

# Синтез нелінійного позиційного регулятора автоматизованого електропривода змінного струму із пружним зв'язком і люфтом на основі точної лінеаризації

**С.М. Балюта**, доктор технічних наук, доцент, кафедра електропостачання і енергоменеджменту, Національний університет харчових технологій

**Ю.І. Бурляй**, кандидат технічних наук, кафедра електропостачання і енергоменеджменту, Національний університет харчових технологій

У статті представлений метод синтезу системи позиціонування електромеханічної системи із пружним зв'язком між валами при наявності люфту й сухого тертя на основі лінеаризації зворотним зв'язком. Динамічні характеристики системи регулювання забезпечуються за рахунок регулювання в змінних стану. Досліджено стійкість нелінійної системи. Представлено перехідні характеристики системи й досліджена чутливість системи до зміни параметрів об'єкта керування.

**Ключові слова:** система позиціонування; електромеханічна система із пружним зв'язком при наявності люфту, метод лінеаризації вхід/вихід.

В статье представлен метод синтеза системы позиционирования электромеханической системы с упругой связью между валами при наличии люфта и сухого трения на основе линейаризации обратной связью. Динамические характеристики системы регулирования обеспечиваются за счет регулирования в переменных состояния. Исследована стойкость нелинейной системы. Представлено переходные характеристики системы и исследованная чувствительность системы к изменению параметров объекта управления.

**Ключевые слова:** система позиционирования; электромеханическая система с упругой связью при наличии люфта, метод линейаризации вход/выход.

In article the method of synthesis of system of positioning of electromechanical system with elastic communication between shaft is presented at presence backlash and a dry friction on a basis linearization feedback. Dynamic characteristics of system of regulation are provided at the expense of regulation in condition variables. Stability of nonlinear system is investigated. Transitive characteristics of system are presented and sensitivity) systems to change of parametres of object of control is investigated.

**Keywords:** positioning system; electromechanical system with elastic communication at presence draft, a method linearization an input/exit.

## ВСТУП

Цукрове виробництво характеризується значною енергоємністю. Одним з ефективних методів зниження витрат електричної енергії на виробництво продукції є застосування для технологічних агрегатів та виконавчих механізмів системи автоматизації технологічного процесу енерго- та ресурсозберігаючого інтелектуального частотно-регульованого електропривода змінного струму. Однією з основних властивостей інтелектуальних електроприводів є використання так званих технологічних функцій ( програмні блоки, які пристосовані до різних застосувань в промисловості, таких як позиціонування, електронний привід), які забезпечують виконання різних переміщень механічних елементів у просторі – це дозволяє спростити кінематичну механічну схему технологічного агрегату і зменшити витрати енергії. Наявність в кінематичній схемі люфтів обумовлює зниження точності і плавності переміщення навантаження, а також появу ударних моментів. Крім того, пружність механічної передачі обумовлює появу в передатній функції слідкуючого привода в області високих частот додаткової коливальної ланки, що може привести до значного зниження запасу стійкості приво-ду, збільшенню резонансного піку частотної характеристики і навіть появи додаткових резонансних областей.

## ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ ДОСЛІДЖЕНЬ

Завдання полягає у розробці нелінійного позиційного регулятора електромеханічної системи, що враховує наявність люфту та пружного зв'язку між валами і для керування використовує положення валу приводного двигуна. Це дозволить підвищити точність переміщення вала навантажень і уникнути ударних моментів під час пуску та реверсу.

**ОСНОВНІ МАТЕРІАЛИ  
ДОСЛІДЖЕНЬ**

Частотно-регульований асинхронний електропривод (ЧРАЕП) із пружним зв'язком між валами й люфтом у механічній системі належить до нелінійних. Функція люфту змінюється в робочій області, тому можливість лінеаризації цієї функції щодо робочої крапки не приймається до розгляду. Для проведення синтезу регулятора вибираємо метод точної лінеаризації вхід-вихід [1]. Під лінеаризацією мається на увазі така зміна нелінійної системи, щоб отримати еквівалентну за діями модель лінійної системи. При цьому нелінійності системи компенсуються відповідними статичними зворотними зв'язками, а динаміка еквівалентної лінійної системи забезпечується за рахунок регулювання в змінних стану. Наявність статичних зворотних зв'язків регулятора не підвищує порядку системи.

**Принцип синтезу регулятора**

Структурна схема ЧРАЕП із пружним зв'язком, представлена на рис.1. Система описується рівняннями (1) і (2).

Зазначені рівняння утворюють основу для синтезу регулятора.

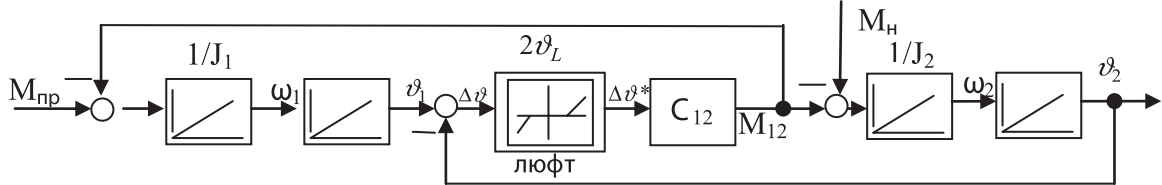


Рис. 1. Загальна вигляд двох масової механічної системи з люфтом і пружним зв'язком

$$\underline{X} = \mathbf{A}(\underline{X}) + \mathbf{B}(\underline{X}) \cdot w \tag{1}$$

$$y = \mathbf{C}(\underline{X}) \tag{2}$$

$$\mathbf{A}(\underline{X}) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{J_1} C_{12} f_L(\Delta\vartheta) \\ \omega_1 \\ \frac{1}{J_2} C_{12} f_L(\Delta\vartheta) \\ \omega_2 \end{bmatrix}; \mathbf{C}(\underline{X}) = \vartheta_1 \underline{X}^T = [\omega_1 \quad \vartheta_1 \quad \omega_2 \quad \vartheta_2]$$

$$\mathbf{B}^T = \begin{bmatrix} \frac{1}{J_1} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

У представленій системі керуючий вплив *u* діє на систему лінійно, однак змінні стану є нелінійними [2].

При точній лінеаризації вхід/вихід, насамперед, визначається порядок диференціювання  $\delta$  [2].

$$\delta = l+1$$

де *l* найменше значення, що приймає значення 0,1,2,..., що й забезпечує виконання нерівності (3) для системи (1) і (2)

$$\left[ \frac{d}{d\underline{X}} K^l \mathbf{C}(\underline{X}) \right]^T \mathbf{B}(\underline{X}) \neq 0 \tag{3}$$

При цьому використовується оператор  $K^l \mathbf{C}(\underline{X})$  [2]:

$$\mathbf{K}^l \mathbf{C}(\underline{X}) = \left[ \frac{d}{d\underline{X}} K^{l-1} \mathbf{C}(\underline{X}) \right]^T \mathbf{A}(\underline{X})$$

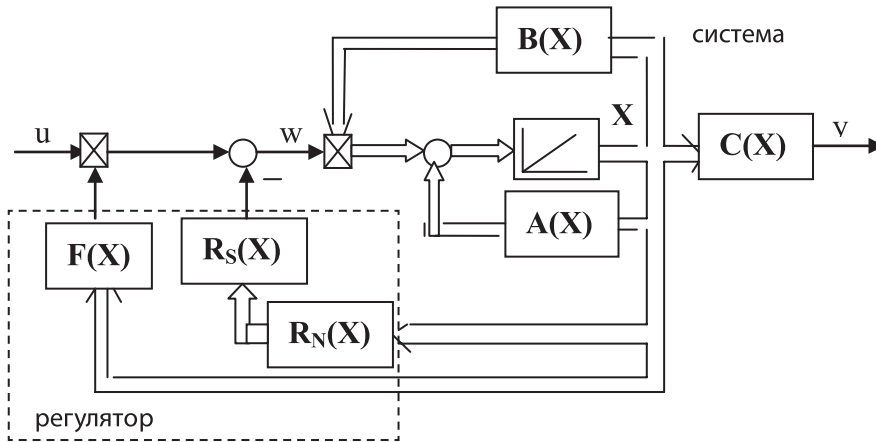
із властивістю

$$\mathbf{K}^0 \mathbf{C}(\underline{X}) = \mathbf{C}(\underline{X}) \tag{4}$$

Для ЧРАЕП із вимірюванням положення валу приводного двигуна ( $\mathbf{C}(\underline{X}) = \vartheta_1$ ), система має порядок диференціювання  $\delta = 2$ . Відповідно, регулятор також має другий порядок. Оскільки відносний ступінь менше, чим порядок системи (четвертий) - система має нульову динаміку. Це неспостережувана підсистема. Через наявність тертя при синтезі регулятора такої системи вважаємо що асоційована нульова динаміка цієї системи асимптотично стійка. Розглянута система відноситься до мінімально фазо-

ваних, оскільки в цій системі існують зв'язки, при яких ніякі нулі не лежать у правій s-напівплощині. [4].

Структурна схема нелінійна регулятора наведена на **рис.2**. Він складається з фільтра  $F(\underline{X})$  для перетворення керуючого сигналу, блоку лінеаризації зворотних зв'язків  $R_N(\underline{X})$  і регулятора стану  $R_S(\underline{X})$ .



**Рис. 2.** Загальна структура регулювання при точній лінеаризації вхід/вихід

Сигнал керування при точній лінеаризації задається виразом:

$$w = F(\underline{X}) \cdot u - R_N(\underline{X}) - R_S(\underline{X}) \tag{5}$$

де

$$F(\underline{X}) = \frac{\alpha_0}{\Delta(\underline{X})} \tag{6}$$

$$R_N(\underline{X}) = \frac{K^{\delta} C(\underline{X})}{\Delta(\underline{X})} \tag{7}$$

$$R_S(\underline{X}) = \frac{\alpha_{\delta-1} K^{\delta-1} C(\underline{X}) + \alpha_{\delta-2} K^{\delta-2} C(\underline{X}) + \dots + \alpha_1 K^1 C(\underline{X}) + \alpha_0 C(\underline{X})}{\Delta(\underline{X})} \tag{8}$$

де

$$\Delta(\underline{X}) = \left[ \frac{d}{d\underline{X}} K^{\delta-1} C(\underline{X}) \right]^T B(\underline{X}) \tag{9}$$

Для ЧРАЕП із виміром кута положення вала двигуна, функції мають вигляд:

$$\Delta(\underline{X}) = \left[ \frac{d}{d\underline{X}} K^1 C(\underline{X}) \right]^T B(\underline{X}) = \frac{1}{J_1};$$

$$R_N(\underline{X}) = \frac{K^2 C(\underline{X})}{\Delta(\underline{X})} = -C_{12} \cdot f_L(\Delta\vartheta)$$

$$R_S(\underline{X}) = \frac{\alpha_1 K^1 C(\underline{X}) + \alpha_0 C(\underline{X})}{\Delta(\underline{X})} = J_1(\alpha_1 \omega_1 + \alpha_0 \vartheta_1); \quad F(\underline{X}) = \frac{\alpha_0}{\Delta(\underline{X})} = \alpha_0 J_1$$

Де  $\alpha_0 \dots \alpha_1$  коефіцієнти характеристичного полінома лінійної системи керування з регулятором стану. З точністю, достатньою для регулювання, функція люфту апроксимується за допомогою монотонно зростаючої функції гіперболічного тангенсу:

$$\Delta\vartheta^* = f_L(\Delta\vartheta) = (\vartheta_1 - \vartheta_2) - \vartheta_L th\left(\frac{\Delta\vartheta}{\vartheta_L}\right)$$

При синтезі регулятора стану, щоб уникнути перерегулювання, динаміка системи задається коефіцієнтом загасання  $\zeta = 1$  і двома однаковими дійсними власними значеннями. Для реалізації основної умови стійкості власні значення розташовуються в лівій півплощині комплексної площини.

Компенсація нелінійності за допомогою нелінійного блоку  $R_N(\underline{X})$  є компенсацією моменту скручування валу  $M_{12}$

$$C_{12} \cdot f_L(\Delta\vartheta) = M_{12} \tag{10}$$

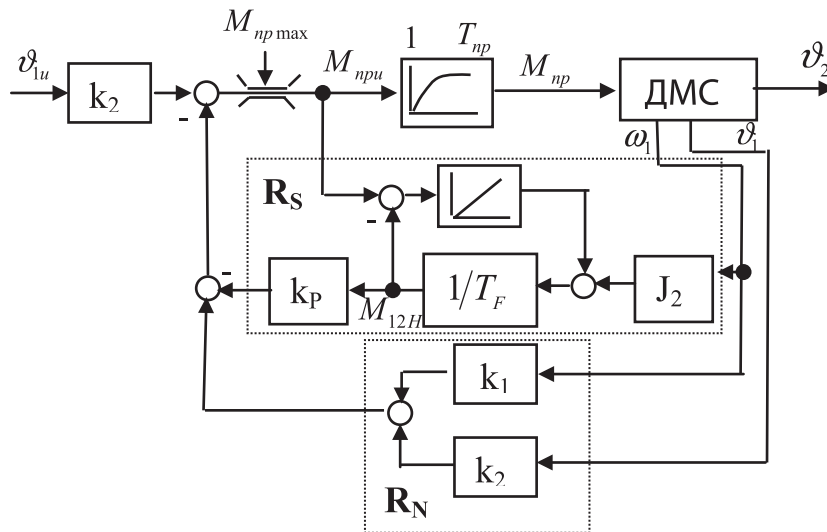
де  $f_L(\Delta\vartheta) = \vartheta_1 - \vartheta_2 + \Delta\vartheta^*$

Момент скручування валу  $M_{12}$  розраховують на основі моменту приводного двигуна  $M_{np}$ , вимірюваної кутової частоти на стороні приводу  $\omega_1$  й відомого моменту інерції двигуна  $J_1$ :

$$M_{12} = M_{np} - J_1 \cdot \dot{\omega}_1 \tag{11}$$

Структурна схем нелінійного регулятора показана на **рис. 3**. Пунктиром показаний блок  $R_N(X)$ , що використовується для оцінки моменту скручування валу. Його вихід – це оцінене значення моменту  $M_{12}$ . Динаміка регулятора стану задається коефіцієнтами зворотного зв'язку  $k_1$  й  $k_2$ . Фільтр  $F(X)$  представлений коефіцієнтом  $k_2$ .

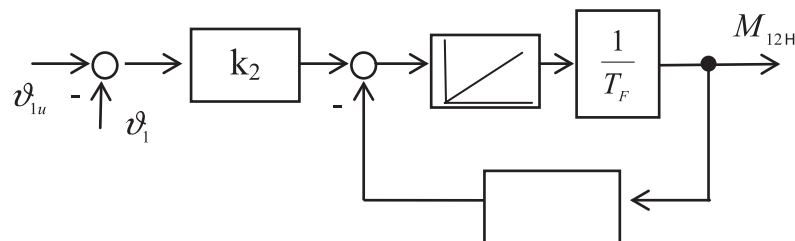
Динаміка контуру регулювання струму приводного двигуна описується постійною часу  $T_{np}$  і її впливом можна знехотити. Вважаємо, що керуючий вплив не досягає обмеження, а оцінений момент скручування валу  $M_{12H}$ , прикладається в тому ж місці, що й момент приводного двигуна  $M_{np}$ .



**Рис. 3.** Структура системи нелінійного позиційного регулювання при вимірі кута повороту приводного двигуна

При повній компенсації моментом двигуна моменту скручування валу зникає вплив сторони навантаження на сторону приводного двигуна, що існував раніше через момент пружного зв'язку. В результаті, сторона навантаження не є спостережуваною (порядок диференціювання  $\delta$  менше ніж порядок системи  $n$ ) і регулювання проводиться без врахування впливу сторони навантаження. Таким чином, сторона навантаження характеризується нуль-динамікою. Враховуючи, що система має тертя, вважаємо, що система є стійкою.

При роботі системи керуванні в стані спокою особливе значення має коефіцієнт  $k_p$ . Для визначення  $k_p$  використовуємо схему оцінки моменту пружного зв'язку в стані спокою (ротор приводного двигуна нерухомий  $\omega_1 = 0$ ) (**рис. 4**).



**Рис. 4.** Схема для оцінки моменту скручування валу для системи в стані спокою

Рівняння передавальної функції цієї системи  $W_{M_{12H}}$  має вигляд

$$W_{M_{12H}}(s) = \frac{M_{12H}}{\vartheta_{1u} - \vartheta_1} = \frac{k_2}{T_F \cdot s + (1 - k_p)} \tag{12}$$

Усталене значення оціненого моменту пружного зв'язку при зміні уставки кута ( $t \rightarrow \infty$ ) визначається за рівнянням:

$$M_{12H}(t \rightarrow \infty) = \frac{k_2}{1 - k_p} (\vartheta_{1u} - \vartheta_1) \quad (13)$$

За допомогою  $k_p$  задається максимальне значення оціненого моменту, який залежить від розрегулювання положення ( $\vartheta_{1u} - \vartheta$ ). Для практичного застосування використовують значення  $k_p = 0.99$ .

Оскільки, регулювання проводиться за значенням кутової частоти  $\omega_1$  й кута повороту вала приводного двигуна  $\vartheta_1$ , сторона навантаження спостерігається тільки через момент скручування валу. А, при приєднанні оціненого моменту пружному зв'язку вала, сторона навантаження стає неспостережуваною.

**Дослідження нуля-динаміки системи**

Для дослідження нуля-динаміки сторони навантаження (рис.5) визначимо власні значення як підсистеми

$$\chi_{1,2} = -\frac{k_F}{2J_2} \pm \sqrt{\left(\frac{k_F}{2J_2}\right)^2 - \frac{C_{12}}{J_2}} \quad (14)$$

де  $\omega_{0H} = \sqrt{\frac{C_{12}}{J_2}}$  частота власних коливань сторони навантаження

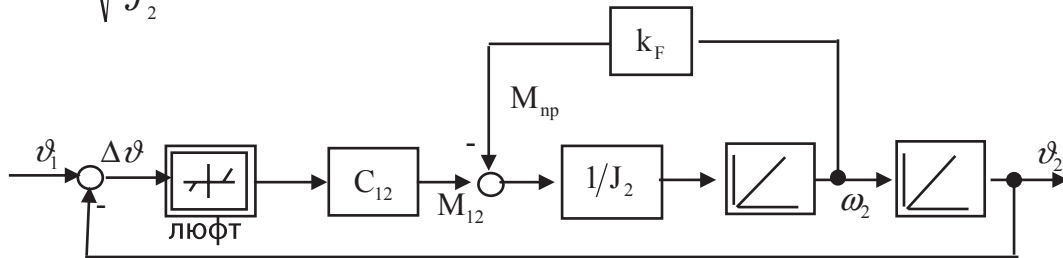


Рис. 5. Структурна схема сторони навантаження як підсистеми з нульовою динамікою

Аналіз власних значень показує, що вказана лінійна система стійка. Однак, необхідно уникати її активації із кутовою частотою власних коливань  $\omega_{0H}$ .

Оцінку стійкості системи з нуля-динамікою і люфтом й можливість виникнення стійких автоколивань проводимо методом гармонічного балансу [ 5 ].

Годограф нелінійної підсистеми  $\Gamma_N(A) = -1 \Gamma(A)$  задається функцією  $\Gamma(A)$ , що описує характеристику підсистеми при гармонійному (синусоїдальному) входному сигналі:

$$\Gamma(A) = \begin{cases} 0 & A \leq \vartheta_L \\ 1 - \frac{2}{\pi} \left[ \arcsin \frac{\vartheta_L}{A} + \frac{\vartheta_L}{A} \sqrt{1 - \left(\frac{\vartheta_L}{A}\right)^2} \right] & A \geq \vartheta_L \end{cases}$$

Частотна характеристика лінійної підсистеми  $L(j\omega)$  задається за допомогою власних значень  $\chi_{1,2}$ , визначених згідно (14):

$$L(j\omega) = \frac{\chi_1 \cdot \chi_2}{(\chi_1 - j\omega)(\chi_2 - j\omega)} \quad (15)$$

Результати гармонічного балансу показані на рис. 6.

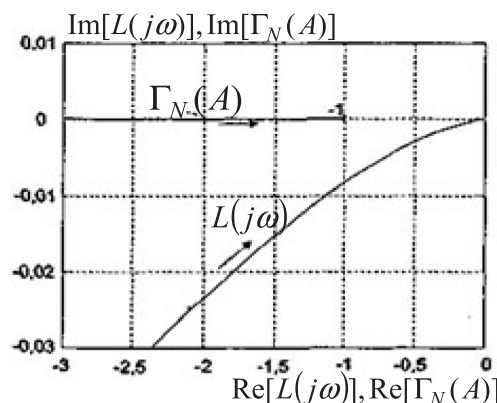


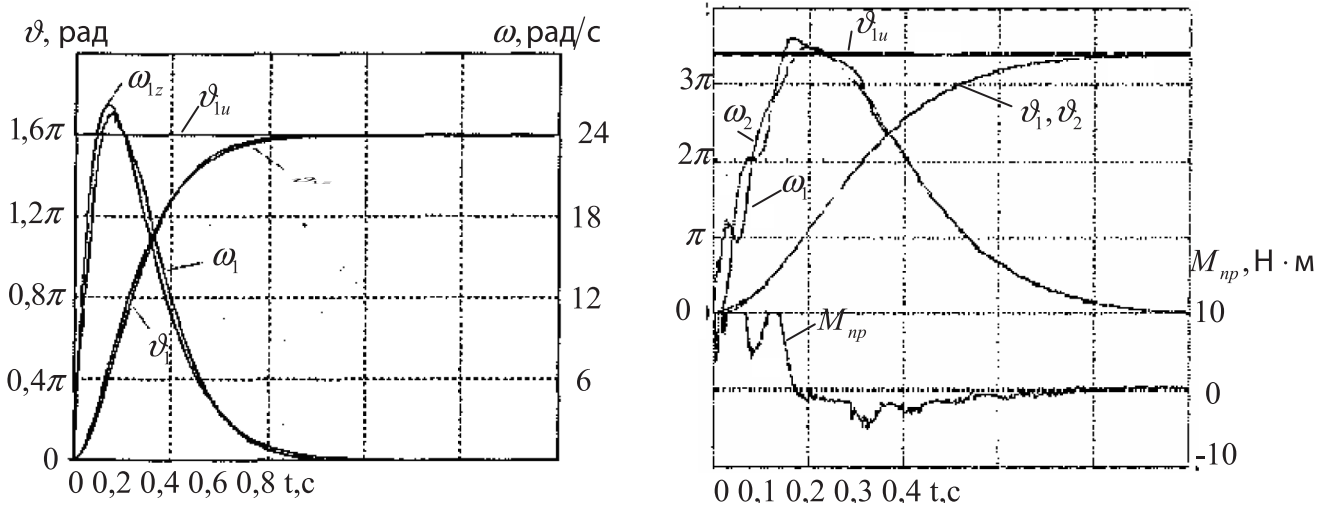
Рис.6. Гармонічний баланс для підсистеми на стороні навантаження



Годограф частотної характеристики лінійної підсистеми  $L(j\omega)$  при варіаціях параметрів (амплітуди й частоти) повністю розташований у третьому квадранті. Оскільки немає точки перетинання годографа лінійної підсистеми  $L(j\omega)$  з нелінійним годографом  $\Gamma_N(A)$  досліджувана підсистема не має автоколивання.

**Характеристики системи регулювання**

Перехідна характеристика за завданням для синтезованої САР для механічної підсистеми із власною частотою  $\omega_0=15$  рад/с і загасанням  $d=1$  представлена на **рис. 7 (а)**.



**Рис. 7.** *Перехідна характеристика:*  
 а) при завданні кута замкненого контуру регулювання;  
 б) при обмеженні сигналу керування

$\nu$ , рад,  $\omega$ , рад/с.

$\omega_1$  – поточне значення кутової частоти;  $\omega_2$  – задане значення кутової частоти;  
 $\nu_{1u}$  - уставка кута;  $\nu_2$ - поточне значення кута навантаження.

Обрана уставка дозволяє уникнути обмеження керуючого впливу за моментом двигуна.

Аналіз характеристик показує дуже гарну відповідність між вимірюваною й заданою динамікою САР ( розрахункова характеристика). Потрібно відзначити, що вимірюване значення випереджає задане значення. Це пояснюється тим, що в реальних системах момент інерції на стороні навантаження через пружний момент валу сповільнює переміщення сторони приводу. Хоча приводний момент і компенсується цей вплив, однак через наявність аперіодичної ланки в колі керування перетворення корекція злегка вповільнюється. Враховуючи, що при синтезі зневажали постійною часу виконавчого устаткування (перетворювача частоти й двигуна змінного струму), синтезована САР, має відносно великий час регулювання.

Дослідження перехідних характеристик синтезованої САР при обмеженні керуючого сигналу (**рис.7,б**) показали, що в системі можуть виникнути механічні коливання.

Коливання, які виникають через обмеження керуючого впливу при змінах уставки, можна уникнути застосування спеціальних схемних рішень [4].

**Характеристика слідкування**

У режимі слідкування забезпечується рух по певній траєкторії. При рівномірному русі, наприклад, при синхронізації механічних рухів, виходить інтегральна функція за завданням. Якщо регульований об'єкт має відповідну кількість інтеграторів, САР реалізує спостереження й стаціонарну точність для функції завдання з однократно або багаторазово інтегральною характеристикою, [2]. Синусоїдальну функцію завдання не можна представляти кінцевою кількістю інтеграторів. Тому така функція завдання важко реалізується САР.

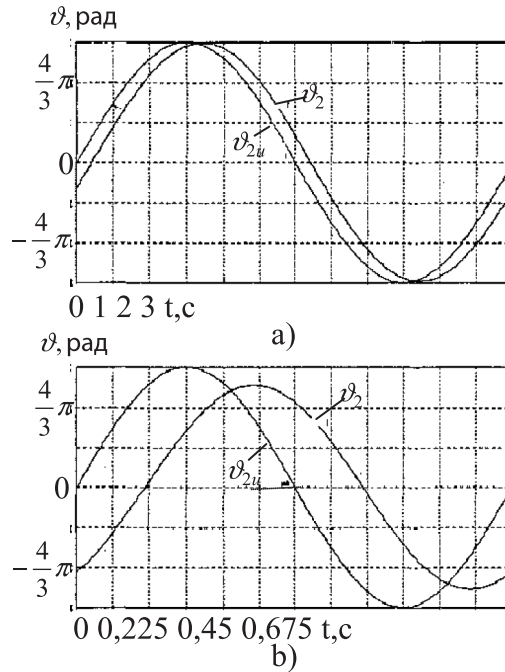
Для двох масової механічної системи з люфтами отримані характеристики слідкування САР для синусоїдальної функціями завдання при  $T = 4$  с та  $T = 0,9$  с. (**рис. 8**) і досліджена точність регулювання. Це особливо важливо для систем з нелінійним тертям.

Для оцінки якості слідкування проводиться побудова сигналу завдання й вихідного сигналу системи в одній системі координат. Якщо синусоїдальні сигнали зрушені відносно один одного на чверть періоду, то утворюється коло. Відхилення отриманої фігури від кола дозволяє оцінити якість регулювання САР.

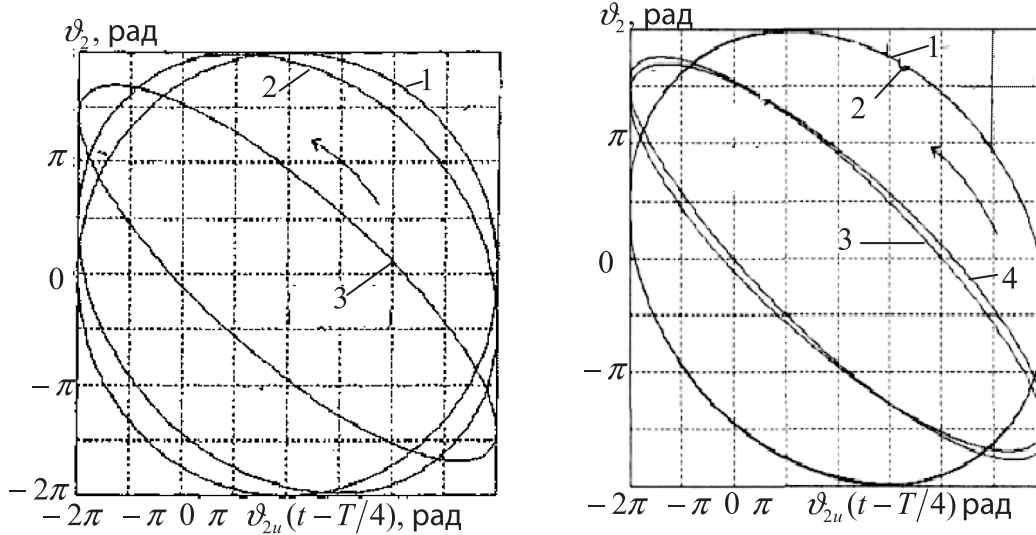
На **рис. 8(а)** показано, що система із синусоїдальною вхідною командою із тривалістю періоду

$T = 4 \text{ c}$  із ще зовсім добре може іти за величиною, що задається, навіть якщо характеристики відмінні від оптимальних.

На **рис. 8(б)** представлена характеристика слідкування для САР з номінальними параметрами й системи при  $J_2 = 3J_{2N}$ . Для періоду  $T = 4 \text{ c}$  й  $T = 0,9 \text{ c}$  можна зробити висновок, що відмінності між номінальною й зміненою системами ледь помітні. Це вказує на нечутливість регулювання САР до зміни параметрів навантаження.



**Рис. 8.** Характеристики слідкування при заданні синусоїдальної функції:  
а) період  $T = 4 \text{ c}$   
б)  $T = 0,9 \text{ c}$ ,



**Рис. 9.** Характеристики слідкування:

- а) при номінальному моменту інерції навантаження: 1- ідеальне коло, що відповідає спів падінню за фазою тестового та вихідного синусоїдальних сигналів; 2- при  $T = 4 \text{ c}$   $J_2 = J_{2N}$ ; 3-при  $T = 0,9 \text{ c}$   $J_2 = 3J_{2N}$   
б) при варіації моменту інерції навантаження 1- при  $T = 4 \text{ c}$  і  $J_2 = J_{2N}$ ; 2- при  $T = 0,9 \text{ c}$  і  $J_2 = 3J_{2N}$ ; 3-при  $T = 0,9 \text{ c}$  і  $J_2 = J_{2N}$ ; 4- при  $T = 0,9 \text{ c}$  і  $J_2 = 3J_{2N}$

### Варіації люфту

Врахування люфту передавального механізму є основним фактором при синтезі системи регулювання. Тому були виконані дослідження впливу підвищення люфту на якість регулювання (величина люфту змінювалася від номінального значення  $1^\circ$  до подвійного значення  $2^\circ$ ). Синтез регуляторів проводився для номінального значення люфту  $\alpha_L = 1^\circ$ . Виміри (**рис.9**) показали гарну якість регулювання кута на стороні приводного двигуна й навантаження. Верхня межа досягається приблизно через 0,5 з без вільних коливань. Зміна положення поводитьсся дуже схожого результату з номінальним люфтом (**рис. 7**).

Характеристик зміни кутової частоти дозволяють визначити коливання, які є більш сильними, ніж в системі з номінальними параметрами. Однак, ці коливання не досягають тієї амплітуди, які обумовлені проблемами обмеження керуючого впливу (**рис. 7,б**). Хід кутової швидкості на стороні приводу  $\omega_1$  більш гладкий, ніж на стороні навантаження. Найбільші відхилення обох величин зустрічаються без-

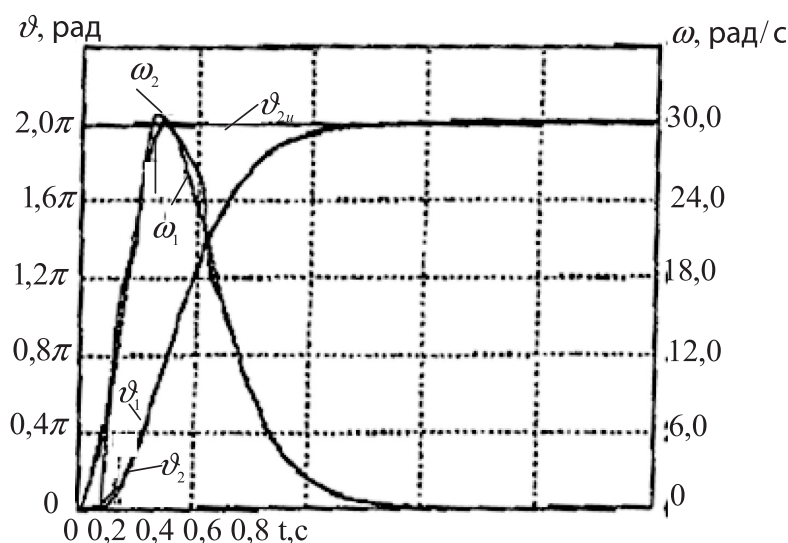


Рис. 10. Перехідна характеристика САР при люфті 2°

посередньо після проходження люфту (при  $t=0$  с и  $t=0,2$  с). Тут коливання починаються й потім зменшуються.

Параметр люфт не входить у регулюванні, а враховується лише при приєднанні різниці кутів (рис. 3). Тому вплив люфту повинен проявлятися тільки при нульовій динаміці. Проте, нульова динаміка також впливає на сторону приводу, тому що корекція є не ідеальною.

Виникнення механічних коливань в системі обумовлюється проходженням через люфт. При проходженні через люфт різниця кутових частот між валом приводного двигуна і валом навантаження буде існувати доти, поки сторона навантаження не буде зачеплена при вибиранні люфту. Для люфту значенням 2 самі більші значення різниці кутових частот становили приблизно 4 рад/с що приблизно на 50% більше ніж при вимірах з номінальним люфтом 1. Виникаючий через це імпульс робить коливання помітними, при цьому їх амплітуда залежить від імпульсу, значення найбільшої різниці кутових частот і від величини люфту. Результати вимірів на **рис. 10** підтверджують, система стійка, тому що регулятор на стороні приводу лишається стійким незалежно від величини люфту. Підсистема навантаження з нульовою динамікою є також стійкою на основі енергетичних підстав. Таким чином, синтезована система регулювання на стороні приводу є нечутливою до змін люфту.

## ВИСНОВКИ

Структура синтезованого регулятора дуже проста й дозволяє досягати дуже гарної якості регулювання як за завданням, так і за збурюванням. При цьому запобігають виникненню прикордонних циклів.

Розроблена схема є нечутливою (робастною), як до змін моменту інерції навантаження  $J_2$ , так і до зміни величини люфту  $\alpha_L$ .

У ЧРАЕП із пружним зв'язком при високих значеннях коефіцієнтів підсилення регулятора проявляються механічні резонанси [3]. Ця проблема розв'язується за рахунок використання високочастотного фільтра в колі зворотного зв'язку [3]. В синтезованій схемі регулювання цієї проблеми уникають за рахунок того, що загальна структура механічної системи врахована при синтезі регулятора.

### Список використаних джерел

1. С.Н. Балюта. Синтез нелинейного управления положением нажимных винтов системы автоматического регулирования толщины проката с учетом люфтов/ С.Н. Балюта // Вісник національного технічного університету «ХПІ», 2009. - №44. - С. 14-24.
2. Isidori A. Nonlinear Control Systems, Springer - Verlag London 1995.- 326 p.
3. Кузнецов Б.И., Никитина Т.Б., Коломиец В.В. Синтез электромеханических систем со сложными кинематическими цепями. – Харьков, УИПА, 2005. – 512 с.
4. Балюта С.М. Частотно-регульовані електромеханічні системи з інтелектуальним керуванням в системах автоматизації технологічних процесів/ С.М. Балюта. – К. : НУХТ, 2005.- 281 с.
5. Попов Е.П. Теория нелинейных систем автоматического регулирования и управления. –М. : Наука.- 1988. - 250 с.

Рецензент: С.М. Василенко,  
д.т.н., проф.