

Статистичні характеристики похибок в цифрових системах регулювання обертів асинхронних електродвигунів приводу дифузійних апаратів

[А.Ф. Кравчук, незалежний експерт

Наведені статистичні характеристики похибок цифрового методу вимірювання обертів електродвигунів і метод визначення середньоквадратичної похибки, обумовленої похибкою вимірювання обертів. Встановлено наявність оптимального інтервалу квантування в часі, що відповідає мінімуму похибки. Похибки вимірювання зв'язані з якістю перехідного процесу в системі управління приводом.

Ключові слова: статистичні характеристики похибок, інтервал квантування, відносна ширина імпульсів, регулювання обертів, цифрові автоматичні системи.

Приведены статистические характеристики погрешностей цифрового метода измерения оборотов электродвигателей и метод определения среднеквадратичной погрешности, обусловленной погрешностью измерения оборотов. Установлено наличие оптимального интервала квантования во времени, которое отвечает минимуму погрешности. Погрешности измерения связаны с качеством переходного процесса в системе управления приводом.

Ключевые слова: статистические характеристики погрешностей, интервал квантования, относительная ширина импульсов, регулирование оборотов, цифровые автоматические системы.

Statistical characteristics of errors for digital method of electromotor rotation speed measurement and method for determining the mean square error caused by speed measurement error are presented. The existence of optimal quantization interval of time corresponding to the minimum error is proved. Measurement errors are related to the quality of transition in the gear control system.

Key words: statistical characteristics of errors, quantization interval, relative width of pulses, rotation speed regulation, digital automatic system.

Електропривод дифузійного апарата типу ДС-12 має ряд відзнак, які ускладнюють задачу синхронізації обертів шнеків. До них ми відносимо:

- наявність клиноремінних передач;
- наявність цепних передач;
- наявність диференціатора;
- різне навантаження на кінцях валів.

Складові приводу можуть мати також різний рівень зношеності. Крім стабільних обертів електропривод повинен також забезпечувати і стабільні моменти на кінцях валів. При цьому виникає задача вимірювання обертів не тільки валів шнеків, а також валів шківів клиноремінної передачі та зубчастих коліс цепної передачі. Перш за все потрібно вимірювати оберти валів шнеків у діапазоні 0,2-1,2 хв⁻¹.

У практиці вимірювання швидкості обертання валів, особливо коли немає можливості механічного з'єднання тахометра чи енкодера з валом, знайшли широке використання імпульсні індуктивні прилади. Імпульсні сигнали таких приладів підлягають квантуванню як в часі, так і за рівнем сигналу. Інтервал квантування за часом є основним параметром, який обумовлює величину похибки. При цьому ми маємо два види похибок: інструментальну похибку та похибку квантування.

Максимальна абсолютна величина інструментальної похибки визначається за формулою:

$$|\Delta\omega_{\phi}|_{\max} = (k_{\phi} \cdot q) / T \quad (1)$$

де k_{ϕ} - коефіцієнт пропорційності інструментальної похибки; q – крок квантування за рівнем кута повороту; T – інтервал квантування.

Ширина імпульсів кута повороту є основною складовою інструментальної похибки. Часова послідовність імпульсів датчика кута повороту в розверненому вигляді показана на **рис. 1**.

Число імпульсів визначається лічильником по передньому фронту кожного імпульсу, який має ширину τ . За час вимірювання T буде зареєстровано n -імпульсів. Показане на **рис.1** «розділення» імпульсу

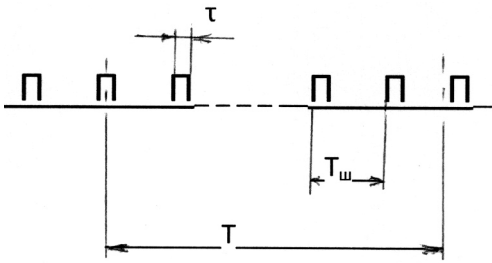


Рис.1. Часова послідовність імпульсів датчика кута повороту.

приводить до утворення нового фронту. Імовірність такого розділення імпульсу приводить до інструментальної похибки, яка вираховується за формулою:

$$p_1 = \tau / T_u \tag{2}$$

де T_u – часова відстань між імпульсами датчика кута повороту. Імовірність p_0 відсутності похибки дорівнює:

$$p_0 = (T_u - \tau) / T_u \tag{3}$$

Максимальна величина абсолютної інструментальної похибки для цього випадку може бути визначена як відношення одиниці квантування кута повороту q до часу вимірювання T

$$\Delta\omega_{\phi\max} = q / T \tag{4}$$

Математичне сподівання інструментальної похибки такого датчика швидкості обертів дорівнює:

$$m_\phi = M(\Delta\omega_\phi) = \sum_{i=1}^n \Delta\omega_{\phi_i} \cdot p_i = \tau \cdot q / T_u \cdot T \tag{5}$$

Дисперсія похибки:

$$D_\phi(\Delta\omega_\phi) = \sum_{i=1}^n (\Delta\omega_{\phi_i} - m_{\phi_i})^2 \cdot p_i = (T_u \cdot \tau - \tau^2) \cdot q^2 / T_u^2 \cdot T^2 \tag{6}$$

У цифрових автоматизованих системах регулювання швидкості обертання інтервал квантування T визначає інтервал дискретності роботи системи регулювання. При цьому похибку регульованої величини в залежності від інструментальної похибки визначають з часового процесу періоду повторення T .

При даній структурі електроприводу на точність вимірювання швидкості впливають флуктуації швидкості обертання в зв'язку з люфтами в складових приводу, диференціаторі та з технологічними порушеннями стану в апараті. Відповідно це приводить до флуктуації періоду імпульсів T_u .

У таких умовах інструментальну похибку можна розглядати як випадковий процес з фіксованим періодом повторення T . Подібні процеси описуються функцією $\Delta\omega_\phi[nT]$, де $n = 0, 1, 2, \dots$ [2].

Враховуючи, що інтервал повторення T значно перевищує T_u і τ , значення вказаної функції для різних n можна вважати незалежним. Це дозволяє визначати похибку в системі регулювання з математичного сподівання і дисперсії вказаної функції, бо автокореляційна функція для флуктуючої складової буде дорівнювати нулю.

Значення математичного сподівання і дисперсії функції $\Delta\omega_\phi[nT]$ системи збігаються зі значеннями похибки вимірювання обертів.

При цифровому способі вимірювання обертів квантуванню підлягає кут повороту.

Відповідно при визначенні похибки в цифровій системі автоматизації похибку квантування віднесемо до кута повороту, як деяку перешкоду ψ . Відповідно автокореляційну функцію перешкоди квантування можна записати у вигляді:

$$R_\psi(\tau') = q^2 / \pi^2 \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{i+k} / ik \cdot M[\text{Sin}(2\pi/q) \alpha_1 \cdot \text{Sin}(2\pi k/q) \alpha_2] \tag{7}$$

де α_1 і α_2 – значення кута повороту в часі t_1 і $t_2 = t_1 + \tau'$.

Прийнявши малу величину кроку квантування q , автокореляційна функція при збільшенні τ' швидко убиває. При $\tau' = 0$ автокореляційна функція дорівнює:

$$R_\psi(0) = q^2 / 2\pi^2 \sum_{n=1}^{\infty} 1/n^2 = q^2 / 12 \tag{8}$$

Виконуючи операції квантування за часом можна вважати, що автокореляційна функція перешкоди при $|\tau'| \geq T$ $R_\psi(\tau') = 0$.

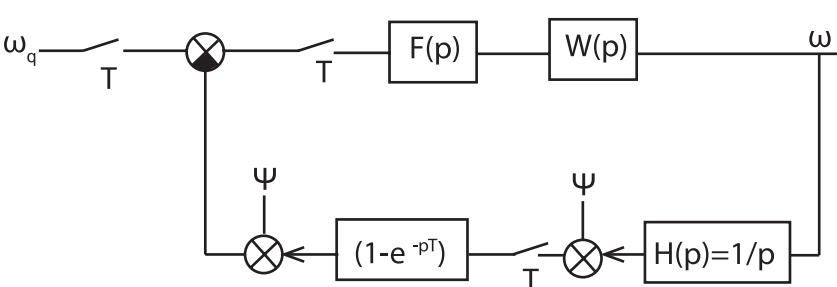


Рис.2. Типова еквівалентна схема цифрового регулювання швидкості обертання валів.

При цьому перешкоду квантування можна віднести до «білого шуму», тим більше, що привод знаходиться в напруженому стані руху.

Для визначення середньоквадратичної похибки регулювання швидкості обертів використовуємо типову еквівалентну схему цифрового регулювання швидкості обертання валів, яка показана на рис.2. $F(p)$

– передаточна функція формуючого елемента; $W(p)$ – передаточна функція підсилювача та електродвигуна; $1/p$ – елемент інтегрування; $(1 - e^{-pT})/T$ – елемент обчислення різниці з коефіцієнтом підсилення $1/T$; φ – збурення у відповідності до величини інструментальної похибки; ψ – збурення у відповідності до величини похибки квантування.

При цьому середньоквадратична похибка може визначатись за формулою:

$$\delta^2\omega_{\varphi\psi}(n) = \sqrt{\delta^2\omega_{\varphi}(n) + \delta^2\omega_{\psi}(n)} \quad (9)$$

Середнє значення квадрата похибки, обумовленої інструментальною похибкою, відповідає збуренню, відповідному величині інструментальної похибки на виході цифрової системи регулювання, для усталеного процесу дорівнюватиме:

$$\overline{\delta^2\omega_{\varphi_1}(n)} = \overline{m_{\varphi}^2 [\Phi_{\varphi}(0)]^2} \quad (10)$$

де $\Phi_{\varphi}(0)$ – дискретна частотна характеристика для збурення φ .

Середній квадрат відхилення усталеного випадкового процесу відповідно дисперсії інструментальної похибки визначається за формулою[3]:

$$\overline{\delta^2\omega_{\varphi_2}(n)} = D_{\varphi} T / 2\pi \int_{-\pi/\tau}^{\pi/\tau} |\Phi_{\varphi}(j\Omega)|^2 d\Omega \quad (11)$$

Відповідно середнє значення квадрата похибки, обумовленої інструментальною похибкою дорівнюватиме:

$$\overline{\delta^2\omega_{\varphi}(n)} = m_{\varphi}^2 [\Phi_{\varphi}(0)]^2 + D_{\varphi} T / 2\pi \int_{-\pi/\tau}^{\pi/\tau} |\Phi_{\varphi}(j\Omega)|^2 d\Omega \quad (12)$$

де $|\Phi_{\varphi}(\Omega)|$ - модуль дискретної частотної характеристики для збурення φ .

Похибка квантування є випадковою величиною, яка відповідає стаціонарному випадковому збуренню i у вигляді «білого шуму».

Середнє значення квадрата відхилення на виході цифрової системи управління буде аналогічне формулі (11).

$$\overline{\delta^2\omega_{\psi}(n)} = T/2\pi \cdot R_{\psi}(0) \int_{-\pi/\tau}^{\pi/\tau} |\Phi_{\psi}(j\Omega)|^2 d\Omega \quad (13)$$

де $|\Phi_{\psi}(j\Omega)|$ - модуль дискретної частотної характеристики для збурення ψ .

Середньоквадратичне значення похибки в цифровій системі автоматичного управління обертами електродвигунів визначається підстановкою виразів формул (12) і (13) в формулу (9).

$$\overline{\delta\omega_{\varphi\psi}(n)} = \sqrt{m_{\varphi}^2 [\Phi_{\varphi}(0)]^2 + T/2\pi \cdot D_{\varphi} \int_{-\pi/\tau}^{\pi/\tau} |\Phi_{\varphi}(j\Omega)|^2 d\Omega + T/2\pi \cdot R_{\psi}(0) \int_{-\pi/\tau}^{\pi/\tau} |\Phi_{\psi}(j\Omega)|^2 d\Omega} \quad (14)$$

Надалі, визначивши мінімальне значення цього виразу, ми отримаємо значення оптимального інтервалу квантування за часом для даної системи регулювання обертів електродвигунів.

Слід зауважити, що для передаточної функції $F(p) = (1 - e^{-pT})/p$ і спільної передаточної функції підсилювача та електродвигунів $W(p) = k / (Tp + 1)$, застосовуючи Z -перетворення, знаходять передаточні функції збурень і частотні характеристики, а надалі значення середньоквадратичних похибок.

При невеликих значеннях відносної ширини імпульсів має місце оптимальне значення інтервалу квантування, яке відповідає мінімуму середньоквадратичної похибки і інтервалу квантування T . Для даного електроприводу середньоквадратична похибка, обумовлена інструментальною похибкою має мінімальне значення при інтервалі квантування $T=0,01$ секунди і відносній ширині імпульсів $\tau/T_{\text{ш}} = 0,02$.

Висновки:

- використовуючи статистичний підхід, ми визначаємо імовірнісні характеристики похибок вимірювання обертів, за якими знаходимо середньоквадратичну похибку цифрової системи регулювання;
- мінімізуючи значення середньоквадратичної похибки за інтервалом квантування, визначаємо значення оптимального інтервалу квантування за часом, який відповідає мінімуму середньоквадратичної похибки;
- інтервал квантування визначає якість перехідного процесу, тому необхідно визначати компромісні значення величин $\tau/T_{\text{ш}}$ і T .

Список використаних джерел

1. *W. Fritzsche*. Vorteile und Grenzdigitaler Drehzahlregelung. Teil I und II. /Regelungstechnik. 1964. (12). №1, S. 7-11 und № 3. S. 104-112.
2. *Я.З. Цыпкин*. Теория линейных импульсных систем./ Физматгиз. М., 1963.
3. *Н.А. Лившиц, В.Н. Пугачев*. Вероятностный анализ систем автоматического управления. т. II. / Советское радио. М., 1963.