

УДК 621.9.025.1 : 621.833.1

Я. М. Литвиняк, І. І. Юрчишин
Національний університет “Львівська політехніка”

МОДЕЛЮВАННЯ ФОРМУВАННЯ ГВИНТОВИМИ СПІВВІСНИМИ ТВІРНИМИ ЛІНІЯМИ ПОВЕРХОНЬ ЗУБЦІВ ЦИЛІНДРИЧНИХ КОСОЗУБИХ ЗУБЧАСТИХ КОЛІС

О Литвиняк Я. М., Юрчишин І. І., 2018

<https://doi.org/10.23939/istcipa2018.52.057>

Мета. Розроблення математичної моделі процесу профілювання зубців циліндричних косозубих зубчастих коліс дисковими інструментами способом радіально-колового кінематично змінюваного формоутворення на основі концепції формування бокових поверхонь зубців просторовими гвинтовими співвісними твірними лініями. **Методика.** Дослідження ґрунтуються на методах та основних положеннях теорії формоутворення поверхонь зубців зубчастих коліс, теорії зубчастих зачеплень, кінематичного аналізу, аналітичної та диференціальної геометрії. **Результати.** Проведено моделювання процесу формоутворення поверхонь зубців циліндричних косозубих коліс дисковими фрезами новим способом формоутворення при безперервному обертанні нарізаного зубчастого колеса. Запропоновано здійснювати зубонарізання із кінематично змінюваною кутовою швидкістю обертанням ексцентрикової оправки із встановленою дисковою фрезою, що забезпечує отримання зубців коліс потрібної товщини. Отримано системи рівнянь гвинтових твірних співвісних ліній та рівнянь просторових поверхонь зубців косозубих коліс. **Наукова новизна.** Розроблено основи профілювання поверхонь зубців циліндричних косозубих зубчастих коліс способом радіально-колового кінематично змінюваного формоутворення. Профілювання бокових поверхонь зубців здійснюється гвинтовими співвісними твірними лініями. Встановлено необхідність профілювання поверхонь зубців косозубих коліс завдяки кінематичній зміні кутової швидкості обертання інструмента. Теоретично отримані співвідношення доповнюють теоретичні положення формоутворення поверхонь деталей різальними інструментами та їх технологічного забезпечення. Запропоновано при синтезі поверхонь зубців синусоподібного профілю підвищеної навантажувальної здатності комплексно поєднувати кінематичні, геометричні характеристики зачеплення та технологічний параметр процесу зубонарізання. **Практична значущість.** Моделювання процесу формування поверхонь зубців циліндричних косозубих коліс забезпечить раціональне практичне застосування способу кінематично змінюваного радіально-колового формоутворення для виготовлення середньо- та великомодульних циліндричних зубчастих коліс зубчастих передач транспортних засобів завдяки підвищенню продуктивності обробки при отриманні поверхонь зубців з модифікованим щодо евольвентного профілем, що прогнозовано зменшує динамічні навантаження у зачепленні та сприяє зниженню рівня шуму у передачі.

Ключові слова: циліндричні косозубі колеса, моделювання нарізання зубців, гвинтова співвісна твірна лінія, синусоподібний профіль зубця, евольвентний профіль зубця, дискові фрези, спосіб радіально-колового формоутворення.

Вступ. Зубчасті передачі як складовий компонент сучасних машин, механізмів, обладнання застосовуються в енергетичній, гірничо-видобувній, переробній, машинобудівній, будівельній, транспортній галузях промисловості. За розповсюдженням серед існуючих циліндричним зубчастим передачам належить чільне місце. Високі експлуатаційні вимоги до приводів, що визначаються довговічністю, ремонтпридатністю, значною потужністю, забезпечуються навантажувальною спроможністю, точністю та надійністю зубчастих коліс циліндричних зубчастих передач, зокрема середніх та великих модулів. Функціональні характеристики циліндричних зубчастих коліс, які споряджені переважно зубцями евольвентного профілю і належать до категорії достатньо складних, забезпечуються на стадії їх виготовлення здебільшого при реалізації технологічних операцій формоутворення. Операції формоутворення бокових поверхонь зубців, зокрема зубофрезерні,

безпосередньо визначають високу технологічну собівартість виготовлення циліндричних зубчастих коліс завдяки значній тривалості, високій вартості та відносно низькій стійкості зубонарізних інструментів, наприклад, модульних черв'ячних фрез, високим експлуатаційним витратам. Системне, комплексне покращення експлуатаційних характеристик циліндричних зубчастих передач завдяки застосуванню модифікованих профілів зубців коліс та удосконалених, нових, інноваційних технологічних процесів формоутворення зубчастих поверхонь циліндричних коліс визначає актуальність розв'язуваних задач для сучасного машинобудування.

Аналіз літературних джерел за темою статті. Зубчасті силові циліндричні передачі повинні задовольняти сучасні високі вимоги щодо точності, міцності, навантажувальної здатності, металоемності, вартості. Функціональні характеристики циліндричних зубчастих передач визначаються параметрами зубчастих коліс, які першочергово забезпечуються на операціях зубонарізання, що реалізуються здебільшого методом обкату на зубофрезерних верстатах за допомогою черв'ячних фрез. Зубофрезерні операції здійснюються за допомогою черв'ячних фрез середнього та високого класів точності, які виділяються серед металорізальних інструментів високою точністю, різним конструктивним виконанням (суцільні, збірні, комбіновані), а відтак, порівняно з іншими інструментами – вищою вартістю [1, 2]. Зубофрезерування черв'ячними фрезами, що рекомендується виконувати на сучасних зубофрезерних верстатах підвищеної жорсткості, застосовують для отримання циліндричних прямозубих та косозубих зубчастих коліс із евольвентним профілем зубців і залишається актуальним науковим напрямком дослідження [3], незважаючи на те, що евольвентне зачеплення, у класичному застосуванні, має суттєві обмеження щодо несучої здатності, а процес зубофрезерування черв'ячними фрезами, внаслідок суміщення процесів формоутворення та різання, не дозволяє повною мірою інтенсифікувати нарізання зубчастих коліс за рахунок збільшення швидкості різання, що потрібно для якнайповнішого використання властивостей сучасних інструментальних матеріалів і характеристик зубофрезерних верстатів для підвищення продуктивності та якості оброблених поверхонь зубців.

Завдання із покращення як характеристик циліндричних зубчастих передач і коліс, так і показників технологічних процесів їх вирішують, розробляючи нові види зачеплень і нових способів формоутворення бокових поверхонь зубців. При розробленні нових видів зачеплень виконуються дослідження щодо застосування вихідних профілів, що описуються лініями, які дозволяють отримати ввігнуто-випуклий профіль зубців із підвищеною несучою здатністю, який відмінний від як найпоширенішого евольвентного [4, 5]. До перспективних зубчастих передач, альтернативних евольвентним, належать прямозубі циліндричні синусоїдні зубчасті передачі, які вирізняються високими експлуатаційними показниками, зокрема, низьким рівнем шуму, створюваного під час роботи, та відносно високою очікуваною навантажувальною здатністю [4]. Сучасні дослідження синусоїдних зачеплень виконуються у напрямку розроблення показників їх працездатності і мають теоретичне спрямування [6–8]. Однак, незважаючи на отримані результати досліджень, практичне використання синусоїдних передач не набуло широкого застосування внаслідок технологічної складності виготовлення інструментів – черв'ячних фрез із синусоїдним вихідним контуром.

Перспективним напрямком у виготовленні циліндричних зубчастих коліс є розроблення і комплексне застосування таких процесів формоутворення бокових поверхонь зубців коліс, що забезпечують отримання випукло-ввігнутого профілю зубців з одночасною заміною на операціях зубофрезерування традиційних зубонарізних інструментів – черв'ячних фрез.

До технологічно нових належить спосіб зубонарізання, що ґрунтується на застосуванні дискових фрез (не профільованих за евольвентним профілем), яким надається певний кінематичний рух формоутворення, що забезпечує отримання циліндричних прямозубих зубчастих коліс з новими ввігнуто-випуклим або традиційним профілями зубців [9, 10]. Досліджують новий спосіб зубонарізання у трьох напрямках. Перший напрям стосується досліджень щодо застосування дискових фрез, згідно з яким дисковій фрезі надається додатковий головний рух обертання та

переміщення вздовж бокового контуру зубців виготовлюваного зубчастого вінця прямозубого колеса, забезпечуючи необхідний профіль зубців [9–14]. Застосовується у цьому випадку багатокординатний фрезерний верстат із ЧПК з програмованим рухом дискової фрези та обертання заготовки зубчастого колеса. Таким способом за належного програмування траєкторії руху дискової фрези можна отримати практично будь-який профіль зубців циліндричного зубчастого колеса: евольвентний, синусоїдний тощо. Однак, застосування вартісного 5-координатного верстата з ЧПК не сприяє широкому впровадженню цього способу зубонарізання.

Отримують синусоїдний профіль зубців для другого та третього напрямів дослідження на типових зубофрезерних верстатах, що дозволяє сподіватися на більш широке застосування нового способу зубонарізання – радіально-колового [15–25]. Для цього способу використовують дискову фрезу, встановлену на інструментальну оправку зубофрезерного верстата з певним ексцентриситетом, який визначається модулем зубчастого колеса або дискову фрезу встановлюють на зубофрезерному верстаті у спеціальному пристрої який надає дисковій фрезі періодичного зворотно-поступального радіального переміщення відносно заготовки зубчастого колеса. Заготовка зубчастого колеса безперервно обертається навколо своєї осі. Відносні переміщення дискової фрези та заготовки зубчастого колеса забезпечують нарізання зубців прямозубих коліс саме із синусоподібним профілем [22].

Однак, для другого напрямку досліджень [15–20], характерно те, що наведений авторами комплекс співвідношень між параметрами отриманого прямозубого циліндричного колеса із синусоподібним профілем зубців та конструктивно-технологічними параметрами процесу зубонарізання не можуть бути практично застосовані, оскільки базуються на не врахованих фактичних особливостях процесу радіально-колового зубонарізання [22–25]. До цих особливостей належать: радіально-коловим способом отримується тільки синусоподібний профіль зубців циліндричного колеса, який не належить до обкатних профілів, а відтак не забезпечує реального зачеплення циліндричних коліс у циліндричній зубчастій передачі (синусоподібний профіль відмінний від обкатного синусоїдного профілю, що отримується вихідним профілем синусоїдної рейки); фактичне зубонарізання здійснюють дисковою фрезою, головні різальні ребра різальних зубців якої мають відповідну ширину, тому отримувані на циліндричному колесі зубці із синусоподібним профілем мають ширину, яка значно менша від номінальної потрібної ширини зубця колеса, що взагалі унеможливило зачеплення зубців коліс у передачі.

Третій напрям досліджень, виконуваних одним із авторів цієї статті, спрямований на врахування реальних кінематичних особливостей процесу радіально-колового зубонарізання: моделюється процес формоутворення зубців синусоподібного профілю з обов'язковим врахуванням реальних розмірів ширини зубців або розмірів тороподібної інструментальної поверхні дискової фрези [21–25]; для отримання товщини зубців синусоподібного профілю, що визначається модулем колеса, обґрунтовано та змодельовано застосування способу нарізання при змінній кутовій швидкості обертання ексцентрикової інструментальної оправки із дисковим інструментом, що забезпечується запропонованим механізмом періодичної зміни кутової швидкості [23]; розкрито кінематичну особливість процесу радіально-колового формоутворення зубців колеса, що полягає у відсутності збігу миттєвої осі обертання для циліндричних коліс у передачі з миттєвою віссю обертання при нарізанні зубців [24]; розроблено на основі отриманих математичних моделей рекомендації із призначення конструктивно-технологічних параметрів процесу для модифікації евольвентного профілю зубців колеса заміною його синусоподібним із найбільшим наближенням при наданні йому вершинної модифікації гладкою за формою лінією [25]; встановлено суттєві відмінності у профілях зубців, отримуваних методом обкату за допомогою рейки із синусоїдним профілем та методом радіально-колового формоутворення дисковою фрезою, що дозволило ввести терміни відповідно синусоїдного (обкатного) та синусоподібного (не обкатного) профілю зубців [22]. Незважаючи на отримані раніше та відображені у літературних джерелах відомості щодо моделювання процесу радіально-колового формоутворення з безперервним діленням, для його

практичного застосування залишаються не дослідженими особливості формування бокових поверхонь зубців точками контакту інструментальної вихідної поверхні дискової фрези, а також утворення бокових поверхонь зубців у косозубих циліндричних колесах, які достатньо поширені у транспортних засобах, зокрема, у великомодульних тягових передачах залізничних локомотивів.

Мета. Розроблення математичної моделі процесу профілювання зубців циліндричних косозубих зубчастих коліс дисковими інструментами способом радіально-колового кінематично змінюваного формоутворення на основі концепції формування бокових поверхонь зубців гвинтовими співвісними твірними лініями.

Методика проведення досліджень. Дослідження ґрунтуються на методах та основних положеннях теорії формоутворення поверхонь деталей різальними інструментами, зокрема зубчастих коліс, теорії зубчастих зачеплень, кінематичного аналізу, аналітичної та диференціальної геометрії.

Результати досліджень та їх обговорення. Формують профіль зубців зубчастих коліс згідно з класичним підходом до теорії зачеплення, застосовуючи вихідний контур, який є контуром зубців номінальної вихідної рейки в перерізі площиною, при забезпеченні взаємного відносного кінематично узгодженого переміщення вихідної рейки та повороту зубчастого колеса. Зазначений метод формоутворення реалізується у разі застосування черв'ячних фрез на зубофрезерних верстатах. Спосіб радіально-колового формоутворення бокових поверхонь зубців циліндричних прямозубих коліс суттєво відрізняється від зубофрезерування черв'ячними фрезами, хоча здійснюється на зубофрезерних верстатах при аналогічних технологічних налагодженнях за безперервного обертання заготовки нарізаного зубчастого колеса.

За способом радіально-колового формоутворення можна використовувати дисковий інструмент – дискову фрезу (ДФ) або дисковий шліфувальний круг, який розташовують у радіальній площині або у площині, паралельній до радіальної площини нарізаного зубчастого колеса. Дисковий інструмент – надалі ДФ – встановлюють на інструментальну оправку зубофрезерного верстата із певним радіальним зміщенням – ексцентриситетом ϵ відносно осі обертання шпинделя верстата. Завдяки такому зміщенню, за безперервного обертання інструментальної оправки разом із ДФ і узгодженого обертання заготовки циліндричного прямозубого колеса, ДФ періодично входить у міжзубцеву западину нарізаного зубчастого колеса та виходить з неї, формуючи профіль його зубців.

Практичними випробуваннями способу радіально-колового формоутворення, які проводили під час нарізання циліндричних прямозубих коліс середніх та великих модулів, встановлено, що доцільна стійкість використовуваних ДФ досягають тільки за використання ДФ із різальними зубцями у яких довжина головного різального ребра становить 2,4–6,0 мм (залежно від модуля зубчастого колеса). Кінематично взаємноузгоджені рухи обертання шпинделя та столу зубофрезерного верстата забезпечують безперервний рівномірний поділ заготовки зубчастого колеса у коловому напрямку на певну кількість зубців, а застосування ДФ із різальними зубцями певної ширини зумовлює утворення такого зубчастого вінця, у якого товщина нарізаних зубців менша від потрібної на величину, що приблизно дорівнює подвійній ширині головного різального ребра зубця ДФ [21–25]. Наслідком ігнорування цієї функціональної характеристики радіально-колового способу є отримання непрацездатних зубчастих коліс.

Наведений вагомий недолік радіально-колового способу пропонується усунути зміною закону руху ДФ. Для цього інструментальну оправку споряджають додатковим інструментальним пристроєм зміни кутової швидкості (ПЗКШ), з вихідною ланкою якого сполучено ексцентрикову втулку, на якій закріплено ДФ, а вхідну ланку з'єднано із інструментальною оправкою та шпинделем зубофрезерного верстата [23]. Завдяки цьому, ДФ з певною шириною різальних зубців отримує певне сповільнення при входженні до міжзубцевої западини та виході з неї нарізаного

зубчастого колеса та певного пришвидшення при досягненні ДФ – найбільшого міжзубцевого заглиблення. Внаслідок цього ДФ нарізуються зубці циліндричного прямозубого колеса відповідної товщини, а їх профіль достатньо близький до евольвентного модифікованого по висоті [25].

Зазначені ознаки визначають новий спосіб зубонарізання циліндричних зубчастих коліс – спосіб радіально-колового кінематично змінюваного формоутворення зубців коліс дисковими інструментами з безперервним діленням (спосіб РККФ).

Моделюємо процес формоутворення зубців циліндричних косозубих коліс дисковою фрезою (ДФ) способом РККФ на зубофрезерному верстаті за допомогою взаємопов'язаних систем координат (рис. 1): $S_F (X_F Y_F Z_F)$ – нерухома система координат, пов'язана із віссю столу верстата; $S_0 (X_0 Y_0 Z_0)$ – нерухома система координат, у якій здійснено поворот осі шпинделя верстата; $S_1 (X_1 Y_1 Z_1)$ – нерухома система координат, пов'язана з віссю шпинделя верстата (віссю інструментальної оправки); $S_e (X_e Y_e Z_e)$ – система координат, пов'язана із ДФ; $S_2 (X_2 Y_2 Z_2)$ – рухома система координат, пов'язана із зубчастим колесом; $S_3 (X_3 Y_3 Z_3)$, $S_4 (X_4 Y_4 Z_4)$ – рухомі системи координат, що відображають гвинтовий рух нарізованого зубчастого колеса вздовж осі обертання столу верстата. Система координат S_e разом із ДФ встановлена із ексцентриситетним зміщенням e відносно осі шпинделя зубофрезерного верстата – $O_e Z_1$. ДФ відображена центральним колом та двома формотвірними колами, симетричними відносно центрального кола і розташованими на відстані b , що дорівнює ширині ДФ. Центральні кути повороту відповідних систем координат позначено відповідно φ , φ_1 , φ_2 , φ_3 , φ_4 . Системи координат $S_e (X_e Y_e Z_e)$ та $S_2 (X_2 Y_2 Z_2)$ обертаються відповідно навколо осей $O_e Z_1$ та OZ , з відповідними кутовими швидкостями ω_1 та ω_2 . Вертикальна вісь OZ нерухомої системи координат $S_F (X_F Y_F Z_F)$ збігається з віссю заготовки зубчастого колеса, яка обертається разом із системою координат $S_2 (X_2 Y_2 Z_2)$.

Нерівномірні кут повороту φ_1 та кутову швидкість ω_1 обертання ДФ отримують після перетворення рівномірного кута повороту φ_0 та рівномірної кутової швидкості ω_0 обертання шпинделя зубофрезерного верстата механізмом пристрою зміни кутової швидкості (ПЗКШ). Співвідношення між кількістю нарізованих зубців зубчастого колеса Z , кутами та кутовими швидкостями повороту шпинделя та столу зубофрезерного верстата визначаються кінематичним налагодженням верстата і відображаються відповідними залежностями: $\varphi_0 = Z \cdot \varphi_2$, $\omega_0 = Z \cdot \omega_2$.

Співвідношення між кутами повороту та кутовими швидкостями шпинделя верстата та ексцентрикової частини інструментальної оправки із встановленою ДФ, що забезпечується ПЗКШ

відповідної конструкції, мають такий вигляд [23]: $\varphi_1 = 2 \cdot \arctg \left[\left(\frac{a_0 - e_0}{a_0 + e_0} \right)^k \cdot \tg \frac{\varphi_0}{2} \right]$;

$\omega_1 = \omega_0 \cdot \left(\frac{a_0 + e_0}{a_0 - e_0} \right)^k \cdot \left(\sin^2 \frac{\varphi_0}{2} + \cos^2 \frac{\varphi_0}{2} \cdot \left(\frac{a_0 + e_0}{a_0 - e_0} \right)^{2k} \right)^{-1}$, де a_0, e_0, k – конструктивні параметри

механізму ПЗКШ.

Система координат S_1 разом із ДФ нахилена під кутом γ_1 до системи координат S_0 для отримання можливості прорізувати косі зубці у заготовці циліндричного колеса. Зубці колеса розташовані під кутом нахилу β відносно його осі. Загалом прийнято, що кути γ_1 та β різні.

Для отримання співвідношень, які описують бокові поверхні косозубих зубців нарізованих ДФ способом РККФ, у циліндричних колесах необхідно: встановити положення формотвірних точок на робочій поверхні ДФ; визначити вирази, що встановлюють взаємозв'язок між прийнятими системами координат.

Твірні кола ДФ (праве та ліве чи центральне) в системі координат S_e описуються у матричній формі радіус-вектором:

$$r_{eR(L)} = \left[R \cdot \cos \varepsilon; R \cdot \sin \varepsilon; K_{0RL} \cdot \frac{b}{2}; 1 \right]^T, \quad (1)$$

де R – радіус твірних кіл ДФ; ε – центральний кут; R та L – індекси позначень правого та лівого твірних кіл; b – ширина робочої частини ДФ, що дорівнює відстані між правим та лівим твірними колами; K_{ORL} – коефіцієнт, що вказує на твірне коло ДФ (для правого твірного кола – $K_{ORL} = +1$, для лівого – $K_{ORL} = -1$, для середнього – $K_{ORL} = 0$).

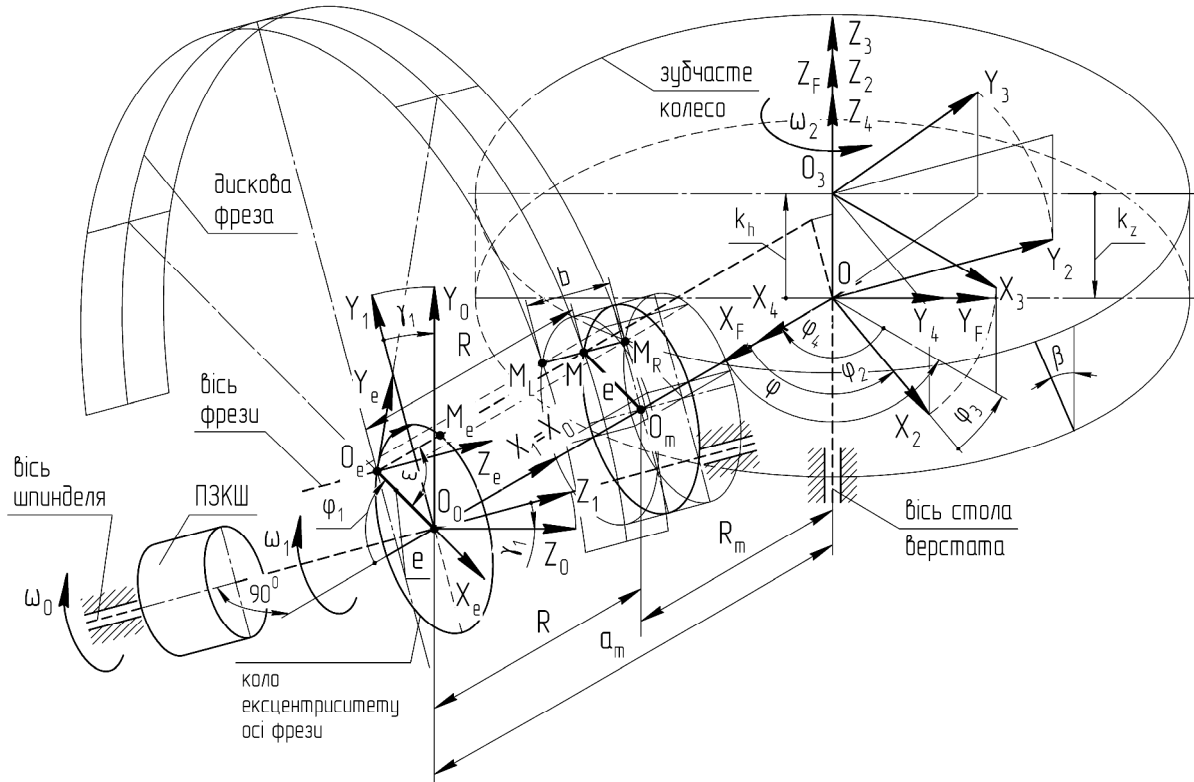


Рис. 1. Формування бокових поверхнь зубців циліндричних косозубих колес дисковою фрезою способом радіально-колового кінематично змінюваного формоутворення

Fig. 1. Shaping tooth flanks of spur helical gear by disk milling cutter of radial and round kinematic modify formation method

Формотвірними точками ДФ є точки, що знаходяться на правому чи лівому твірному колі ДФ та розташовані найближче до осі нарізаного зубчастого колеса при будь-якому кутовому розташуванні ДФ. Отже, в системах координат S_0 та S_F до формотвірних належать точки M_R, M_L та M , які розташовані відповідно на правому, лівому (сторони) та центральному твірному колі ДФ. Точку M використовують за умови, що ширина робочої частини ДФ дорівнює $b = 0$. В рухомій системі координат S_e точки M_R, M_L та M стають формотвірними, якщо виконується умова: $\varepsilon = \varphi_1$. Тоді, використовуючи (1), координати точок M_R, M_L визначають за такими залежностями:

$$x_{MR(L)} = R \cdot \cos \varphi_1; \quad y_{MR(L)} = R \cdot \sin \varphi_1; \quad z_{MR(L)} = K_{ORL} \cdot \frac{b}{2}. \quad (2)$$

Перехід від рухомої системи координат S_e , пов'язаної із інструментом, що обертається, до рухомої системи координат S_4 , зв'язаної із нарізаним зубчастим колесом, здійснюється у такій черговості: $S_e - S_1 - S_0 - S_F - S_2 - S_3 - S_4$. Для переходів між системами координат використовують матриці переходів (напрямок переходу відповідає черговості індексів – від другого до першого): $M_{1e}, M_{01}, M_{F0}, M_{2F}, M_{32}, M_{43}$.

Радіуси-вектори $r_{4(3)R(L)}$ точок бокової поверхні зубця в системі координат S_4 або просторова лінія, утворена точками контакту ДФ із боковою поверхнею нарізаних зубців у системі координат S_3 , виражаються такими матричними виразами:

$$\Gamma_{4(3)R(L)} = M_{4(3)e} \cdot \Gamma_{MR(L)}, \quad (3)$$

де M_{4e} та M_{3e} – відповідно загальна матриця переходу від системи координат S_e до системи координат відповідно S_4 або S_3 ; $\Gamma_{MR(L)}$ – радіуси-вектори формотвірних точок відповідно M_R та M_L у системі координат S_e .

Матриці переходу між системами координат мають такий вигляд:

$$M_{1e} = \begin{bmatrix} \cos\varphi_1 & \sin\varphi_1 & 0 & -e \cdot \cos\varphi_1 \\ -\sin\varphi_1 & \cos\varphi_1 & 0 & e \cdot \sin\varphi_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad M_{01} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\gamma_1 & -\sin\gamma_1 & 0 \\ 0 & -\sin\gamma_1 & \cos\gamma_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad M_{F0} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & a_m \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4)$$

$$M_{2F} = \begin{bmatrix} \cos\varphi_2 & \sin\varphi_2 & 0 & 0 \\ -\sin\varphi_2 & \cos\varphi_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad M_{32} = \begin{bmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi & 0 & 0 \\ -\sin\varphi & \cos\varphi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & k_h \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad M_{43} = \begin{bmatrix} \cos\varphi_4 & -\sin\varphi_4 & 0 & 0 \\ \sin\varphi_4 & \cos\varphi_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -k_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

де k_h та k_z – величини гвинтових осьових переміщень систем координат S_3 та S_4 відповідно у прямому і зворотному відносному гвинтовому русі вздовж осі координат OZ ; a_m – найкоротша відстань між віссю обертання інструментальної оправки та заготовки зубчастого колеса.

Узагальнені матриці переходів M_{4e} та M_{3e} між відповідними системами координат встановлюються добутками матриць :

$$M_{4e} = M_{43} \cdot M_{32} \cdot M_{2F} \cdot M_{F0} \cdot M_{01} \cdot M_{1e}; \quad (5)$$

$$M_{3e} = M_{32} \cdot M_{2F} \cdot M_{F0} \cdot M_{01} \cdot M_{1e}. \quad (6)$$

Величини гвинтових осьових переміщень k_h та k_z систем координат S_3 та S_4 визначаємо за такими співвідношеннями (див. рис. 2) :

$$k_h = g_h \cdot \varphi; \quad k_z = g_z \cdot \varphi_4, \quad (7)$$

де g_h та g_z – відповідні гвинтові параметри; φ та φ_4 – відповідно повні кути повороту систем координат S_3 та S_4 у відповідному гвинтовому русі.

Особливість нарізання зубців на циліндричних косозубих колесах ДФ способом РККФ полягає у необхідності враховувати те, що ДФ, за повний оберт заготовки зубчастого колеса послідовно заглиблюючись у кожен міжзубцеву западину, повинна контактувати формотвірними точками з гвинтовими боковими поверхнями зубців колеса, які знаходяться відносно осі колеса під кутом β на ділільному колі діаметром d_2 . Крім цього, для отримання бокових поверхонь зубців колеса на всій їх довжині ДФ повинна зміщуватись вздовж осі колеса, переміщуючись по іншій гвинтовій лінії, що визначається гвинтовим параметром, який залежить від величини осьової подачі S_0 . Отже, синтезуючи профіль зубців циліндричного колеса, необхідно одночасно враховувати конструктивний та технологічний параметри відповідно β та S_0 .

Геометричні побудови (див. рис. 2) відображають: розгортку гвинтової лінії на діаметрі d_2 косоного зуба у вигляді трикутника AB_1C_1 , отриманого за повний оберт зубчастого колеса ($\varphi_2 = \varphi_{2\max} = 2 \cdot \pi$) з основою AC_1 , довжина якої дорівнює $AC_1 = R_2 \cdot \varphi_{2\max} = \pi \cdot d_2$ (R_2 радіус ділільного кола); величину осьового переміщення ДФ вздовж осі зубчастого колеса за повний його оберт – $C_1E_1 = P_1K_1 = S_0$; величини дуг $C_1P_1 = R_2 \cdot \varphi_{3\max}$ та $C_2P_2 = R_2 \cdot \varphi_3$ додаткових поворотів зубчастого колеса відповідно на найбільший $\varphi_{3\max}$ та проміжний φ_3 центральні кути, які потрібні для забезпечення розташування формотвірних точок ДФ на гвинтових лініях зубців колеса; кут нахилу β та осьовий крок P_h гвинтової лінії зуба (позначення кутів відповідають позначенням на рис. 1).

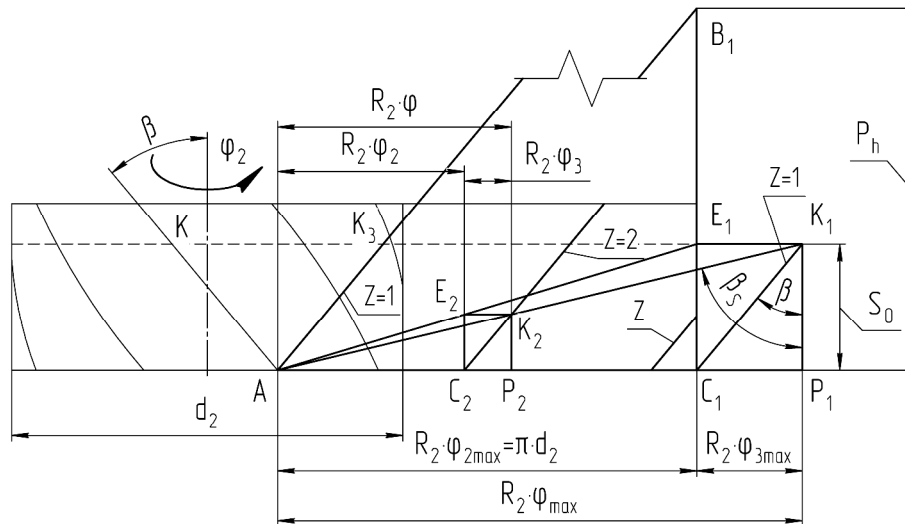


Рис. 2. Параметри осьового руху дискової фрези при нарізанні гвинтових зубців циліндричного косозубого колеса

Fig. 2. Variable's of axial motion for disk milling cutter by cutting of helical teeth of spur helical gear

Повний кут φ повороту заготовки косозубого колеса складається із кута повороту φ_2 , що визначається співвідношенням кінематичного налагодження зубофрезерного верстата, та кута φ_3 , що відповідає додатковому повороту столу зубофрезерного верстата при отримуванні косозубих зубців: $\varphi = \varphi_2 \pm \varphi_3$ (знак встановлюється напрямком зубців колеса та напрямком обертання столу зубофрезерного верстата). Використовуючи вираз $P_h = \pi \cdot d_2 / \text{tg}\beta$ та враховуючи геометричні побудови (див. рис. 2), отримуємо співвідношення між центральними кутами повороту зубчастого колеса та вираз для визначення гвинтового параметра g_h :

$$\varphi_3 = \varphi_2 \cdot \frac{S_0 \cdot \text{tg}\beta}{\pi \cdot d_2}; \tag{8}$$

$$\varphi = \varphi_2 \cdot \left(1 \pm \frac{S_0 \cdot \text{tg}\beta}{\pi \cdot d_2} \right); \tag{9}$$

$$g_h = \left(\frac{\pi \cdot d_2}{S_0} \pm \frac{2 \cdot \text{tg}\beta}{d_2} \right)^{-1}. \tag{10}$$

Радіус-вектори $r_{MR(L)}$ формотвірних точок M_R та M_L чи M у системі координат S_e (належать формотвірним колам ДФ) разом із відповідними матрицями переходу між системами координат дозволяють отримати в системі координат S_3 за співвідношенням $r_{3R(L)} = M_{3e} \cdot r_{MR(L)}$ вирази тільки контактних ліній, що розташовані на бокових сторонах зубців косозубого колеса. Для отримання рівнянь бокових поверхонь косих зубців колеса, згідно з класичними співвідношеннями диференціальної геометрії із визначення обвідної поверхні до сукупності положень просторових ліній, потрібно встановити і розв'язати систему рівнянь, що складається з рівнянь із змінними параметрами, які описують переміщення просторової лінії, та рівнянь, які містять похідні від просторових параметрів. Такий підхід є складним і супроводжується знаходженням розв'язку характеристичного трансцендентного рівняння, яке здебільшого не має явного розв'язку. З метою спрощення розв'язування поставленої задачі пропонується засобами математичного аналізу записати співвідношення, які відображають перехід від системи координат S_3 (записане рівняння контактної лінії $r_{3R(L)}$) до системи координат S_4 (містить вирази, що описують поверхні зубців

колеса $r_{4R(L)}$) у відносному гвинтовому русі. Така дія дає змогу реалізувати кінематичне переміщення контактних ліній $r_{3R(L)}$ вздовж гвинтової бокової поверхні косоного зубця колеса та отримати вирази, що описують бокові поверхні гвинтових зубців колеса – $r_{4R(L)}$.

Беручи до уваги геометричні співвідношення між параметрами повної розгортки гвинтової лінії зубця на ділільному діаметрі d_2 із кроком $P_h = \pi \cdot d_2 / \text{tg}\beta$ за максимального кута повороту $\varphi_{4\max} = 2\pi$ (див. рис. 1), встановлюємо залежність для визначення гвинтового параметра g_z у осьовому переміщенні k_z системи S_4 під час її гвинтового руху відносно системи S_3 :

$$g_z = \frac{d_2}{2 \cdot \text{tg}\beta} \quad (11)$$

Вирази, що пов'язують ексцентриситет e , радіус дискової фрези R , міжосьову відстань a_m , мають такий вигляд:

$$a_m = R_m + R; \quad (12)$$

$$R_m = e + R_{f2}, \quad (13)$$

де R_{f2} – радіус кола западин зубців зубчастого колеса.

Застосовуючи відомі співвідношення між параметрами циліндричного косозубого колеса, отримуємо:

$$\begin{aligned} R_{f2} = R_2 - h_f \cdot m_n; \quad R_2 = \frac{1}{2} \cdot d_2 = \frac{1}{2} \cdot Z \cdot m_t; \quad m_t = \frac{m_n}{\cos\beta}; \\ R_m = \frac{1}{2} \cdot \frac{m_n \cdot Z}{\cos\beta} - h_f \cdot m_n + e, \end{aligned} \quad (14)$$

де m_n та m_t – модуль відповідно нормальний та торцевий; R_2 та d_2 – відповідно радіус та діаметр ділільного кола; h_f – коефіцієнт висоти ніжки зуба (стандартне значення $h_f = 1,25$).

Використовуючи вираз (2) добутку матриць, записуємо в системі S_3 рівняння $r_{3R(L)}$ просторових ліній контакту формотвірних точок ДФ із боковими поверхнями зубців колеса:

$$\begin{aligned} x_{30R(L)} = \frac{1}{2} \cdot e \cdot [\cos(\varphi + \varphi_2 - \varphi_1) + \cos(\varphi + \varphi_2 + \varphi_1) + \frac{1}{2} \sin(\varphi - \varphi_1 + \varphi_2 - \gamma_1) - \frac{1}{2} \sin(\varphi + \varphi_1 + \varphi_2 - \gamma_1) + \\ + \frac{1}{2} \sin(\varphi + \varphi_1 + \varphi_2 + \gamma_1) - \frac{1}{2} \sin(\varphi - \varphi_1 + \varphi_2 - \gamma_1)] + \frac{1}{4} [\sin(\varphi + \varphi_2 + \gamma_1) + \sin(\varphi + \varphi_2 - \gamma_1)] \cdot K_{ORL} \cdot b - \\ - R_m \cdot \cos(\varphi + \varphi_2); \\ y_{30R(L)} = \frac{1}{2} \cdot e \cdot [-\sin(\varphi + \varphi_2 + \varphi_1) - \sin(\varphi + \varphi_2 - \varphi_1) + \frac{1}{2} \cos(\varphi + \varphi_1 + \varphi_2 + \gamma_1) - \frac{1}{2} \cos(\varphi - \varphi_1 + \varphi_2 + \gamma_1) + \\ + \frac{1}{2} \cos(\varphi - \varphi_1 + \varphi_2 - \gamma_1) - \frac{1}{2} \cos(\varphi + \varphi_1 + \varphi_2 - \gamma_1)] + \frac{1}{4} [\cos(\varphi + \varphi_2 - \gamma_1) + \cos(\varphi + \varphi_2 + \gamma_1)] \cdot K_{ORL} \cdot b - \\ - R_m \cdot \sin(\varphi + \varphi_2); \\ z_{30R(L)} = \frac{1}{2} \cdot e \cdot [\sin(\gamma_1 + \varphi_1) - \sin(\gamma_1 - \varphi_1)] + \frac{1}{2} \sin(\gamma_1) \cdot K_{ORL} \cdot b + k_h, \end{aligned} \quad (15)$$

де R_m – радіус середнього кола.

Середнє коло R_m – це коло, відносно якого способом РККФ отримують синусоподібні зубці з однаковою висотою головки та ніжки зубця.

Рівняння координат $r_{4R(L)}$ бокових поверхонь зубців косозубого колеса в системі S_4 визначаємо за виразами (2) та (4):

$$\begin{aligned}
 x_{40R(L)} &= \frac{1}{2} \cdot e \cdot [\cos(-\varphi_4 + \varphi + \varphi_2 - \varphi_1) + \cos(-\varphi_4 + \varphi + \varphi_2 + \varphi_1) + \frac{1}{2} \sin(-\varphi_4 + \varphi - \varphi_1 + \varphi_2 - \gamma_1) - \\
 &- \frac{1}{2} \sin(-\varphi_4 + \varphi + \varphi_1 + \varphi_2 - \gamma_1) + \frac{1}{2} \sin(-\varphi_4 + \varphi + \varphi_1 + \varphi_2 + \gamma_1) - \frac{1}{2} \sin(-\varphi_4 + \varphi - \varphi_1 + \varphi_2 - \gamma_1)] + \\
 &+ \frac{1}{4} [\sin(-\varphi_4 + \varphi + \varphi_2 + \gamma_1) + \sin(-\varphi_4 + \varphi + \varphi_2 - \gamma_1)] \cdot K_{0RL} \cdot b - R_m \cdot \cos(-\varphi_4 + \varphi + \varphi_2); \\
 y_{40R(L)} &= \frac{1}{2} \cdot e \cdot [-\sin(-\varphi_4 + \varphi + \varphi_2 - \varphi_1) - \sin(-\varphi_4 + \varphi + \varphi_2 + \varphi_1) - \frac{1}{2} \cos(-\varphi_4 + \varphi + \varphi_1 + \varphi_2 - \gamma_1) + \\
 &+ \frac{1}{2} \cos(-\varphi_4 + \varphi + \varphi_1 + \varphi_2 + \gamma_1) - \frac{1}{2} \cos(-\varphi_4 + \varphi - \varphi_1 + \varphi_2 + \gamma_1) + \frac{1}{2} \cos(-\varphi_4 + \varphi - \varphi_1 + \varphi_2 - \gamma_1)] + \\
 &+ \frac{1}{4} [\cos(-\varphi_4 + \varphi + \varphi_2 + \gamma_1) + \cos(-\varphi_4 + \varphi + \varphi_2 - \gamma_1)] \cdot K_{0RL} \cdot b - R_m \cdot \sin(-\varphi_4 + \varphi + \varphi_2); \\
 z_{40R(L)} &= \frac{1}{2} \cdot e \cdot [\sin(\gamma_1 + \varphi_1) - \sin(\gamma_1 - \varphi_1)] + \frac{1}{2} \sin(\gamma_1) \cdot K_{0RL} \cdot b + k_h - k_z. \tag{16}
 \end{aligned}$$

Система рівнянь (14) встановлює координати точок гвинтових співвісних твірних ліній (ГСТЛ), а система рівнянь (15) – бокові просторові поверхні косозубих зубців (рис. 3).

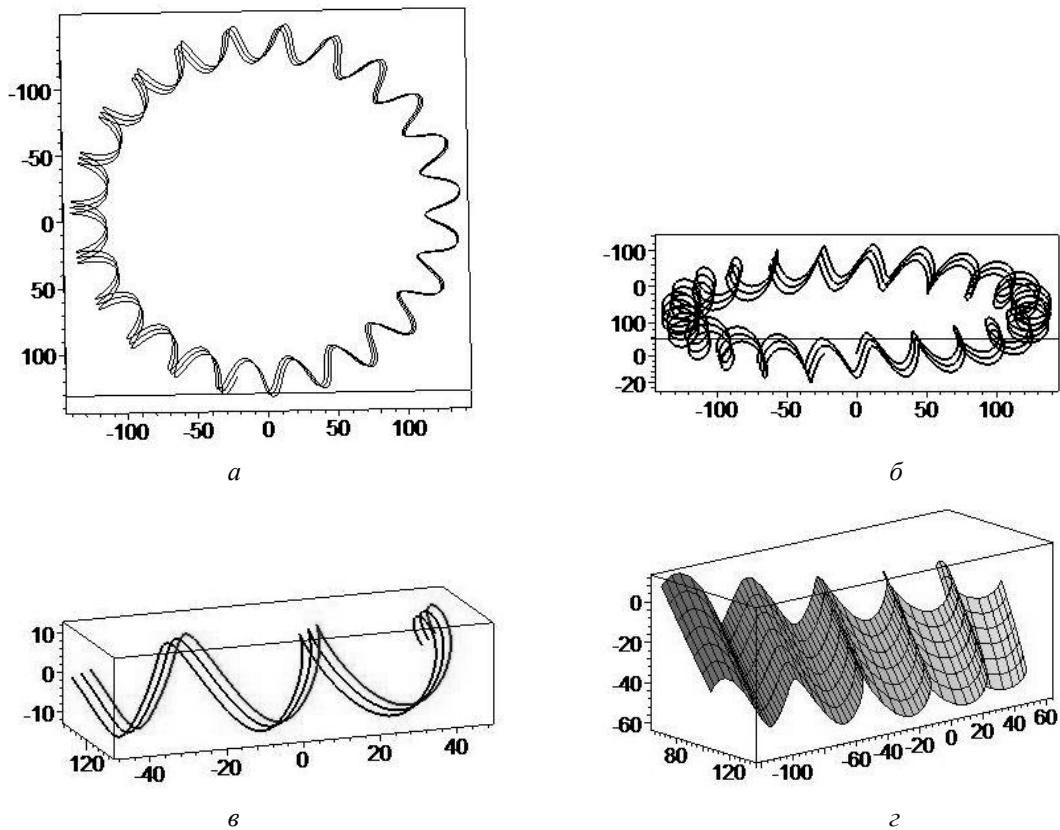


Рис. 3. Контактні гвинтові співвісні лінії та бокова поверхня зубців циліндричних косозубих коліс для $m_n = 10$ мм, $Z = 23$, $\beta = 24^{\circ}31'17''$, напрям зубців – лівий (нормальна (а) до напрямку косозубих зубців та бокова (б) проекція контактної гвинтової лінії; праві, ліві, центральні гвинтові співвісні твірні лінії (в); бокова поверхня косозубих зубців (з))

Fig. 3. Contact's helix coaxial line and tooth flanks of spur helical gear for $m_n = 10$ mm, $Z = 23$, $\beta = 24^{\circ}31'17''$, direction of teeth is left (normal (a) to direction of helical teeth and lateral (б) projection of contact's helix coaxial line; right, left, central helix coaxial lines (в); helical tooth flanks (з))

Бокові поверхні зубців циліндричного косозубого колеса отримано гвинтовими лініями співвісними до осі зубчастого колеса. ГСТЛ складаються із точок контакту формотвірних кіл ДФ із боковими поверхнями зубців колеса. ГСТЛ облягають, а їх точки знаходяться на поверхні зубців колеса (рис. 3, а, б, в). Встановлений принцип формування поверхонь зубців колеса відрізняється від традиційного способу обкочування вихідною рейкою, яка має необмежену довжину, є дотичною до початкового кола нарізаного циліндричного колеса, а профіль зубців отримується при коченні без проковзування початкової лінії вихідної рейки по початковому колу колеса. Бокові просторові поверхні зубців (рис. 3, з) формуються як огинаючі поверхні положень ГСТЛ у їх русі вздовж гвинтових ліній зубців косозубого колеса розташованих під кутом β до осі зубчастого колеса (рис. 3, з).

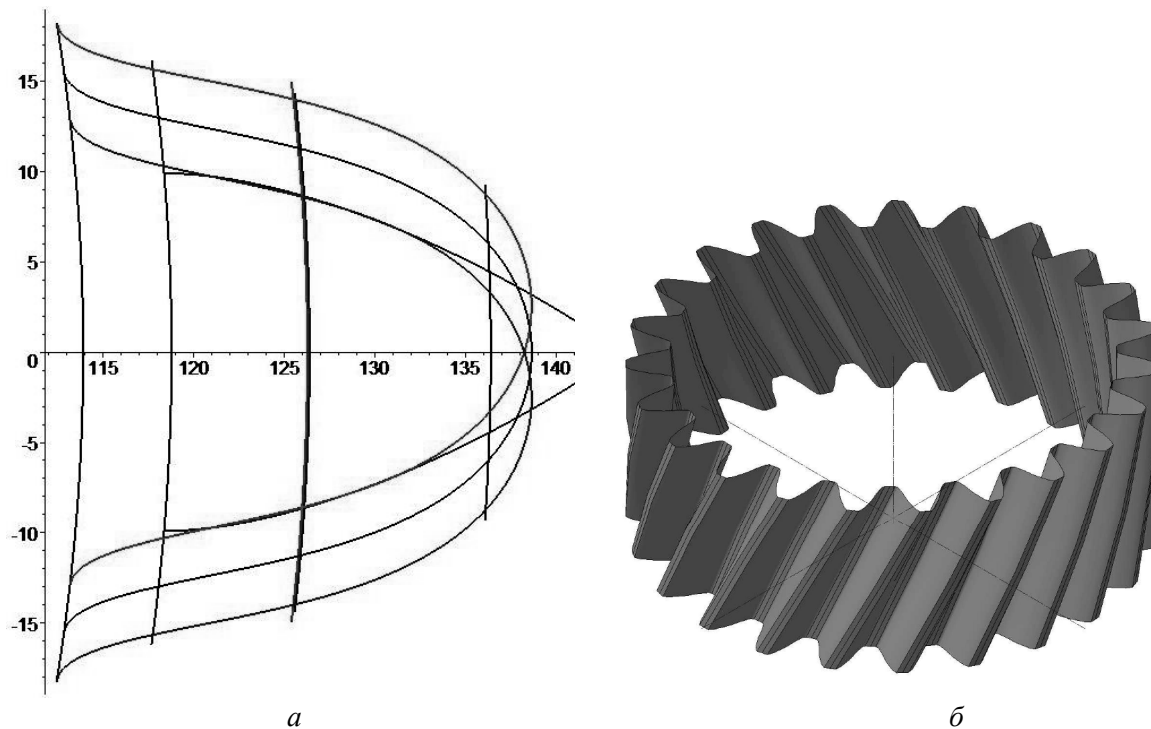


Рис.4. Торцевий профіль синусоподібного та евольвентного зубця (а) та зубчастий вінець циліндричного косозубого колеса (б) утворений ДФ способом РККФ ($m_n=10$ мм; $Z = 23$; $\beta = 24^{\circ}31'17''$; $b = 5$ мм; $e = 12,38$ мм; $a_0 = 72$ мм; $e_0 = 6$ мм; $k = 3$; $S_0 = 5$ мм/об)

Fig. 4. Face profile of sine-similar and involutes teeth (a) and the toothed crown of spur helical gear (b) is formed disc milling cut by the radial and round kinematic modify formation method ($m_n= 10$ mm; $Z = 23$; $\beta = 24^{\circ}31'17''$; $b = 5$ mm; $e = 12,38$ mm; $a_0 = 72$ mm; $e_0 = 6$ mm; $k = 3$; $S_0 = 5$ mm/rev))

За системою рівнянь (15) можна отримати рівняння профілю зубців у торцевій площині зубчастого колеса. Для цього потрібно залишити без змін перші два рівняння координат $x_{40R(L)}$ та $y_{40R(L)}$, а третє рівняння $z_{40R(L)}$ прирівняти до певної константи, що визначає положення площини торцевого профілю косозубого колеса відносно вертикальної осі координат Z_4 . Найпростіший варіант, – це використати як торцеву площину X_4Y_4 , тобто третє рівняння системи (15) має розв’язок – $z_{40R(L)}=0$. Отримані вирази для розрахунку координат торцевого профілю синусоподібного зубця можна використовувати для якісного і кількісного порівняння із евольвентним торцевим профілем зубця циліндричного косозубого колеса (рис. 4, а). Так відображений синусоподібний торцевий профіль зубця отриманий правою та лівою ГСТЛ, що утворені правими та лівими формотвірними точками ДФ, практично повністю збігається у середній частині із евольвентним торцевим профілем зубця. Вершина зубця із синусоподібним профілем має

фланковану форму, яка описується плавною синусоїдною кривою. Така профільна модифікація зубця прогнозовано позитивно відобразиться на експлуатаційних характеристиках циліндричної косозубої передачі, зокрема низьких динамічних навантажень, що виникають при контакті головки та ніжки зубців коліс на початковій стадії зачеплення та очікуваного низького рівня шуму всієї циліндричної передачі.

Системи рівнянь (15) можна застосовувати для моделювання просторової поверхні зубчастого вінця косозубого колеса та використовувати для оцінювання показників зачеплення коліс у передачі, раціонального вибору технологічних параметрів зубонарізання способом РККФ, порівняння із евольвентними косозубими колесами для оцінювання параметрів точності зубчастих коліс. Результат тривимірного моделювання зубчастого вінця ведучої шестерні головної передачі електровоза зображено на рис. 4, б.

Висновки. Промодельовано процес формування поверхонь зубців циліндричних косозубих зубчастих коліс способом радіально-колового формоутворення дисковими фрезами, які встановлені з ексцентриситетом на інструментальній оправці зубофрезерного верстата. Доведено необхідність здійснення процесу зубонарізання косозубих коліс при кінематичній зміні частоти обертання дискової фрези разом ексцентрикової частини інструментальної оправки для отримання нарізаних зубців із потрібною товщиною. За сукупністю ознак виділено новий спосіб нарізання і профілювання зубців зубчастих коліс – спосіб радіально-колового кінематично змінюваного формоутворення зубців коліс дисковими інструментами при безперервному діленні. Поверхні зубців циліндричних косозубих коліс повністю формуються гвинтовими співвісними твірними лініями, які утворені точками контакту формотвірних точок дискової фрези із отримуваними поверхнями зубців колеса. Гвинтові твірні лінії є співвісні осі обертання циліндричного зубчастого колеса. Запропоновано для отримання рівнянь просторової поверхні косозубих зубців, яка є огинаючою до сукупності просторових гвинтових твірних ліній, застосовувати зворотний перехід системи координат із гвинтовими співвісними твірними лініями у гвинтовому її русі вздовж гвинтової лінії бокової поверхні зубця. Обґрунтовано необхідність синтезувати циліндричні зубчасті передачі, враховуючи параметри зубчастого зачеплення та технологічний параметр – величину осьової подачі як одного із чинників процесу зубонарізання циліндричних коліс на зубофрезерному. Отримано співвідношення, що визначають координати торцевого синусоподібного профілю просторової поверхні косозубих зубців для оцінювання параметрів точності профілю зубця та зубчастого вінця колеса порівняно з евольвентним профілем зубців.

1. Антонюк В. Е. *Современные технологии изготовления цилиндрических зубчатых колес* / В. Е. Антонюк // *Оборудование и инструмент для профессионалов. Серия "Металлообработка"*. – 2007. – № 4. – С. 6–18.

2. Локтев Д. А. *Рациональная эксплуатация современных червячных фрез* / Д. А. Локтев // *Оборудование и инструмент для профессионалов. Серия "Металлообработка"*. – 2007. – № 4. – С. 20–23.

3. Охріменко О. А. *Загальні основи теорії проектування червячних фрез* / О. А. Охріменко: автореф дис. ... д-ра техн. наук. 05.03.01. – Київ, 2015. – 44 с.

4. Аникин Ю. В. *Синусоидальное зацепление: основы геометро-кинематической теории* / Ю. В. Аникин. – Воронеж: Изд-во Воронежского ун-та, 1975. – 63 с.

5. Ткач П. М. *Визначення можливості профілювання вихідних контурів циліндричних прямозубих передач кривими другого по-ряду* / П. М. Ткач // *Вісник НТУ "ХП"*. Серія: Проблеми механічного приводу. – Х.: НТУ "ХП", 2015. – № 34. – С. 135–144.

6. Ткач П. М. *Виробна поверхня та верстатне зачеплення циліндричних прямозубих синусоїдальних передач* / П. М. Ткач // *Вісник НТУУ "КП"*. Серія: Машинобудування. – К.: НТУУ "КП", 2014. – № 1 (70). – С. 112–121.

7. Ткач П. М. *Попередня оцінка згинальної міцності прямого зуба з синусоїдальним профілем* / П. М. Ткач // *Вісник Східноукраїнського національного університету імені Володимира Даля*. – Луганськ: Вид-во СХУ ім. В. Даля, 2014. – № 4 (211). – Ч. 1. – С. 236–241.

8. Ткач П. М. *Якісні показники працездатності синусоїдальних циліндричних прямозубих передач* / П. М. Ткач, П. Л. Носко, П. В. Філь, О. О. Ревякіна // *Вісник НТУ "ХП"*. Серія: Проблеми механічного приводу. – № 25 (1247): – Харків, НТУ "ХП", 2017. – С. 135–139.

9. Кривошея А. В. Перспективи применения твердосплавных отрезных дисковых фрез при обработке цилиндрических зубчатых колес / А. В. Кривошея, Ю. М. Данильченко, В. Е. Мельник, Э. М. Блазут // *Резание и инструмент в технологических системах: Межд. научн.-техн. сборник.* – Харьков: НТУ “ХПИ”, 2005. – Вып. 69. – С. 115–120.
10. Данильченко Ю. М. Кінематика формоутворення циліндричних зубчастих коліс з заданим профілем дисковим інструментом / Ю. М. Данильченко, А. В. Кривошея, С. І. Пастернак, Є. В. Короткий // *Вісник Національного Технічного Університету України “КПІ”. Машинобудування.* – 2005. – № 46. – С. 104–108.
11. Данильченко Ю. М. Математичне моделювання законів руху дискового інструменту при обробці зубчастих коліс довільного профілю / Ю. М. Данильченко, А. В. Кривошея, С. І. Пастернак // *Вісник Національного Технічного Університету України “КПІ”. Машинобудування.* – 2006. – № 49. – С. 112–118.
12. Данильченко Ю. М. Продуктивність контурної обробки зубчастих ланок дисковим інструментом. / Ю. М. Данильченко, С. І. Пастернак, А. В. Кривошея // *Вісник Національного Технічного Університету України “КПІ”. Машинобудування.* – № 53. – С. 215–225.
13. Пастернак С. І. Експериментальне дослідження контурної обробки циліндричних зубчастих коліс дисковим інструментом. / С. І. Пастернак, Ю. М. Данильченко, М. Г. Сторчак, А. В. Кривошея // *Вісник Національного Технічного Університету України “ХПІ”. Тематичний випуск “Проблеми механічного приводу”.* – Харків: НТУ “ХПІ”. – 2010. – № 26. – С. 94–101.
14. Pasternak S. Machining strategies for gear cutting with disc shaped milling tools / S. Pasternak, Yu. Danylchenko., U. Heisel U // *Вісник Національного технічного університету України “КПІ”. Серія машинобудування.* – 2015. – № 2 (74). – С. 61–66.
15. Громнюк С. І. Технологічне забезпечення якості нарізання зубчастих коліс радіально-коловим способом / С. І. Громнюк: автореф. дис. ...канд.техн. наук. 05.02.08. – Львів, 2016. – 25 с.
16. Громнюк С. І. Розширення технологічних можливостей універсальних зубофрезерних універсальних верстатів введенням керованого приводу головного руху / С. І. Громнюк // *Технологічний аудит та резерви виробництва.* – Харків, 2014. – № 5/3(19). – С. 23–27.
17. Hrytsay I. Sine-type gearing transmission as the alternative to the conventional ones and the new method of their production / I. Hrytsay, Y. Lytvyniak, L. Boryuk, S. Hromnyuk // *Zeszyty Naukowe PWZS.* – Sanok. – 2014. – P. 53–63.
18. Громнюк С. І. Моделювання складових сумарної похибки і точності зубчастих коліс в радіально-коловому способі зубонарізання / С. І. Громнюк, І. Є. Грицай // *Вісник НТУ “Харківський політехнічний інститут”. Серія: “Проблеми механічного приводу”.* – Харків, НТУ “ХПІ”, 2014. – № 31 (1074). – С. 24–28.
19. Грицай І. Є. Параметри поперечного перерізу зрізів в радіально-обкочувальному способі нарізання зубчастих коліс з осьовою подачею / І. Є. Грицай, С. І. Громнюк, А. М. Кук // *Вісник НУ “Львівська політехніка”.* Серія: “Оптимізація виробничих процесів і техн. контроль у машинобудуванні та приладобудуванні”. – Львів: Вид-во Львівської політехніки, 2014. – № 772. – С. 8–14.
20. Грицай І. Є. Технологічне забезпечення точності та безвідмовності процесу нарізання зубчастих коліс радіально-коловим способом з урахуванням дії динамічних чинників / І. Є. Грицай, С. І. Громнюк // *Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні.* – Львів, 2015. – Вип. 49. – С. 91–97.
21. Литвиняк Я. М. Нарізання зубців зубчастих коліс заданого профілю дисковим інструментом за допомогою копіювального пристрою способом радіально-колового формоутворення / Я. М. Литвиняк // *Вісник Національного університету “Львівська політехніка”.* Динаміка, міцність та проектування машин і приладів. – Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2011. – № 701. – С. 61–69.
22. Литвиняк Я. М. Моделювання процесів отримання випукло-ввігнутих зубців циліндричних коліс методами обкату та радіально-колового формоутворення / Я. М. Литвиняк // *Вісник Національного університету “Львівська політехніка”.* Динаміка, міцність та проектування машин і приладів. – Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2012. – № 730. – С. 57–64.
23. Литвиняк Я. М. Забезпечення технологічної гнучкості операцій зубонарізання в автоматизованому виробництві циліндричних зубчастих коліс підвищеної навантажувальної здатності із застосуванням процесу радіально-колового профілювання зубців / Я. М. Литвиняк // *Автоматизація виробничих процесів в машинобудуванні та приладобудуванні: Український міжвідомчий науково-технічний збірник.* – Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2012. – Вип. 46. – С. 135–140.
24. Литвиняк Я. М. Кінематичні особливості процесу радіально-колового формоутворення зубців циліндричних коліс / Я. М. Литвиняк // *Вісник Національного університету “Львівська політехніка”.* Оптимізація виробничих процесів і технічний контроль у машинобудуванні та приладобудуванні. – Львів: Видавництво Львівської політехніки, – 2013. – № 760. – С. 19–25.
25. Литвиняк Я. М. Моделювання процесу безперервного формоутворення дисковими фрезами зубців з модифікованим профілем у прямозубих зубчастих колесах. / Я. М. Литвиняк // *Вісник Національного університету “Львівська політехніка”.* Збірник наукових праць: Динаміка, міцність та проектування машин і приладів. – Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2017. – № 866. – С. 54–61.

Ya. M. Lytvyniak, I. I. Yurchyshyn
Lviv Politechnic National University

DESIGN OF FORMING BY HELIX COAXIAL FORMATIVE LINES OF TOOTH FLANK OF SPUR HELICAL GEAR

Ó Lytvyniak Ya. M., Yurchyshyn I. I., 2018

Aim. Development of mathematical model for process of teeth profiling of spur helical gear by disk cutting tool by the radial and round kinematic modify formation method on the basis conception of forming of teeth flanks by spatial helix coaxial formative lines. **Method.** Researches are based on methods and substantive provisions of the theory of parts surfaces formation by cutting instruments, in particular formation of spur gear teeth, the tooth system theory, kinematics analysis, analytical and differential geometry. **Results.** The design of formation process of surfaces of teeth of cylindrical helical wheels is conducted by disk milling cutters by the new method of formation at the continuous rotation of the cut gear. It is suggested to carry out gear cutting with a kinematics changeable angular velocity with the rotation of eccentric arbor with the set disk milling cutter that provides the receipt of wheels teeth with necessary thickness. The systems of equalizations of helix formative coaxial lines and equalizations of spatial tooth flanks of spur helical gears are got. **Scientific novelty.** Bases of profiling of teeth surfaces of spur helical gear are worked out by the radial and round kinematic modify formation method. Profiling of teeth sides is executed true spiral coaxial by formative lines. The necessity of profiling of teeth surfaces of helical wheels is set due to the kinematics change of angular velocity of appeal of instrument. The correlations got in theory complement theoretical positions of formation of surfaces of details cutting instruments and them technological providing. It is offered at the synthesis of teeth surfaces of sine-similar profile of the increased loading ability complex to combine kinematics, geometrical responses of hooking and technological parameter of gear cutting process. **Practical significance.** The design of process of forming of teeth surfaces of cylindrical helical wheels will provide rational practical application of the radial and round kinematic modify formation method for making of large module of cylindrical gear-wheels of gearing of transport vehicles due to the increase of the productivity of treatment at the receipt of surfaces of teeth with modified relatively by a involute profile that forecast diminishes the dynamic loading in hooking and assists the decline of sound-level in a transmission.

Key words: Spur helical gear, designs of teeth cutting, helix coaxial formative line, sine-similar profile of teeth, involutes profile of teeth, disk milling cutters, radial and round kinematic modify formation method.

1. Antoniuk V. E. *Sovremennyye tekhnolohyy yzghotovleniya tsylindrycheskykh zubchatykh koles* / V. E. Antoniuk // *Oborudovanye y ynstrument dlia professyonalov. Seryia – metalloobrabotka – 2007. No. 4. S. 6–18.*
2. Loktev D. A. *Ratsyonalnaia ekspluatatsyia sovremennykh cherviachnykh frez* / D.A. Loktev // *Oborudovanye y ynstrument dlia professyonalov. Seryia – metalloobrabotka – 2007. No. 4. S. 20–23.*
3. Okhrimenko O. A. *Zahalni osnovy teorii proektuvannia cherviachnykh frez* / O. A. Okhrimenko. // *Avtoreferat dys. ... dok. tekhn. nauk. 05.03.01 – Kyiv. -2015. – 44 s.*
4. Anykyn Yu. V. *Synusoidalnoe zatsepleniye: osnovy heometro-kynematycheskoi teoryy* / Yu. V. Anykyn. – Voronezh: *Yzd-vo Voronezhskoho un-ta, 1975. – 63 s.*
5. Tkach P. M. *Vyznachennia mozhlyvosti profiliuvannia vykhidnykh konturiv tsylindrychnykh priamozubykh peredach kryvymy druhooho poriadku* / P.M. Tkach // *Visnyk NTU "KhPI". Seriya: Problemy mekha-nichnoho pryvodu. – Kh. : NTU "KhPI", 2015. – No. 34. – S. 135–144.*
6. Tkach P. M. *Vyrobnia poverkhnia ta verstatne zacheplennia tsylindrychnykh priamozubykh synusoidalnykh peredach* / P. M. Tkach // *VisnykNTUU "KPI". Seriya: Mashynobuduvannia. – K.: NTUU "KPI", 2014, – No. 1 (70). – S. 112–121.*
7. Tkach P. M. *Poperednia otsinka zghynalnoi mitsnosti priamoho zuba z synusoidalnym profilem* / P. M. Tkach // *Visnyk Skhidnoukrainskoho natsionalnoho universytetu imeni Volodymyra Dalia. – Luhansk :vyd-vo SNU im. V. Dalia, 2014. –No. 4(211). – Ch. 1. – S. 236–241.*
8. Tkach P. M. *Yakisni pokaznyky pratsezdatsnosti synusoidalnykh tsylindrychnykh priamozubykh peredach* / P. M. Tkach, P. L. Nosko, P.V. Fil, O.O. Reviakina // *Visnyk NTU "KhPI". Seriya: Problemy mekhanichnoho pryvodu. – No. 25 (1247): – Kharkiv, NTU "KhPI", 2017. – S. 135–139.*
9. Kryvosheia A. V. *Perspektyvy pryumenenya tverdospilnykh otreznykh dyskovykh frez pry obrabotke tsylindrycheskykh zubchatykh koles* / A. V. Kryvosheia., Yu. M. Danylchenko, V. E. Melnyk., E. M. Blahut. // *Rezanye y ynstrument v tekhnolohycheskykh systemakh: Mezhd. nauchn.- tekhn. sbornyk. – Kharkov: NTU "KhPY", 2005. – Vyp. 69. – S. 115–120.*

10. Danylchenko Yu. M. Kinematyka formoutvorennia tsylindrychnykh zubchastykh kolis z zadanyim profilem diskovym instrumentom / Yu. M. Danylchenko, A. V. Kryvosheia, S. I. Pasternak, Ye. V. Korotkyi // *Visnyk Natsionalnoho Tekhnichnoho Universytetu Ukrainy "KPI". Mashynobuduvannia.* – 2005. – No. 46. – S. 104–108.
11. Danylchenko Yu. M. Matematychnne modeliuвання zakoniv rukhu diskovoho instrumentu pry obrobtisi zubchastykh kolis dovilnogo profilu / Yu. M. Danylchenko, A. V. Kryvosheia, S. I. Pasternak // *Visnyk Natsionalnoho Tekhnichnoho Universytetu Ukrainy "KPI". Mashynobuduvannia.* – 2006. – No. 49. – S. 112–118.
12. Danylchenko Yu. M. Produktyvnist konturnoi obrobky zubchastykh lanok diskovym instrumentom / Yu. M. Danylchenko, S. I. Pasternak, A. V. Kryvosheia // *Visnyk Natsionalnoho Tekhnichnoho Universytetu Ukrainy "KPI". Mashynobuduvannia.* – 2008. – No. 53. S. 215–225.
13. Pasternak S. I., Danylchenko Yu. M., Storchak M. H., Kryvosheia A. V. Eksperymentalne do-slidzhennia konturnoi obrobky tsylindrychnykh zubchastykh kolis diskovym instrumentom / S. I. Pasternak, Yu. M. Danylchenko, M. H. Storchak, A. V. Kryvosheia // *Visnyk Natsionalnoho Tekhnichnoho Universytetu Ukrainy "KhPI". Tematychnyi vypusk "Problemy mekhanichnoho pryvodu", Kharkiv: NTU "KhPI".* – 2010. – No. 26. – S. 94–101.
14. Pasternak S., Danylchenko Yu., Heisel U. Machining strategies for gear cutting with disc shaped milling tools / S. Pasternak, Yu. Danylchenko., U. Heisel // *Visnyk Natsionalnoho Tekhnichnoho Universytetu Ukrainy "KPI". Seriya mashynobuduvannia No. 2 (74).* – 2015. – C. 61 – 66.
15. Hromnyuk S. I. Tekhnolohichne zabezpechennia yakosti narizannia zubchastykh kolis radialno-kolovym sposobom / S. I. Hromnyuk // *Avtoref. dys. kand.tekhn. nauk. 05.02.08.* – Lviv, 2016. – 25 s.
16. Hromnyuk S.I. Rozshyrennia tekhnolohichnykh mozhyvostei universalnykh zubofrezernykh universalnykh verstativ vvedenniam kerovanoho pryvodu holovnoho rukhu / S. I. Hromnyuk // *"Tekhno-lohichnyi audyt ta rezervy vyrobnytstva".* – Kharkiv. – 2014. – No. 5/3(19). – S. 23–27.
17. Hrytsay I. Sine-type gearing transmission as the alternative to the conventional ones and the new method of their production / I. Hrytsay, Y. Lytvyniak, L. Bordyuk, S. Hromnyuk // *Zeszyty Naukowe PWZS. – Sanok.* – 2014. – P. 53–63.
18. Gromnyuk S. I. Modelyuvannya skladovykh sumarnoyi poxybky i tochnosti zubchastykh kolis v radialno-kolovomu sposobi zubonarizannya / S. I. Gromnyuk, I. Ye. Hrytsay // *Visnyk NTU "Xarkivskiy politexnichyiy instytut". Seriya: "Problemy mexanichnoho pryvodu".* – Xarkiv, NTU "XPI". – 2014. – No. 31 (1074): – S. 24–28.
19. Hrytsay I. Ye. Parametry poperechnogo pererizu zriziv v radialno-obkochuvalnomu sposobi narizannya zubchastykh kolis z osovoyu podacheyu / I. Ye. Hrytsay, S. I. Gromnyuk, A. M. Kuk // *Visnyk NU "Lvivska politexnika". Seriya: "Optimizaciya vyrobnychych procesiv i tehn. kontrol u mashynobuduvanni ta pryladobuduvanni".* – Lviv. Vyd-vo NU "LP". – 2014. – No. 772. – S. 8–14.
20. Hrytsay I. Ye. Texnologichne zabezpechennia tochnosti ta bezvidmovnosti procesu narizannya zubchastykh kolis radialno-kolovym sposobom z uraxuvanniam diyi dynamichnykh chynnykiv / I. Ye. Hrytsay, S.I. Gromnyuk // *Avtomatyzaciya vyrobnychych procesiv u mashynobuduvanni ta pryladobuduvanni.* Lviv. – 2015. – Vyp. 49. – S. 91–97.
21. Lytvyniak Ya. M. Narizannya zubciv zubchastykh kolis zadanogo profilu diskovym instrumentom za dopomogoyu kopiuvalnogo prystroyu sposobom radialno-kolovogo formoutvorennia / Ya.M. Lytvyniak // *Visnyk Nacionalnoho universytetu "Lvivska politexnika" No. 701: Dynamika, micznist ta proektuvannya mashyn i pryladiv.* – Lviv: Vydavnytstvo Lvivskoyi politexniki. 2011. – S. 61–69.
22. Lytvyniak Ya. M. Modelyuvannya procesiv otrymannia vypuklo-vvignutykh zubciv cylindrychnykh kolis metodamy obkatu ta radialno-kolovogo formoutvorennia. / Ya.M. Lytvyniak // *Visnyk Nacionalnoho universytetu "Lvivska politexnika" No. 730: Dynamika, micznist ta proektuvannya mashyn i pryladiv.* – Lviv: Vydavnytstvo Lvivskoi politehniky. 2012. S. 57–64.
23. Lytvyniak Ya. M. Zabezpechennia texnologichnoyi gnuchkosti operacij zubonarizannya v avtomatyzovanomu vyrobnytstvi cylindrychnykh zubchastykh kolis pidvyshhenoyi navantazhuvalnoyi zdatnosti iz zastosuvannyam procesu radialno-kolovogo profilyuvannya zubciv / Ya.M. Lytvyniak // *Avtomatyzaciya vyrobnychych procesiv v mashynobuduvanni ta pryladobuduvanni: Ukrayinskij mizhvidomchyiy naukovy-texnichnyy zbirnyk: Vyp. 46:* – Lviv: Vydavnytstvo Lvivskoi politehniky. 2012. – S. 135– 140.
24. Lytvyniak Ya. M. Kinematychni osoblyvosti procesu radialno-kolovogo formoutvorennia zubciv cylindrychnykh kolis. / Ya. M. Lytvyniak // *Visnyk Nacionalnoho universytetu "Lvivska politexnika" No. 760: Optimizaciya vyrobnychych procesiv i tehnicnyy kontrol u mashynobuduvanni ta pryladobuduvanni.* – Lviv: Vydavnytstvo Lvivskoi politehniky. 2013. – S. 19–25.
25. Lytvyniak Ya. M. Modelyuvannya procesu bezperernogo formoutvorennia diskovymy fre-zamy zubciv z modifikovanyim profilem u pryamozubnykh zubchastykh kolesax. / Ya.M. Lytvyniak // *Visnyk Nacionalnoho universytetu "Lvivska politexnika". Zbirnyk naukovykh pracz No. 866: Dynamika, micznist ta proektuvannya mashyn i pryladiv.* – Lviv: Vydavnytstvo Lvivskoi politehniky. 2017. – S. 54–61.