

## Аналіз процесу уварювання цукрових утфелів на основі імітаційного моделювання

**В.Г. Мирончук**, доктор технічних наук, професор, кафедра технологічного обладнання та комп'ютерних технологій проектування, Національний університет харчових технологій  
**О.А. Єщенко**, кандидат технічних наук, кафедра технологічного обладнання та комп'ютерних технологій проектування, Національний університет харчових технологій

*Побудована імітаційна модель процесу уварювання утфелів, проведено обчислювальні експерименти, в результаті яких отримано експоненційні аналітичні залежності зміни технологічних і масових характеристик в процесі уварювання цукрових утфелів та встановлено спільність між коефіцієнтами аналітичних закономірностей зміни технологічних характеристик.*

*Ключові слова: імітаційна модель, сіткова функція, утфель, міжкристалевий розчин, вміст кристалів.*

*Построена имитационная модель процесса уваривания утфелей, проведены вычислительные эксперименты, в результате которых получены экспоненциальные аналитические зависимости изменения технологических и массовых характеристик в процессе уваривания сахарных утфелей и установлена общность между коэффициентами аналитических закономерностей изменения технологических характеристик.*

*Ключевые слова: имитационная модель, сеточная функция, утфель, межкристальный раствор, содержание кристаллов.*

*The simulation models of boiling massecuite have been worked out and conducted computational experiments, in which exponential analytical expressions technological and mass characteristics in the process of boiling sugar massecuite have been obtained and communion between the coefficients of analytic patterns of technological change characteristics have been set.*

*Key words: simulation model, network function, massecuite, syrup, content of crystals.*

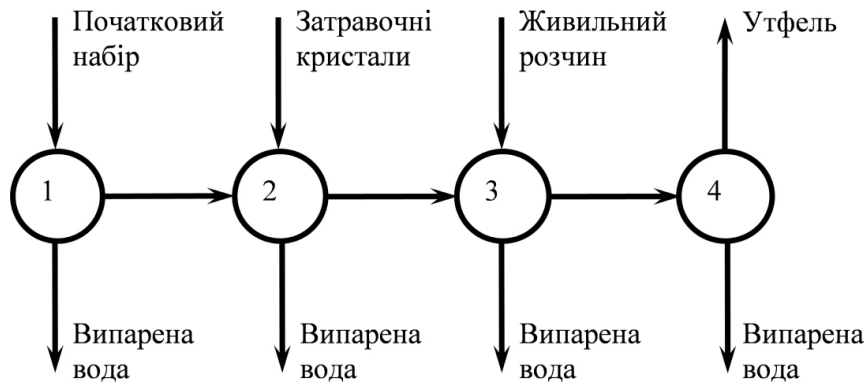
Однією з задач цукрового виробництва є одержання високоякісного цукру в процесі кристалізації у вакуум-апаратах. В реальних умовах процес уварювання цукрових утфелів залежить від багатьох впливових чинників, які мають як сталі, так і змінні характеристики. Про це свідчать побудовані І. Г. Бажалом масові графіки уварювання цукрових утфелів [1], та накопичений експериментальний матеріал [2–4] в галузі промислової кристалізації цукру. Одним із важливих чинників забезпечення якості кристалічного цукру є спосіб підведення живильного розчину до вакуум-апарата на етапі нарощування кристалів цукру [5,6]. Реалії процесу уварювання утфелів пов'язані зі зміною фізичних, реологічних, гідродинамічних і технологічних показників продукту, що кристалізується, в плінні часу від початку до кінця уварювання. Таке положення речей не дає можливості швидко з високою точністю передбачити і визначити кінцеві та проміжні характеристики цукрового утфелю та його складових частин. Нами, на основі накопиченого цукротехніками досвіду та експериментального матеріалу, побудована імітаційна модель процесу уварювання утфелю з періодичним та неперервним режимом введення живильного розчину до вакуум-апарата. Від-

повідно до цієї моделі розроблена комп'ютерна програма, що дозволяє за допомогою сучасних комп'ютерних засобів здійснювати швидкий аналіз та прогнозування характеристик процесу уварювання цукрових утфелів у вакуум-апаратах.

Розроблена нами модель базується на потоковому графі процесу уварювання утфелю (рис. 1) та балансових рівняннях матеріальних потоків [4, 7], які пов'язані з дугами графа.

Запропонована модель та комп'ютерна програма дозволяють за концентрацією сухих речовин і чистотою початкового набору та живильного розчину шляхом обчислювального експерименту розрахувати та спрогнозувати кількісні та якісні характеристики початкового сиропу, цукрового утфелю та його складових частин, тобто всі основні характеристики уварювання цукрового утфелю в динаміці часу від початку до кінця процесу.

При проведенні обчислювального експерименту найбільша увага приділялась третьому періоду – нарощуванню утворених кристалів за умов унеможливлення утворення вторинних кристалів і розчинення вже існуючих, що забезпечується підтримкою необхідного коефіцієнту пересичення шляхом періодичного чи безперервного вводу живильного розчину (підкачок). В цей період вся



**Рис. 1.** Поточковий граф процесу уварювання утфелю: 1 – період згущення цукрового розчину до проби; 2 – період утворення кристалів; 3 – період нарощування кристалів цукру шляхом введення живильного розчину; 4 – період відварювання утфельної маси перед вивантаженням.

вода, що міститься у підкачках, випаровується, сахароза кристалізується, а нецукри переходять до міжкристалевого розчину.

При чисельному вирішенні задачі моделювання безперервного вводу живильного розчину цілком природно вибрати кінцеву множину контрольних точок часу і шукати показники процесу в цих точках у вигляді сіткових функцій. Крім того, для зручності подальшої оцінки та узагальнення результатів, застосовано обезрозмірювання часу, тобто за одиничний проміжок часу будемо вважати весь час третього періоду (нарощування кристалів), не залежно від того, скільки в реальному часі протікає процес. Задавши кількість контрольних точок  $N$ , визначаємо рівномірний крок по часу:

$$\Delta\tau = 1/N, \tag{1}$$

та масу підкачки, що подається за час  $\Delta\tau$  :

$$\Delta G_n = G_n/N. \tag{2}$$

В момент часу  $\tau_i = i\Delta\tau$  з живильним розчином  $\Delta G_n$  до вакуум-апарату поступає  $\Delta S_n$  сахарози,  $\Delta n_n$  нецукрів,  $\Delta b_n = \Delta S_n + \Delta n_n$  сухих речовин та  $\Delta W$  води. До наступного моменту часу  $\tau_{i+1} = (i+1)\Delta\tau$  вода  $\Delta W$  випаровується, а маса роз-

чину в апараті збільшується за рахунок різниці мас підкачки  $\Delta G_n$  та випареної води  $\Delta W$

$$G_{y_{i+1}} = G_{y_i} + \Delta G_n - \Delta W. \tag{3}$$

При цьому маса кристалів збільшується за рахунок сахарози підкачки  $\Delta S_n$

$$Kp_{i+1} = Kp_i + \Delta s_i, \tag{4}$$

а маса міжкристалевого розчину – за рахунок нецукрів підкачки  $\Delta n_n$

$$G_{m_{i+1}} = G_{m_i} + \Delta G_n. \tag{5}$$

Обчислювальні експерименти проводились для випадку уварювання утфелів з продукту сталої якості, тобто початковий набір і живильний розчин мають однакові показники СР і чистоти, що характерно для уварювання утфелю першого продукту без рециркуляції відтоків.

На **рис. 2** наведено загальні закономірності зміни характеристик для утфелю, міжкристалевого розчину та кристалів в процесі уварювання.

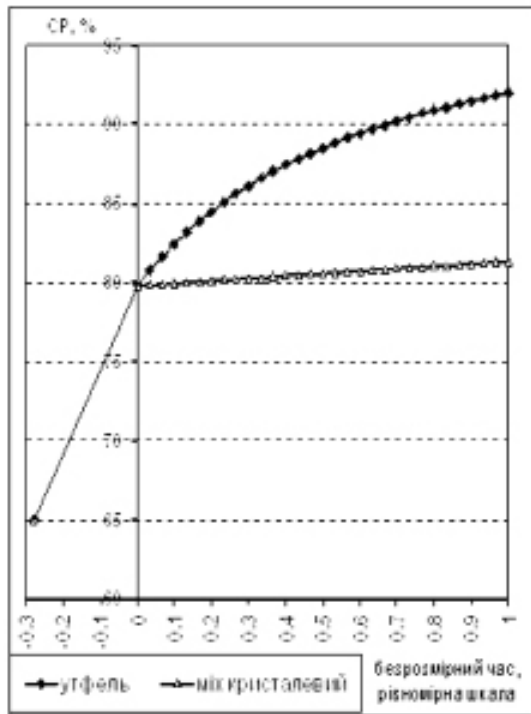
Апроксимація отриманих нами сіткових функцій, що характеризують технологічні показники визначила аналітичні закономірності, наведені в **таблиці 1**.

**Таблиця 1**

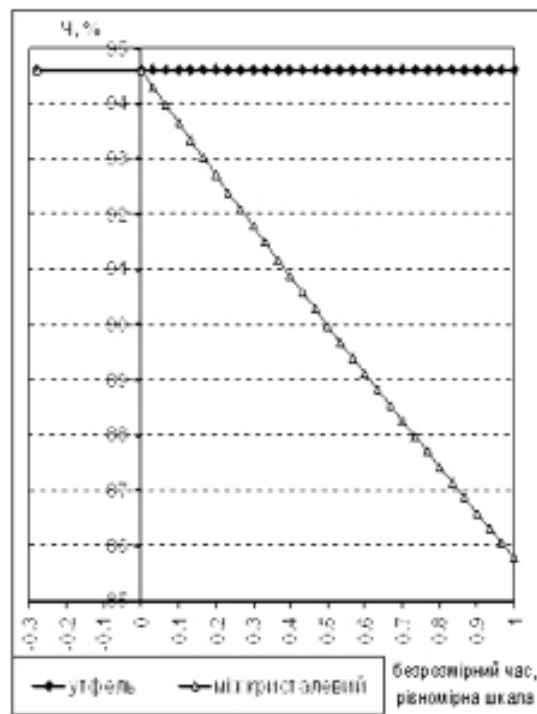
**Аналітичні залежності технологічних характеристик в рівномірній сітці**

Технологічна характеристика	Аналітична закономірність
Сухі речовини утфелю	$CP_y(\tau) = a_{CP_y} \left( b_{CP_y} - e^{-c_{CP_y}\tau} \right)$ <span style="float:right">(6)</span>
Чистота утфелю	$Ч_y(\tau) = const$ <span style="float:right">(7)</span>
Цукор утфелю	$ЦP_y(\tau) = a_{ЦP_y} \left( b_{ЦP_y} - e^{-c_{ЦP_y}\tau} \right)$ <span style="float:right">(8)</span>
Сухі речовини міжкристалевого розчину	$CP_m(\tau) = a_{CP_m} e^{-\left(\tau - b_{CP_m}\right)^2 / 2c_{CP_m}^2}$ <span style="float:right">(9)</span>
Чистота міжкристалевого розчину	$Ч_m(\tau) = 1 / \left( a_{Ч_m} + b_{Ч_m}\tau \right)$ <span style="float:right">(10)</span>
Вміст кристалів в утфелі	$Kp(\tau) = a_{Kp} \left( b_{Kp} - e^{-c_{Kp}\tau} \right)$ <span style="float:right">(11)</span>

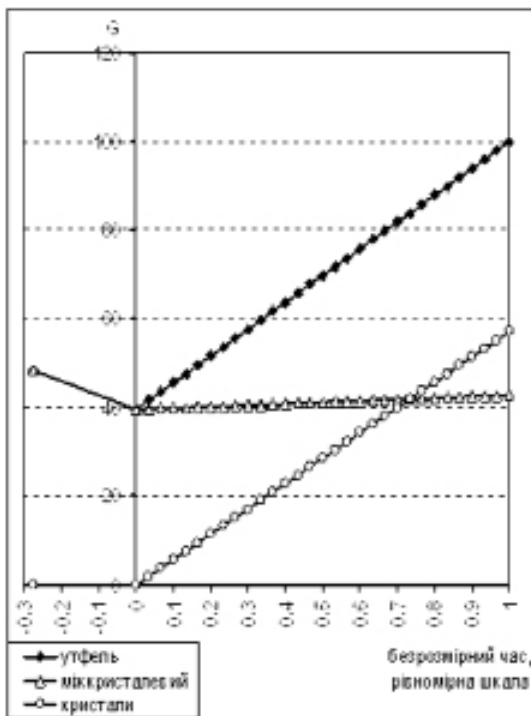
де  $a, b, c$  – коефіцієнти,  $\tau$  – час в обезрозмірених координатах.



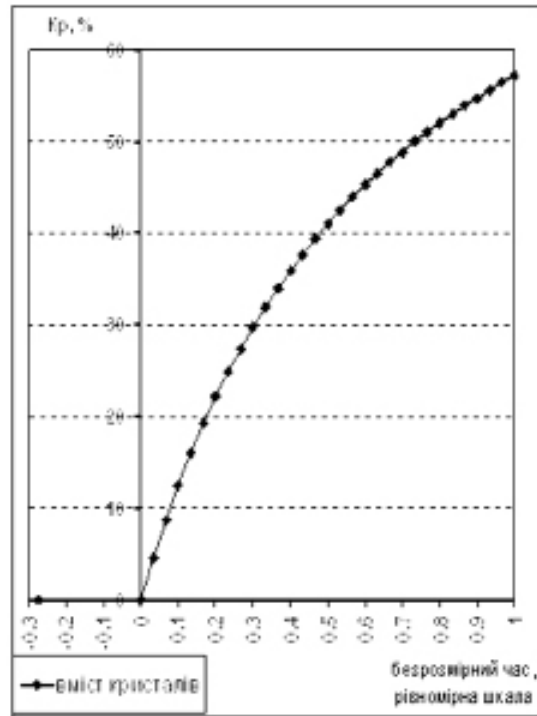
а



б



в



г

Рис. 2. Зміни технологічних показників в процесі уварювання першого продукту:  
а – сухі речовини, б – чистота утфелю та міжкристалевого розчину;

в – вміст кристалів в утфелі; г – маси утфелю, міжкристалевого розчину та кристалів цукру.

Відмітимо експоненційний характер змін ряду технологічних показників, що відмічалось й іншими дослідниками [4], а також залежності між коефіцієнтами аналітичних закономірностей технологічних показників

$$b_{CP_y} = b_{CP_y}; c_{CP_y} = c_{CP_y} = c_{Kp}. \quad (12)$$

Це безумовно відображає спільність та взаємний зв'язок цих величин в матеріальному балансі процесу. Умовністю графіків (рис. 2) та закономірностей (6)–(11) є рівномірна шкала часу. Так маси утфелю, міжкристалевого розчину та цукру, що викристалізувався, в рівномірній сітці зміню-

ються за лінійним законом, так як за постійний проміжок часу  $\Delta t$  вводиться постійна кількість підкачки  $\Delta G_n$ , що не відображає реальний перебіг процесу.

Це вносить певну похибку в розрахунки і не дозволяє спрогнозувати процес уварювання з достатньою точністю. Такий стан зумовив необхідність перейти до нерівномірної часової шкали (сітки). Під нерівномірною сіткою розуміють вектор  $\Delta \tau = (\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_N)$  з компонентами  $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_N$ .

Базуючись на термодинамічних уявленнях про перебіг процесу уварювання цукрового утфелю та на основі того, що якщо релаксація, тобто про-

цес встановлення рівноваги в системі, по параметру  $Y(\tau) = ae^{-c\tau}$  відбувається за експоненціальним законом, то за час релаксації  $\Delta\tau$  цей параметр змінюється в  $e$  разів, тобто  $\ln(Y(\tau))$  змінюється лінійно. Отже, якщо прологарифмувати залежність (6) і розглянувши отриману залежність як лінійну, отримаємо нерівномірну часову шкалу.

Запишемо залежність для  $CP$  утфелю (6) у вигляді

$$CP_y(\tau) = a_{CP_y} b_{CP_y} - a_{CP_y} e^{-c_{CP_y} \tau} \quad (13)$$

Величина  $a_{CP_y} b_{CP_y}$  обмежує зростання величини  $CP_y(\tau)$  але для всіх  $\tau$  справедлива точна нерівність

$$CP_y(\tau) < CP_{y \max} = a_{CP_y} b_{CP_y} \quad (14)$$

За умовами технологічного процесу утфель першого продукту уварюється до  $CP_y = 92\%$ , отже,  $CP_{y \max} > 92\%$ . Знаходимо  $\ln(CP_{y \max} - CP_y(\tau))$  і, згідно з властивістю релаксації, вважаємо, що функція

$$f(\tau) = \ln(CP_{y \max} - CP(\tau)) = k_0 + k_1 \tau \quad (15)$$

– лінійна, лінійною буде і обернена залежність

$$\tau(\ln(CP_{y \max} - CP_y)) = k_2 + k_3 \ln(CP_{y \max} - CP_y), \quad (16)$$

де  $k_0, k_1, k_2, k_3$  – розрахункові коефіцієнти. Залежності (15)–(16) дозволяють визначити вузли нерівномірної часової сітки (рис. 3).

Рівномірна  $\Delta\tau_p$  та нерівномірна  $\Delta\tau_{np}$  сітки пов'язані між собою (рис. 4) залежністю

$$\Delta\tau_{np} = \frac{a_\tau + b_\tau \Delta\tau_p}{1 + c_\tau \Delta\tau_p + d_\tau \Delta\tau_p^2} \quad (17)$$

де  $a_\tau, b_\tau, c_\tau, d_\tau$  – розрахункові коефіцієнти.

Середньоквадратичне відхилення нерівномірних сіток для різної чистоти утфелю між собою не перевищує 0,002.

Значення інтервалів часу  $\Delta\tau_i = \tau_i - \tau_{i-1}$  визначають масову швидкість подання живильного розчину до вакуум-апарату: прискорена подача на почат-

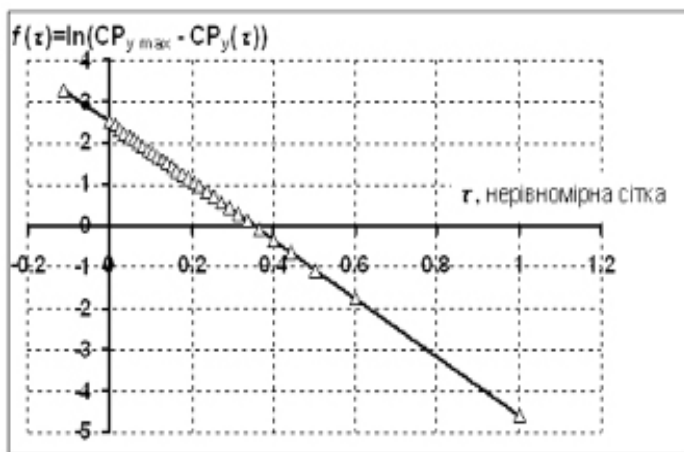


Рис. 3. Визначення нерівномірної часової сітки.

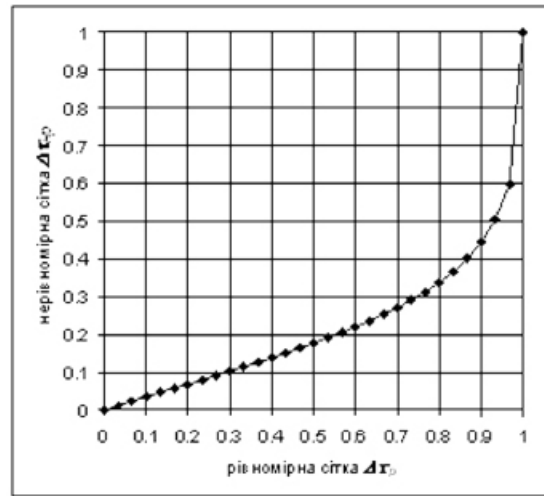


Рис. 4. Зв'язок нерівномірної  $\Delta\tau_p$  та рівномірної  $\Delta\tau_{np}$  сіток.

ку (до моменту часу 0,045–0,065 в безрозмірному часі) з наступним уповільненням до кінця періоду.

На рис. 5 відображено загальні закономірності зміни технологічних характеристик для утфелю, міжкристалевого розчину та кристалів в процесі уварювання за нерівномірною шкалою. Як видно з таблиці 2, всі аналітичні залежності технологічних показників по нерівномірній сітці належать до родини експоненціальних моделей: (18), (20), (21), (23), (25)–(27) – трипараметрична експоненціальна модель ( $b_{kp}=1$ ); (19), (22), 24) – логістична модель.

Між коефіцієнтами закономірностей, що описують зміни технологічних показників зберігаються залежності (12), а також додаються нові

$$\begin{aligned} b_{CP_y} &= b_{CP_y}; & b_W &= b_{G_{Kp}}; & b_{CP_M} &= b_{C_M} + 0,02 \\ c_{CP_y} &= c_{CP_y} = c_{Kp} = c_{G_y}; \\ c_W &= c_{G_{Kp}} = c_{G_M}; & c_{CP_M} &= c_{C_M} + 0,02. \end{aligned} \quad (28)$$

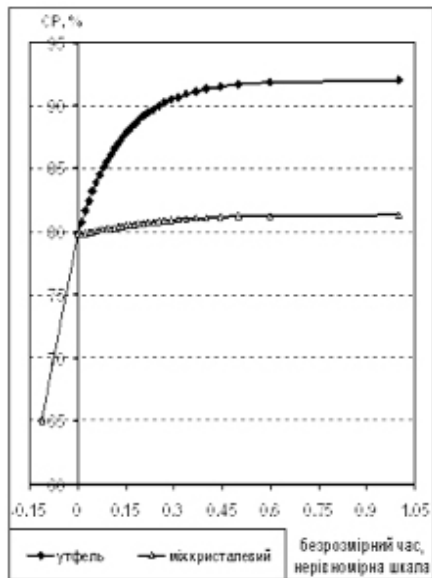
Для родини експоненціальних моделей характерна наявність горизонтальної асимптоти. Як вже відмічалось вище, асимптотою трипараметричної експоненціальної моделі є добуток коефіцієнтів  $a \cdot b$ . Асимптотою ж логістичної моделі та моделі Річардса є коефіцієнт  $a$ . Слід відмітити, що спадаючі залежності асимптота обмежує знизу, а зростаючі – зверху. Значення асимптот для технологічних показників продуктів при різній чистоті сиропу-нетто ( $C_{CH}$ ) наведено на рис. 6.

## ВИСНОВКИ

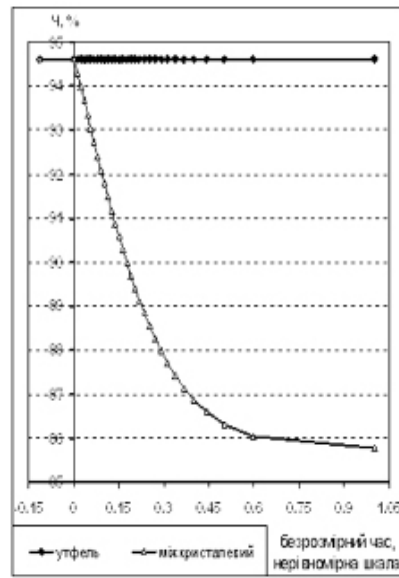
Побудована нами імітаційна модель процесу уварювання утфелів з достатньою точністю описує змодельований процес і може бути використана в практиці цукрового виробництва для експрес-аналізу характеристик продуктів при уварюванні цукрового утфелю.

Отримані аналітичні залежності зміни технологічних і масових характеристик в процесі уварювання цукрових утфелів за нерівномірною шкалою часу носять експоненціальний характер, відповідають з високою точністю перебігу реального

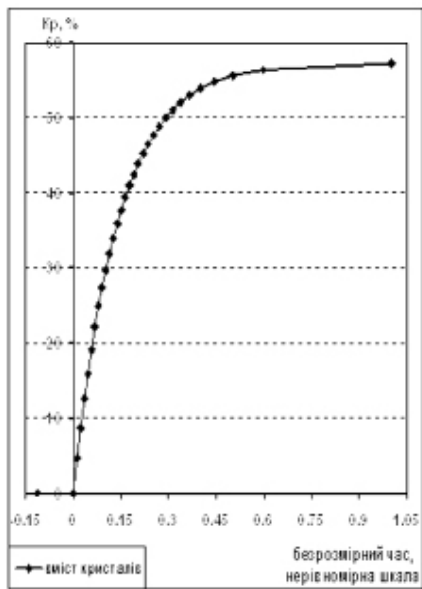




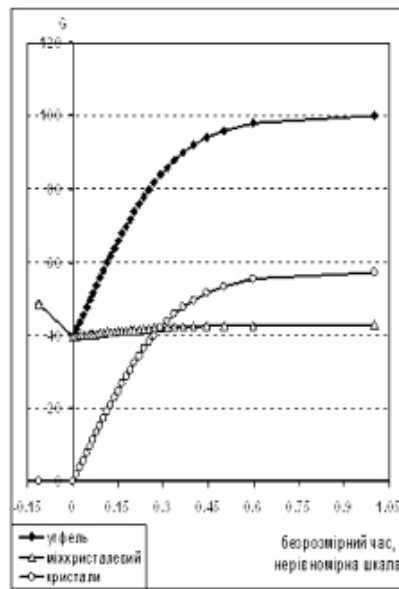
а



б



в



г

Рис. 5. Зміни технологічних показників в процесі уварювання першого продукту: а – сухі речовини, б – чистота утфелю та міжкристалевого розчину; в – вміст кристалів в утфелі; г – маси утфелю, міжкристалевого розчину та кристалів цукру.

процесу у вакуум-апараті та повністю узгоджуються з висновками інших дослідників отриманих методом фізичного моделювання.

Спільність між коефіцієнтами аналітичних закономірностей зміни технологічних характеристик відображає взаємозв'язок окремих складових перебігу процесу уварювання цукрового утфелю у вакуум-апараті.

Результати обчислювального експерименту за розробленою моделлю дають достатнє уявлення про характер перебігу процесу уварювання цукрових утфелів і можуть бути використані для попереднього вибору раціонального режиму вару в залежності від характеристик вхідних продуктів.

**Список використаних джерел**

1. Бажал И.Г. Связь между тепло- и массообменом кристаллизующихся дисперсных систем. // Сахарная промышленность. – 1964, № 6. – С. 12–14.
2. Правила ведення технологічного процесу виробництва цукру з цукрових буряків. ПУП 15.83-37-

106:2007. – К. : – Цукор України; – 2007. – 418 с.

3. *Современные технологии и оборудование свекло-сахарного производства.* Под ред. В.О. Штангеева. Часть 2. – К. : – Цукор України, 2004. – 320 с.

4. Попов В.Д. Основы теории тепло- и массообмена при кристаллизации сахарозы. – М. : Пищевая пром сть, 1973. – 320 с.

5. А.с. № 539074 *Способ управления процессом кристаллизации сахара из растворов* / И.С. Гулый, И.Г. Бажал, В.Г. Мирончук. Бюл.изоб. № 46 от 24.02.77

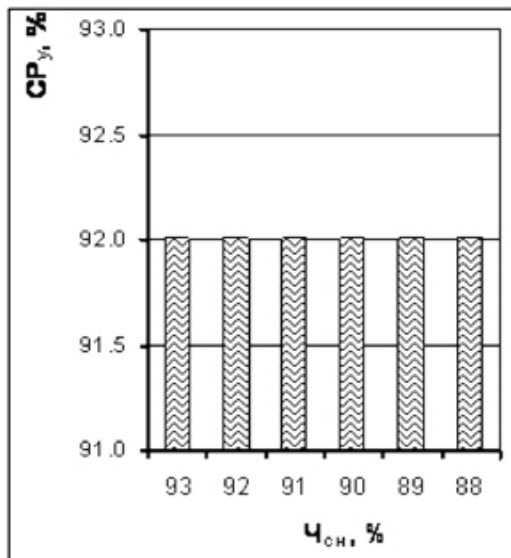
6. Мирончук В.Г., Єценко О.А. Вплив способу підведення підкачок на їх розподіл та швидкість продукту в кип'ятильних трубках вакуум-апаратів. // Цукор України. – 2010, № 3 (59). – С. 46–49.

7. Мирончук В.Г., Єценко О.А. Методика моделювання процесу промислової кристалізації цукрози. // Харчова промисловість – К. : НУХТ, 2009 – № 8, с. 87-90.

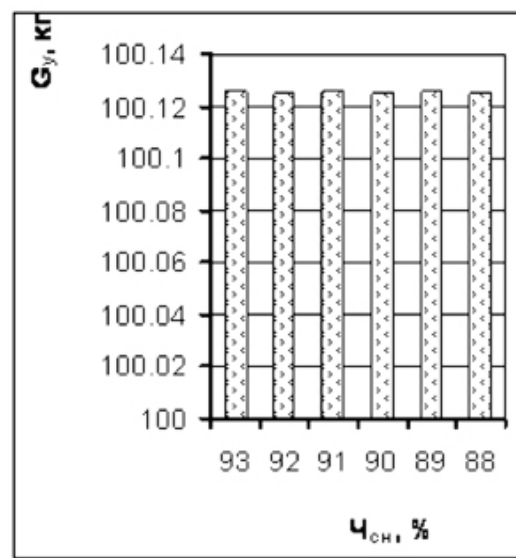
Таблиця 2

Аналітичні залежності технологічних характеристик в нерівномірній сітці

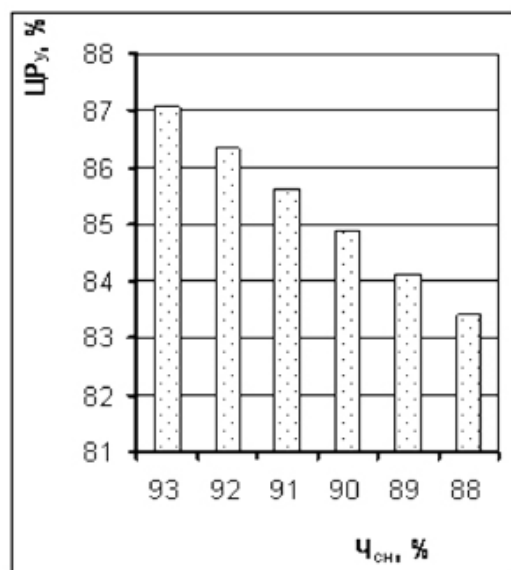
Технологічний показник	Аналітична закономірність
Сухі речовини утфелю	$CP_y(\tau) = a_{CP_y} \left( b_{CP_y} - e^{-c_{CP_y} \tau} \right)$ (18)
Маса утфелю	$G_y(\tau) = a_{G_y} / \left( 1 + b_{G_y} e^{-c_{G_y} \tau} \right)$ (19)
Цукор утфелю	$ЦP_y(\tau) = a_{ЦP_y} \left( b_{ЦP_y} - e^{-c_{ЦP_y} \tau} \right)$ (20)
Сухі речовини міжкристалевого розчину	$CP_M(\tau) = a_{CP_M} - b_{CP_M} e^{-c_{CP_M} \tau}$ (21)
Чистота міжкристалевого розчину	$Ч_M(\tau) = a_{Ч_M} / \left( 1 + b_{Ч_M} e^{-c_{Ч_M} \tau} \right)$ (22)
Маса міжкристалевого розчину	$G_M(\tau) = a_{G_M} - b_{G_M} e^{-c_{G_M} \tau}$ (23)
Цукор міжкис талевого розчину	$ЦP_M(\tau) = a_{ЦP_M} / \left( 1 + b_{ЦP_M} e^{-c_{ЦP_M} \tau} \right)$ (24)
Вміст кристалів в утфелі	$Kp(\tau) = a_{Kp} \left( 1 - e^{-c_{Kp} \tau} \right)$ (25)
Маса кристалів	$G_{Kp}(\tau) = a_{G_{Kp}} \left( b_{G_{Kp}} - e^{-c_{G_{Kp}} \tau} \right)$ (26)
Маса випареної води	$W(\tau) = a_W \left( b_W - e^{-c_W \tau} \right)$ (27)



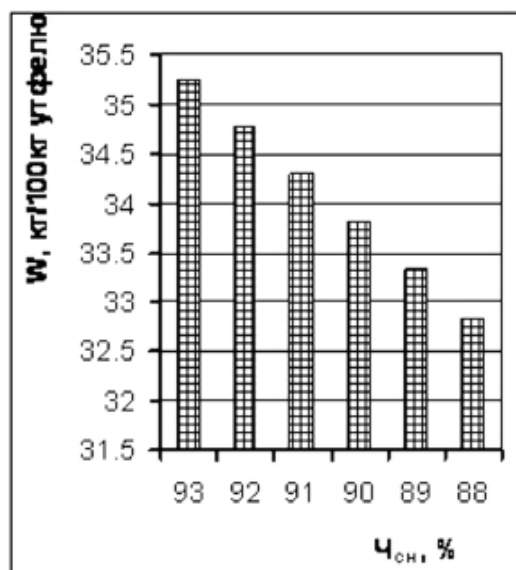
a



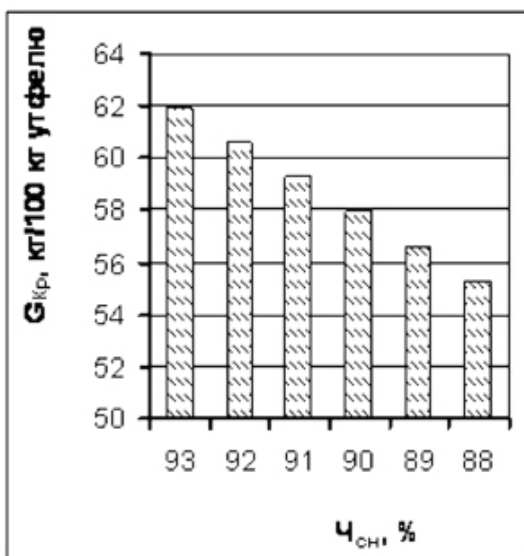
б



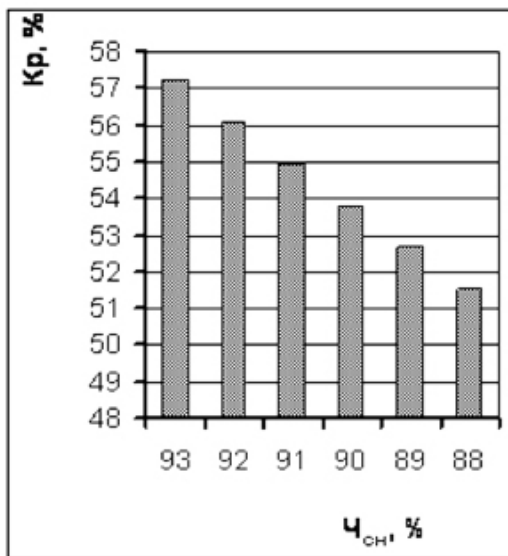
в



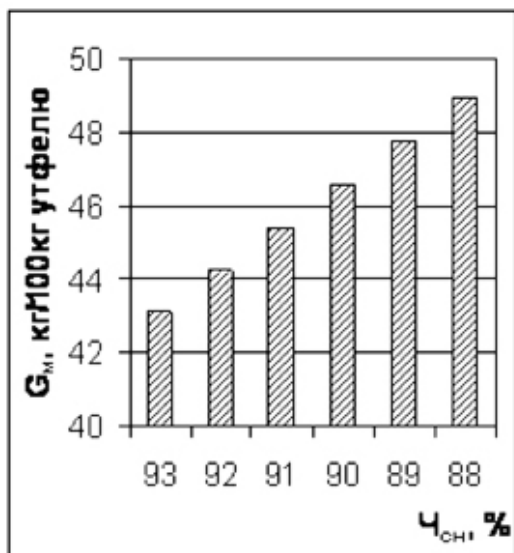
г



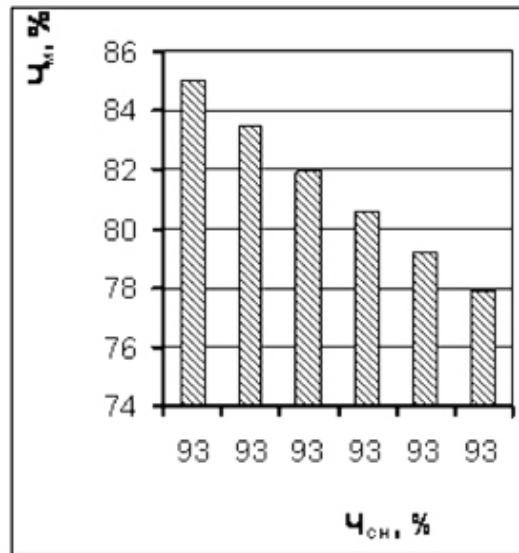
д



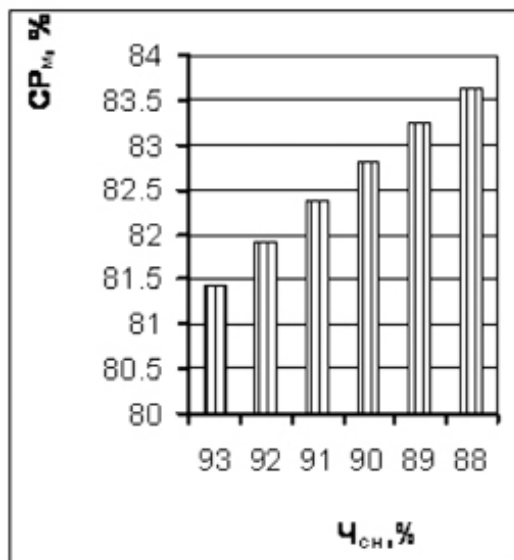
е



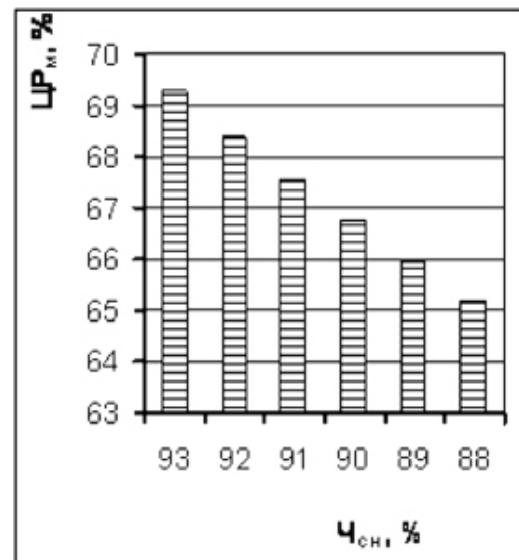
е



ж



з



и

Рис. 6. Значення асимптот різних технологічних показників: а – сухі речовини утфелю; б – маса утфелю; в – цукор утфелю; г – маса випареної води; д – маса цукру, що викристалізувався; е – вміст кристалів в утфелі; е – маса міжкристалевого розчину; ж – чистота міжкристалевого розчину; з – сухі речовини міжкристалевого розчину; и – цукор міжкристалевого розчину.