  $n_r$  – кількість лопатей і відцентрових тягарців, відповідно;  $l_g$  – відстань від осі башти до площини обертання вітроколеса;  $r_l$  – відстань від шарніра кріплення лопаті до її центра мас;  $r_s$  – відстань від осі гондоли до шарніра кріплення лопаті;  $r_t$  – відстань від шарніра кріплення лопаті до місця приєднання стрижня відцентрового тягарця;  $l_t$  – відстань від осі лопаті до центра мас відцентрового тягарця (довжина стрижня).

Враховуючи залежності (4) і (5), запишемо вираз для знаходження кінетичної енергії аеромеханічної системи вітроустановки із механізмами орієнтації та складання лопатей:

$$\begin{aligned} T &= T_g + T_v + T_d = \\ &= 0.5 \cdot \left[ \begin{aligned} &J_4 + n_l \cdot m_l \cdot \left( (l_g - r_l \cdot \sin j_3)^2 + \frac{1}{2} \cdot (r_s + r_l \cdot \cos j_3)^2 \right) + \\ &+ n_r \cdot m_r \cdot \left( (l_g + l_t \cdot \cos j_3)^2 + \frac{1}{2} \cdot (r_s + r_t + l_t \cdot \sin j_3)^2 \right) \end{aligned} \right] \cdot j_1^2 + \end{aligned} \quad (6)$$

$$+0.5 \cdot \left[ J_5 + n_l \cdot m_l \cdot (r_s + r_l \cdot \cos j_3)^2 + n_r \cdot m_r \cdot (r_s + r_t + l_t \cdot \sin j_3)^2 \right] \cdot \dot{j}_2^2 + \\ + 0.5 \cdot \left( J_6 + n_l \cdot m_l \cdot r_l^2 + n_r \cdot m_r \cdot l_t^2 \right) \cdot \dot{j}_3^2.$$

Потенціальна енергія в системі накопичуватиметься лише у пружному елементі механізму регулювання за рахунок складання лопатей. Для її знаходження в роботі [5] виражено переміщення  $x_s$  рухомого циліндричного шарніра через кут  $j_3$  відхилення осі лопаті від площини обертання вітроколеса. Аналітичний вираз для знаходження потенціальної енергії системи має вигляд:

$$\Pi = \frac{k \cdot x_s^2}{2} = 0.5 \cdot k \cdot \left( a + r_m \cdot \sin j_3 + l_s \cdot \left( \sqrt{1 - \left( \frac{(r_s - r_n) + r_m \cdot \cos j_3}{l_s} \right)^2} - \sqrt{1 - \left( \frac{(r_s - r_n) + r_m}{l_s} \right)^2} \right) \right)^2, \quad (7)$$

де  $k$  – жорсткість регулювальної пружини;  $a$  – початковий стиск пружини;  $r_m$  – відстань від шарніра кріплення лопаті до шарніра приєднання стрижня механізму регулювання;  $l_s$  – довжина стрижня механізму регулювання;  $r_n$  – відстань від осі гондоли до рухомого шарніра кріплення стрижня механізму регулювання.

Дисипативну функцію  $\Phi$  для системи, вважаючи, що розсіювання енергії прямо пропорційне до швидкості, розраховуємо за таким виразом:

$$\Phi = \frac{m \cdot \left( \frac{dx_s}{dt} \right)^2}{2} = 0.5 \cdot m \cdot \dot{j}_3^2 \cdot \left[ r_m \cdot \left( \cos j_3 + \frac{\sin j_3 \cdot (r_s - r_n + r_m \cdot \cos j_3)}{l_s \cdot \sqrt{1 - \left( \frac{r_s - r_n + r_m \cdot \cos j_3}{l_s} \right)^2}} \right) \right]^2, \quad (8)$$

де  $m$  – коефіцієнт в'язкого опору під час переміщення рухомого повзуна.

Математична модель динаміки аеромеханічної системи вітроустановки з механізмами орієнтації та складання лопатей згідно з рівняннями (1), (3), (6), (7), (8) матиме вигляд:

$$\frac{d\dot{j}_1}{dt} \cdot \left[ J_4 + n_l \cdot m_l \cdot \left( (l_g - r_l \cdot \sin j_3)^2 + \frac{1}{2} \cdot (r_s + r_l \cdot \cos j_3)^2 \right) + \right. \\ \left. + n_r \cdot m_r \cdot \left( (l_g + l_t \cdot \cos j_3)^2 + \frac{1}{2} \cdot (r_s + r_t + l_t \cdot \sin j_3)^2 \right) \right] - \\ - 2 \cdot \dot{j}_1 \cdot \dot{j}_3 \cdot \left[ n_l \cdot m_l \cdot r_l \cdot (\cos j_3 \cdot (l_g - r_l \cdot \sin j_3) + 0.5 \cdot \sin j_3 \cdot (r_s + r_l \cdot \cos j_3)) + \right. \\ \left. + n_r \cdot m_r \cdot l_t \cdot ((l_g + l_t \cdot \cos j_3) \cdot \sin j_3 - 0.5 \cdot (r_s + r_t + l_t \cdot \sin j_3) \cdot \cos j_3) \right] = \\ = 0.5 \cdot r_p \cdot V^2 \cdot (C_R \cdot S_{x\bar{x}} \cdot L_{x\bar{x}} \cdot (\bar{V}_x)^2 + 0.5 \cdot C_L \cdot p \cdot R^3 \cdot k_b \cdot b \cdot \cos b); \\ \frac{d\dot{j}_2}{dt} \cdot \left[ J_5 + n_l \cdot m_l \cdot (r_s + r_l \cdot \cos j_3)^2 + n_r \cdot m_r \cdot (r_s + r_t + l_t \cdot \sin j_3)^2 \right] - \\ - 2 \cdot \dot{j}_2 \cdot \dot{j}_3 \cdot \left[ n_l \cdot m_l \cdot r_l \cdot \sin j_3 \cdot (r_s + r_l \cdot \cos j_3) - \right. \\ \left. - n_r \cdot m_r \cdot l_t \cdot (r_s + r_t + l_t \cdot \sin j_3) \cdot \cos j_3 \right] = \\ = 0.5 \cdot C_p \cdot p \cdot R^2 \cdot r_p \cdot V^3 / \dot{j}_2 - M_n(t) \cdot (\dot{j}_2)^m \cdot \cos(K_p \cdot \dot{j}_2 \cdot t); \quad (9)$$

$$\begin{aligned} & \frac{d\mathbf{j}_3}{dt} \cdot (J_6 + n_l \cdot m_l \cdot r_l^2 + n_r \cdot m_r \cdot l_t^2) + \mathbf{j}_4^2 \cdot \left[ \begin{array}{l} n_l \cdot m_l \cdot r_l \cdot \left( \begin{array}{l} 0.5 \cdot \sin j_3 \cdot (r_s + r_l \cdot \cos j_3) + \\ + \cos j_3 \cdot (l_g - r_l \cdot \sin j_3) \end{array} \right) + \\ + n_r \cdot m_r \cdot l_t \cdot \left( \begin{array}{l} (l_g + l_t \cdot \cos j_3) \cdot \sin j_3 - \\ - 0.5 \cdot (r_s + r_l + l_t \cdot \sin j_3) \cdot \cos j_3 \end{array} \right) \end{array} \right] + \\ & + \mathbf{j}_2^2 \cdot [n_l \cdot m_l \cdot r_l \cdot \sin j_3 \cdot (r_s + r_l \cdot \cos j_3) - n_r \cdot m_r \cdot l_t \cdot (r_s + r_l + l_t \cdot \sin j_3) \cdot \cos j_3] + \\ & + k \cdot \left( r_m \cdot \cos j_3 + \frac{r_m \cdot \sin j_3 \cdot (r_s - r_n + r_m \cdot \cos j_3)}{\sqrt{l_s^2 - (r_s - r_n + r_m \cdot \cos j_3)^2}} \right) \times \\ & \times \left( a + r_m \cdot \sin j_3 + \sqrt{l_s^2 - (r_s - r_n + r_m \cdot \cos j_3)^2} - \sqrt{l_s^2 - (r_s - r_n + r_m)^2} \right) + \\ & + w_3 \cdot m_4 \cdot \left[ r_m \cdot \left( \cos j_3 + \frac{\sin j_3 \cdot (r_s - r_n + r_m \cdot \cos j_3)}{l \sqrt{l_s^2 - (r_s - r_n + r_m \cdot \cos j_3)^2}} \right) \right]^2 = 0.5 \cdot C_L \cdot r_a \cdot p \cdot R^2 \cdot r_p \cdot V^2. \end{aligned}$$

Жорсткісні параметри механізму складання, а саме коефіцієнт жорсткості  $k$  та початковий стиск пружини  $a$ , визначаються за заданих конструктивних особливостей вітроустановки з умов її експлуатації: номінальні значення кутової швидкості вітроколеса  $\mathbf{j}_{2\text{ном}}$  та швидкості вітру  $V_{\text{ном}}$ , максимальні значення кута відхилення лопатей  $j_{3\text{max}}$ , експлуатаційної швидкості вітру  $V_{\text{max}}$  та кутової швидкості  $\mathbf{j}_{2\text{max}}$ . У рівняння статичної рівноваги регулятора (третє рівняння системи (9)), в якому суми моментів усіх сил відносно шарніра кріплення лопаті дорівнюють нулю) підставляємо початкові й кінцеві параметри регулювання:

$$\begin{aligned} & \mathbf{j}_{2\text{ном}}^2 \cdot \left[ \begin{array}{l} n_l \cdot m_l \cdot r_l \cdot \sin j_{3\text{ном}} \cdot (r_s + r_l \cdot \cos j_{3\text{ном}}) - \\ - n_r \cdot m_r \cdot l_t \cdot (r_s + r_l + l_t \cdot \sin j_{3\text{ном}}) \cdot \cos j_{3\text{ном}} \end{array} \right] + \\ & + k \cdot \left( r_m \cdot \cos j_{3\text{ном}} + \frac{r_m \cdot \sin j_{3\text{ном}} \cdot (r_s - r_n + r_m \cdot \cos j_{3\text{ном}})}{\sqrt{l_s^2 - (r_s - r_n + r_m \cdot \cos j_{3\text{ном}})^2}} \right) \times \\ & \times \left( a + r_m \cdot \sin j_{3\text{ном}} + \sqrt{l_s^2 - (r_s - r_n + r_m \cdot \cos j_{3\text{ном}})^2} - \sqrt{l_s^2 - (r_s - r_n + r_m)^2} \right) = \\ & = 0.5 \cdot C_L \cdot r_a \cdot p \cdot R^2 \cdot r_p \cdot V_{\text{ном}}^2; \\ & \mathbf{j}_{2\text{max}}^2 \cdot \left[ \begin{array}{l} n_l \cdot m_l \cdot r_l \cdot \sin j_{3\text{max}} \cdot (r_s + r_l \cdot \cos j_{3\text{max}}) - \\ - n_r \cdot m_r \cdot l_t \cdot (r_s + r_l + l_t \cdot \sin j_{3\text{max}}) \cdot \cos j_{3\text{max}} \end{array} \right] + \\ & + k \cdot \left( r_m \cdot \cos j_{3\text{max}} + \frac{r_m \cdot \sin j_{3\text{max}} \cdot (r_s - r_n + r_m \cdot \cos j_{3\text{max}})}{\sqrt{l_s^2 - (r_s - r_n + r_m \cdot \cos j_{3\text{max}})^2}} \right) \times \\ & \times \left( a + r_m \cdot \sin j_{3\text{max}} + \sqrt{l_s^2 - (r_s - r_n + r_m \cdot \cos j_{3\text{max}})^2} - \sqrt{l_s^2 - (r_s - r_n + r_m)^2} \right) = \\ & = 0.5 \cdot C_L \cdot r_a \cdot p \cdot R^2 \cdot r_p \cdot V_{\text{max}}^2; \end{aligned} \tag{10}$$

де  $j_{3\text{ном}}$  – початковий кут встановлення лопатей ( $j_{3\text{ном}} \approx 0$ ). Зважаючи на те, що, вводючи в систему відцентрові тягарці, намагаються мінімізувати вплив аеродинамічних сил на процес регулювання,

то можна припустити, що вирази у правих частинах рівнянь (10) дорівнюють нулеві.

Розв'язавши отриману систему (10) двох рівнянь з двома невідомими з урахуванням вказаних припущень, знайдемо аналітичні залежності для жорсткісних параметрів  $k$  і  $a$ :

$$\begin{aligned}
 k &= \frac{j_{2\max}^2 \cdot \left[ \begin{array}{l} n_r \cdot m_r \cdot l_t \cdot (r_s + r_t + l_t \cdot \sin j_{3\max}) \cdot \cos j_{3\max} - \\ - n_l \cdot m_l \cdot r_l \cdot \sin j_{3\max} \cdot (r_s + r_l \cdot \cos j_{3\max}) \end{array} \right] - \\
 &\quad - \left( \cos j_{3\max} + \frac{\sin j_{3\max} \cdot (r_s - r_n + r_m \cdot \cos j_{3\max})}{\sqrt{l_s^2 - (r_s - r_n + r_m \cdot \cos j_{3\max})^2}} \right) \cdot j_{2\text{ном}}^2 \cdot n_r \cdot m_r \cdot l_t \cdot (r_s + r_t)}{r_m \cdot \left( \cos j_{3\max} + \frac{\sin j_{3\max} \cdot (r_s - r_n + r_m \cdot \cos j_{3\max})}{\sqrt{l_s^2 - (r_s - r_n + r_m \cdot \cos j_{3\max})^2}} \right) \times} \\
 &\quad \times \left( r_m \cdot \sin j_{3\max} + \sqrt{l_s^2 - (r_s - r_n + r_m \cdot \cos j_{3\max})^2} - \sqrt{l_s^2 - (r_s - r_n + r_m)^2} \right) \\
 a &= \frac{\left( \cos j_{3\max} + \frac{\sin j_{3\max} \cdot (r_s - r_n + r_m \cdot \cos j_{3\max})}{\sqrt{l_s^2 - (r_s - r_n + r_m \cdot \cos j_{3\max})^2}} \right) \cdot j_{2\text{ном}}^2 \cdot n_r \cdot m_r \cdot l_t \cdot (r_s + r_t) \times} \\
 &\quad \times \left( r_m \cdot \sin j_{3\max} + \sqrt{l_s^2 - (r_s - r_n + r_m \cdot \cos j_{3\max})^2} - \sqrt{l_s^2 - (r_s - r_n + r_m)^2} \right)}{j_{2\max}^2 \cdot \left[ \begin{array}{l} n_r \cdot m_r \cdot l_t \cdot (r_s + r_t + l_t \cdot \sin j_{3\max}) \cdot \cos j_{3\max} - \\ - n_l \cdot m_l \cdot r_l \cdot \sin j_{3\max} \cdot (r_s + r_l \cdot \cos j_{3\max}) \end{array} \right] -} \\
 &\quad - \left( \cos j_{3\max} + \frac{\sin j_{3\max} \cdot (r_s - r_n + r_m \cdot \cos j_{3\max})}{\sqrt{l_s^2 - (r_s - r_n + r_m \cdot \cos j_{3\max})^2}} \right) \cdot j_{2\text{ном}}^2 \cdot n_r \cdot m_r \cdot l_t \cdot (r_s + r_t)}
 \end{aligned} \tag{11}$$

Інерційні параметри відцентрово-аеродинамічного механізму складання лопатей, зокрема маси відцентрових тягарців, визначаються з умови забезпечення необхідної точності стабілізації частоти обертання. Враховуючи проблематичність розв'язання рівняння динамічної рівноваги вітроколеса (друге рівняння системи (9)) відносно кута положення лопатей у разі підстановки у нього отриманої експериментально залежності коефіцієнта використання енергії вітру [7], необхідно апроксимувати характеристику регулювання:

$$j_3(\bar{V}) \approx A \cdot \bar{V}^2 + B \cdot \bar{V} + C, \tag{12}$$

де  $\bar{V} = V/V_{\text{ном}}$ . Апроксимаційні коефіцієнти для кожної окремої конструкції вітроколеса визначають на основі експериментальних даних.

Із рівняння статичної рівноваги регулятора (третє рівняння системи (9)) встановимо залежність відносної частоти обертання вітроколеса  $\bar{n}(j_3)$ , припустивши, що вплив аеродинамічних сил на процес регулювання набагато менший, ніж відцентрових:

$$\bar{n}(j_3) = \frac{30}{p \cdot n_{\text{ном}}} \cdot \sqrt{\frac{k \cdot \left( r_m \cdot \cos j_3 + \frac{r_m \cdot \sin j_3 \cdot (r_s - r_n + r_m \cdot \cos j_3)}{\sqrt{l_s^2 - (r_s - r_n + r_m \cdot \cos j_3)^2}} \right) \times \left( a + r_m \cdot \sin j_3 + \sqrt{l_s^2 - (r_s - r_n + r_m \cdot \cos j_3)^2} - \sqrt{l_s^2 - (r_s - r_n + r_m)^2} \right)}{\left[ n_r \cdot m_r \cdot l_t \cdot (r_s + r_t + l_t \cdot \sin j_3) \cdot \cos j_3 - n_l \cdot m_l \cdot r_l \cdot \sin j_3 \cdot (r_s + r_l \cdot \cos j_3) \right]}} \tag{13}$$



Якщо в рівняння (13) підставити залежність (12), отримаємо статичну характеристику вітроустановки  $\bar{n}(\bar{V})$  [7]. Задаючи кінцеві умови регулювання, а саме: максимальні значення відхилень швидкості вітру  $\bar{V}_{\max}$  та частоти обертання  $\bar{n}_{\max}$  (у частках), із рівняння (12) можна визначити відповідний кут відхилення лопатей  $j_{3\max} = A \cdot \bar{V}_{\max}^2 + B \cdot \bar{V}_{\max} + C$  та на основі залежності (13) отримати рівняння для визначення маси відцентрового тягарця  $m_r$ :

$$m_r = \frac{\left(\frac{30}{p \cdot \bar{n}_{\max} \cdot n_{\text{ном}}}\right)^2 \cdot \left[ k \cdot \left( r_m \cdot \cos j_{3\max} + \frac{r_m \cdot \sin j_{3\max} \cdot (r_s - r_n + r_m \cdot \cos j_{3\max})}{\sqrt{l_s^2 - (r_s - r_n + r_m \cdot \cos j_{3\max})^2}} \right) \times \left( a + r_m \cdot \sin j_{3\max} + \sqrt{l_s^2 - (r_s - r_n + r_m \cdot \cos j_{3\max})^2} - \sqrt{l_s^2 - (r_s - r_n + r_m)^2} \right) \right] + n_l \cdot m_l \cdot r_l \cdot \sin j_{3\max} \cdot (r_s + r_l \cdot \cos j_{3\max})}{n_r \cdot l_t \cdot (r_s + r_t + l_t \cdot \sin j_{3\max}) \cdot \cos j_{3\max}} \quad (14)$$

**Висновки.** Розглянуто основні особливості функціонування та конструкції різних типів механізмів складання лопатей горизонтально-осьових вітроустановок. Встановлено, що одним із найперспективніших варіантів компоновки вказаних механізмів є приєднання регулювальних тягарців безпосередньо до осей лопатей, що дасть змогу зменшити кількість рухомих з'єднань, підвищити надійність роботи і точність спрацювання. На основі диференціальних рівнянь Лагранжа II роду побудовано математичну модель аеромеханічної системи горизонтально-осьової вітроустановки із системою орієнтації за напрямком вітру та відцентрово-аеродинамічним механізмом складання лопатей. Подано методику розрахунку та виведено відповідні аналітичні залежності для знаходження інерційних і жорсткісних параметрів механізму регулювання.

За результатами досліджень встановлено, що раціональний підбір жорсткісних параметрів механізму складання лопатей виконує одночасно дві функції: основну – забезпечення початку процесу регулювання після досягнення вітроколесом номінальної частоти обертання та другорядну – забезпечення зміни кута встановлення лопатей у всьому заданому діапазоні швидкостей вітру (від номінальної до максимальної). У разі розташування вітроколеса перед баштою в окремих випадках проблематично забезпечити можливість повного складання лопатей, коли їх осі розміщуються паралельно до напрямку повітряного потоку. Тому за тривалого перевищення швидкості вітру заданого максимального значення з метою захисту вітроустановки від перевантажень доцільно застосовувати додаткові заходи, спрямовані на гальмування привідного вала або відхилення площини вітроколеса відносно напрямку повітряного потоку. Однак такі ситуації трапляються вкрай рідко, що дає змогу задля економії матеріальних ресурсів застосовувати ручне керування (фрикційні гальма, системи відведення тощо). Раціональний підбір інерційних параметрів механізму складання лопатей, зокрема мас регулювальних тягарців, дозволяє забезпечити необхідну точність стабілізації частоти обертання та унеможливити перевантаження елементів вітроустановки.

На основі проведеного аналізу динаміки аеромеханічної системи вітроустановки на подальших етапах досліджень заплановано створення та експериментальна апробація натурального зразка горизонтально-осьової вітроустановки з механізмом складання лопатей та дослідження можливостей оптимізації її роботи.

техн. зб. – 2012. – № 46. – С. 74–80. 2. Дзендзерский В.А. Ветроустановки малой мощности / В.А. Дзендзерский, С.В. Тарасов, И.Ю. Костюков. – К.: Наукова думка, 2011. – 592 с. 3. Шефтер Я.И. Изобретателю о ветродвигателях и ветроустановках / Я.И. Шефтер, И.В. Рождественский. – М.: Изд-во Министерства сельского хозяйства СССР, 1957. – 147 с. 4. Korendiy V. The kinetic energy calculation of the wind turbine aeromechanical system with three degrees of freedom (В. Корендий Расчёт кинетической энергии аэромеханической системы ветровой турбины с тремя степенями свободы) / В.М. Корендий // *European Applied Sciences: international peer-reviewed scientific journal* (Европейские прикладные науки: междунар. рецензируемый научный журнал). – Stuttgart (Germany): ORT Publishing, 2013. – Vol. 1. – P. 214-217. 5. Корендий В.М. Математична модель аеромеханічної системи вітроустановки / В.М. Корендій, І.В. Кузьо // *Вібрації в техніці та технологіях: всеукраїнський науково-технічний журнал*. – 2013. – № 2 (70). – С. 27–32. 6. Brevet 2953258 République Française, Int Cl<sup>8</sup> F 03 D 7/04. Eolienne a pales basculantes et regulation centrifuge / Bourriaud Michel Edouard Raymond (France). – № 09 05772; date de dépôt 30.11.09; date de mise à la disposition du public de la demande 03.06.11; bulletin 11/22. 7. Korendiy V. Analysis of experimental aerodynamic and mechanical characteristics of the wind turbine (В. Корендий. Анализ экспериментальных аэродинамических и механических характеристик ветроустановки) // *Development trends of the modern technical sciences: problems and prospects: research articles* (Тенденции развития технических наук на современном этапе: проблемы и перспективы: сборник научных статей). – San Francisco (California, USA): B&M Publishing, 2013. – Vol. 1. – P. 56–60.

УДК 693.546

В.С. Ловейкін<sup>1</sup>, К.І. Почка<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Національний університет біоресурсів і природокористування України, м. Київ

<sup>2</sup> Київський національний університет будівництва і архітектури, м. Київ

## ВИЗНАЧЕННЯ ОПТИМАЛЬНИХ КОНСТРУКТИВНИХ ПАРАМЕТРІВ РОЛИКОВОЇ ФОРМУВАЛЬНОЇ УСТАНОВКИ З РЕКУПЕРАЦІЙНИМ ПРИВОДОМ

© Ловейкін В.С., Почка К.І., 2013

*Для роликової формувальної установки з рекупераційним приводом із забезпеченням формування виробів з бетонних сумішей на одній технологічній лінії з приводним механізмом зі зміщенням осі переміщення формувальних візків відносно осі обертання кривошипів знайдено оптимальне значення кута зміщення кривошипів для різних значень осьового зміщення та відношень радіуса кривошипа до довжини шатуна.*

*The optimal angle value of the cranks displacement for various values of axle displacement and the ratios of the crank's radius to the connecting rod's length is defined for the roller moulding unit with a recuperation drive which provides moulding of products made of concrete mixes on the single technological line with the gear drive with relocation displacement axis of the moulding carts as to the cranks' axis of rotation.*

**Постановка проблеми.** В сучасних установках поверхневого ущільнення залізо-бетонних виробів використовується кривошипно-повзунний або гідравлічний привід зворотно-поступального руху формувального візка з укочувальними роликами [1–4]. Під час