

## Числа Архімеда цукрових утфелів

**Д.Є. Сінат-Радченко**, кандидат технічних наук, кафедра теплотехніки, Національний університет харчових технологій

**А.В. Форсюк**, кандидат технічних наук, кафедра теплоенергетики та холодильної техніки, Національний університет харчових технологій

**В.Ф. Мокляк**, кандидат технічних наук, кафедра теплоенергетики та холодильної техніки, Національний університет харчових технологій

Наведено методику визначення та оцінку швидкості осадження кристалів у цукрових розчинах. Запропоновано номограму визначення чисел Архімеда, яка охоплює широкий інтервал розмірів кристалів цукру, температур і концентрацій цукрових розчинів.

Ключові слова: цукрові суспензії, тверді частинки, кристали, числа Архімеда, швидкість осадження.

Представлено методику определения и оценки скорости осаждения кристаллов в сахарных растворах. Предложено номограмму определения чисел Архимеда, охватывающую широкий интервал размеров кристаллов сахара, температур и концентраций сахарных растворов.

Ключевые слова: сахарные суспензии, твердые частички, кристаллы, числа Архимеда, скорость осаждения.

The method for determination and assessment of sugar crystals, sedimentation rate in sugar solution has been presented. The nomograms for the determination of Archimedean numbers valid in the wide range of sugar crystals dimensions, temperatures and sugar solution concentrations were developed.

Key words: sugar suspensions, solid particles, crystals, Archimedean numbers, sedimentation rate.

Числа Архімеда є мірою відношення підйомної сили і сили інерції в потоці речовини

$$Ar = \frac{gl}{v_c^2} \cdot \frac{\rho_{кр} - \rho_m}{\rho_m},$$

де  $g$  – прискорення вільного падіння,  $m^2/c$ ;  $l = d_{ек}$  – діаметр кулеподібної частинки,  $m$ ;  $\rho$  – густина частинки (для цукрового утфелю це густина кристалу  $\rho_{кр}$ ),  $kg/m^3$ ;  $\rho_c$  – густина середовища (для цукрового утфелю це густина міжкристального розчину),  $kg/m^3$ ;  $v_c$  – кінематична в'язкість середовища (кінематична в'язкість міжкристального розчину  $v_m$ ),  $m^2/c$  [1].

Числа Архімеда використовуються для розрахунку процесів седиментації (осадження твердих частинок, завислих у рідині, що перебувають під дією сили тяжіння).

Для ламінарного режиму руху частинки число Рейнольдса  $Re = \omega l / \nu$  (відбиває вплив сили тертя на швидкість осадження частинки  $\omega$ ,  $m/c$ ) менше двох (область дії закону Стокса),  $Re = Ar/18$ , а критичне значення  $Ar_{кр} = 18 \cdot 2 = 36$ .

У перехідному режимі ( $2 < Re < 500$ )  $Re = 0,152 Ar^{0,715}$  і  $Ar_{кр} = 83000$ .

Визначивши величину числа Архімеда та режим осадження, розраховують число  $Re$  та швидкість осадження

$$\omega = Re \cdot \nu / l,$$

де  $l$  – характерний розмір, як правило, це діаметр еквівалентної за об'ємом частинки, яка має форму кулі  $d_{ек} = (6V/\pi)^{1/3} = 1,24V^{1/3}$ .

Для кристалів цукру характерним лінійним розміром вважають довжину кристала  $l_{кр}$  з врахуванням зв'язку  $l_{кр}$  з масою поодинокого кристала і кількістю їх в одному грамі утфелю [2]. Об'єм кристала  $V = 0,2212 \cdot l_{кр}^3$  і  $l = d_{ек} = 0,75 \cdot l_{кр}$ .

Швидкість осадження некулястих частинок менша ніж кулеподібних. Це враховується коефіцієнтом форми  $k = \omega' / \omega$  ( $\omega'$  – швидкість осідання некулястої частинки). Для довгастих частинок  $k = 0,58$ , для пластинчастих  $k = 0,43$ , для кристалів цукру  $k = 0,813$  [3].

У цукрових утфелях вміст кристалів може сягати і навіть перевищувати 50% маси утфелю. Тоді кристали стикаються і контактують між собою. Стиснене осадження відбувається з суттєво меншою швидкістю, ніж вільне осадження частинки.

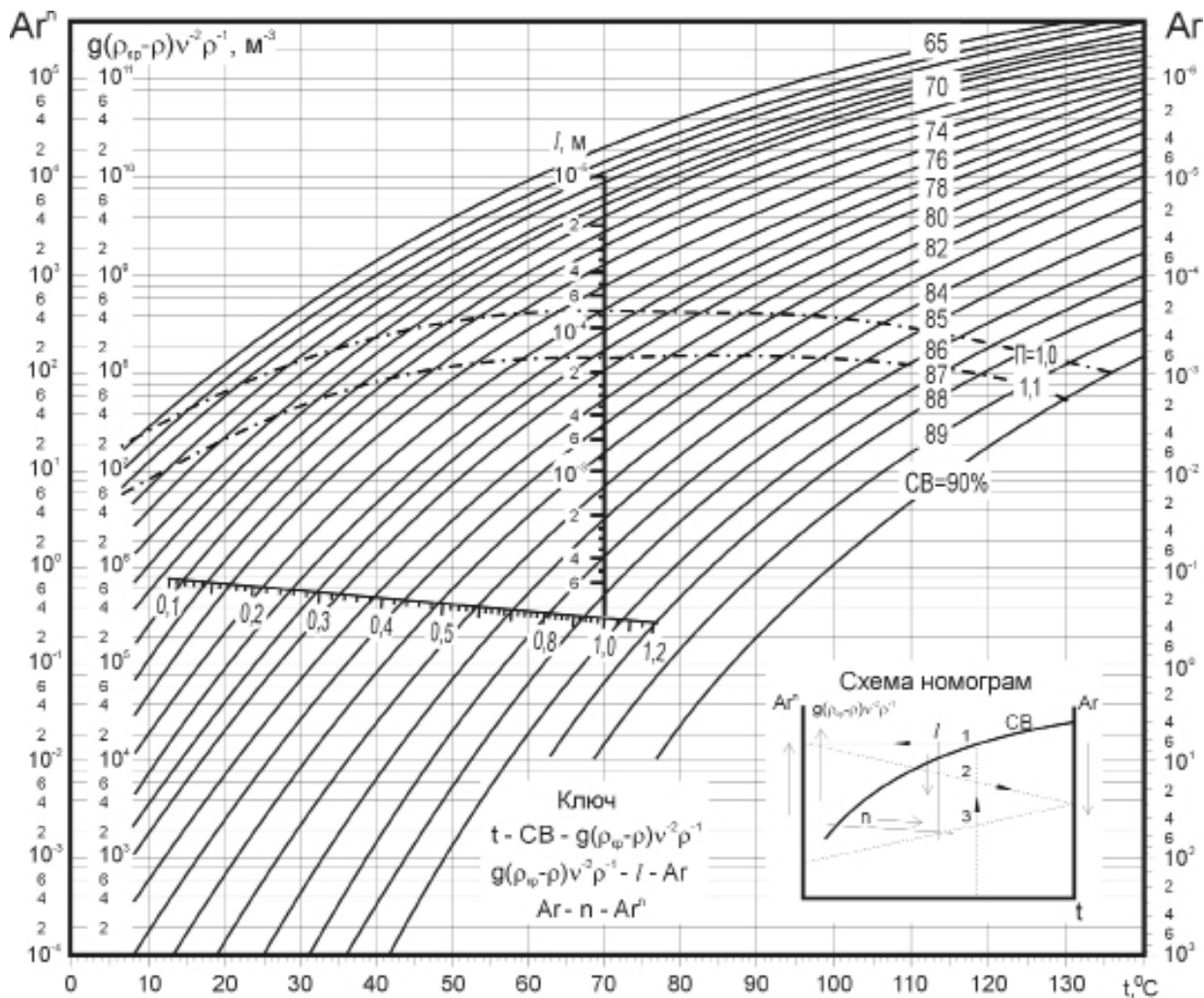
Інтерполяційне рівняння для всіх режимів стисненого осадження має вигляд

$$Re_{ст} = Ar \cdot \varepsilon^{4,75} / [18 + 0,6(Ar \cdot \varepsilon^{4,75})^{0,5}],$$

де  $\varepsilon$  – відносна частка об'єму, що не зайнятий твердою фазою (об'ємна частка міжкристального розчину).

Наприклад, для рафінадного утфелю з вмістом кристалів у його масі  $Kp = 50\%$  частка кристалів за об'ємом  $\varphi = 0,46$ , а  $\varepsilon = 0,54$ .

Вплив розподілу кристалів за розмірами і відхилення їх від вертикального напрямку осадження можуть бути враховані за експериментальними даними. З метою полегшення розрахунку седиментації кристалів побудовано номограму



Номограма чисел Архімеда цукрових утфелів в інтервалі:  
 $t = 0 \div 140 \text{ } ^\circ\text{C}$ ,  $СР_M = 65 \div 90\%$ ,  $l = 10^{-5} \div 8 \cdot 10^{-3} \text{ м}$

чисел Архімеда цукрових утфелів в інтервалі:  
 $t = 0 \div 140 \text{ } ^\circ\text{C}$ ,  $СР_M = 65 \div 90\%$ ,  $l = 10^{-5} \div 8 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ . За допомогою пропонованої номограми можна знайти також  $Ar^n$  для  $n = 0, 1, \dots, 1, 2$ .

При  $t = 60 \div 90 \text{ } ^\circ\text{C}$ , пересиченні міжкристалічного розчину  $\Pi = 1 \dots 1,1$  (штрихпунктирна лінія на номограмі) і розмірах кристалів  $l_{кр} = 0,2 \dots 1,33 \text{ мм}$  ( $l = 0,15 \dots 1 \text{ мм}$ ) значення  $Ar$  не перевищує 0,2, а  $Re < 0,01$ . Тобто осадження кристалів цукрових утфелів відбувається у ламінарному режимі і відповідає закону Стокса. В діапазоні  $t = 60 \div 90 \text{ } ^\circ\text{C}$  при  $\Pi = 1,1$  (кінематична в'язкість розчину цукрози  $\nu_M \approx \text{const} \approx 100 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ ) швидкість вільного осадження поодинокі кулі з цукру діаметром 1 мм, що відповідає кристалу цукру  $l_{кр} = 1,33 \text{ мм}$ , не може перевищувати

$$\omega = Re \cdot \nu / l = 10^{-2} \cdot 100 \cdot 10^{-6} / 10^{-3} = 10^{-3} \text{ м/с.}$$

З врахуванням некулястості кристалу:

$$\omega' = k \cdot \omega = 0,813 \cdot 10^{-3} \text{ м/с.}$$

Швидкість стисненого осадження  $\omega''$  зменшується із зростанням об'ємної частки кристалів в суспензії  $\phi = 1 - \epsilon$ , а  $\omega'' = \lambda \omega'$ . Поправковий коефіцієнт  $\lambda$  дає змогу оцінити вплив стиснення. За формулою Андерса [4]

$$\lambda = (1 - \phi)^2 / (1 + 2,5\phi + 7,35\phi^2).$$

Наприклад, при  $\phi = 0,3$  ( $Kp = 33\%$ )  $\lambda = 0,2$ , а при  $\phi = 0,42$  ( $Kp = 45,5\%$ )  $\lambda = 0,1$ .

**Висновки.** Осадження кристалів у цукрових утфелях відбувається в ламінарному режимі, відповідає закону Стокса, швидкість стисненого осадження кристалів може бути на порядок меншою за швидкість осадження поодинокого кристалу, а оцінку цих швидкостей зручно виконувати використовуючи номограму чисел Архімеда цукрових утфелів.

**Список використаних джерел**

1. Синат-Радченко Д.Е., Чугурова Г.И. Формулы для динамической и кинематической вязкости чистых и производственных сахарных растворов / Тепло- и массообменные процессы в пищевой промышленности: Темат. сб. науч. тр. - К. : УМКВО, 1990. - С. 3-7.
2. Синат-Радченко Д.Е. Геометрические характеристики кристаллов сахарного утфеля / Респ. сб. «Пищевая промышленность». - 1986. - Вып. 32. - С. 59-63.
3. Громковский А.И., Сорокина Н.В. Гидродинамическое сопротивление при осаждении кристалов сахара / Известия вузов. Пищевая технология. - 1985. - №2. - С. 96-98
4. Стабников В.Н., Лысянский В.М., Попов В.Д. Процессы и аппараты пищевых производств. - М. : Агропромиздат, 1985. - 503 с.