УДК 330.4:338.24:519.86

Кузніченко В. М.
Лапшин В. І.
Стеценко Т. В.

ДЕФІЦИТНА МОДЕЛЬ ФІНАНСОВОЇ ВЗАЄМОДІЇ ПІДПРИЄМСТВ У РЕГІОНАХ

Анотація. Розглянуто ймовірнісний підхід до моделі розподілу фінансових ресурсів (закупівлі та продажі) між підприємствами у закритій системі на основі ланцюгів Маркова. Стохастична матриця ланцюгів Маркова надає можливість вивчити кожний крок процесу, який досліджується. Використання методу z - перетворень дає можливість отримати аналітичну форму обігу фінансових ресурсів у період, який розглядається, яка спрощує аналіз і розрахунки станів системи. Визначені умови взаємодії підприємств зі зовнішніми системами.

Ключові слова: матриця, вектор, ланцюги Маркова, стохастична матриця, z – перетворення, аналітична форма.

Summary. The probabilistic approach in the model of the financial recources allocation (purchases and sellings) between enterprises in close system on the bases of the Markov’s chains was considered. The stochastic matrix of the Markov’s allows you to examine every step of the investigated process. Using the method of z – transforms gives a possibility to get the analytical form of financial resources circulation during considered period which simplifies analysis and calculation of the system states The conditions of the enterprise interaction with external system were obtained.

Keywords: matrix, vector, Markov’s chains, stochastic matrix, z – transform, analytical form

Аннотация. Рассмотрен вероятностный подход к модели распределения финансовых ресурсов (покупок и продаж) между предприятиями в закрытой системе на базе цепей Маркова. Стохастическая матрица цепей Маркова представляет возможность изучить каждый шаг исследуемого процесса. Использование метода z – преобразования дает возможность получить аналитическую форму оборота финансовых ресурсов в рассматриваемый период, которая упрощает анализ и расчет состояний системы. Определены условия взаимодействия предприятий с внешними системами.

Ключевые слова: матрица, вектор, цепи Маркова, стохастическая матрица, z – преобразование, аналитическая форма.

Вступ. Соціально-економічний розвиток регіонів є основою для підвищення життєвого рівня населення, на що спрямована Програма економічних реформ на 2010-2014 роки «Заможне суспільство, конкурентоспроможна економіка, ефективна держава» [1]. Необхідною умовою реалізації цієї програми являється ефективне та прозоре використання бюджетних коштів, можливість контролю процесу витрат, особливо при виконанні регіональних бюджетних і сумісних з інвесторами проектів. Останнє створює умови для залучення інвестицій у регіони. Тому дослідження економіко-математичної моделі поетапного розподілу коштів між співвиконавцями регіональних проектів і контролю за їх виконанням є актуальним і представляє суттєвий інтерес, особливо для органів місцевого самоврядування при плануванні основних витрат у межах регіонів.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Фінансова взаємодія структурних одиниць підприємств, корпорацій, регіонів розглядалася багатьма вченими, серед яких Бланк О.І. [2], Бочаров В.О. [3], Білик М.Д. [4], Грушківський В.Г. [5], Кокін А.С. [6], Поддєрьогін А.М. [7], Тимофеєва Т.В. [8], Диденко Ю.Ю. [9]. Їх дослідження були зосереджені на визначенні ефективних методів планування та управління грошовими потоками, їх оптимізації та узгодженості, що повинно забезпечити фінансову стабільність, зростання фінансового потенціалу підприємств, подальший їх розвиток, створенню привабливих умов для інвестицій. Математичні методи і моделі, які застосовуються у дослідженнях грошових потоків підприємств та між ними, висвітлені у роботах [10-14].

Невирішені частини проблеми. В роботах [10-11,14] на основі ймовірнісного підходу – використання теорії ланцюгів Маркова було проведено дослідження по фінансовій взаємодії між організаціями (регіональними структурами, торговельними партнерами). По-перше, розглядалася бездефіцитна замкнута модель, без визначення умов взаємодії з іншими системами. По-друге, формула, яка описує стан системи на кожному кроці дефіцитної моделі, має складний вигляд, який не дозволяє проведення швидкого аналітичного аналізу.

Постановка завдання. Метою дослідження є знаходження (при використанні методу z – перетворення) аналітичного вигляду дефіцитної моделі грошово-товарних потоків між структурними одиницями обраної системи а також виявлення умов для відкритості системи та поточних величин грошових потоків між обраною та іншими зовнішніми системами.

Основні результати дослідження. Для місцевих бюджетів вигідним є витрачання усіх коштів на реалізацію інвестиційних проектів, регіональних програм на території регіону або у вигляді підтримки вітчизняного регіонального виробника шляхом цільових закупівель. Бездефіцитне для виконавців завершення проекту не завжди можливе, якщо всі кошти залишаються у межах регіону.

Розглянемо регіональну систему, яка складається з n структурних одиниць, між якими проходять фінансові операції (грошово-товарні потоки).

Загальний процес грошово-товарного обміну між одиницями через певний проміжок часу (крок) може бути представлений наступним модельним рекурентним рівнянням з матрицею L перехідних ймовірностей для ергодичних ланцюгів Маркова:

$$\overline{p}(k+1) = \overline{p}(k)L = p(0)L^{k+1}, \tag{1}$$

де $\overline{p}(k)$ - вектор розподілу фінансових ресурсів між одиницями після k кроку, $\overline{p}(0)$ -початковий вектор розподілу фінансових ресурсів.

Матриці $L_1=A\,B^T$ і $L_2=B^T A$ будемо називати матрицями отримання і витрачання коштів відповідно [10], які визначають вектори розподілу отримання *g(k)* і витрачання *q(k)* фінансових ресурсів між одиницями після k кроку (*p(k)=g(k); q(k)*).

Для аналітичного вивчення поведінки ланцюгів Маркова до переходу у стаціонарний стан застосовуємо метод z-перетворень до рівняння (1), при якому $\overline{p}(n)$ переходить до $P(z)$ $\quad(\overline{p}(n) \leftrightarrow P(z))$ [15]:

$$\frac{P(z)-P(0)}{z} = P(z)L + \frac{\overline{f}}{(1-z)} \tag{2}$$

Після очевидних перетворень рівняння (2) приймає вигляд:

$$P(z) = [P(0) + \frac{z\overline{f}}{(1-z)}](I - zL)^{-1} \tag{3}$$

де I – одинична матриця розміру $nxn,$ а $(I-zL)^{-1}$ - обернена матриця до матриці $(I-zL)$.

Позначимо через $H(n)$ обернене перетворення матриці $(I-zL)^{-1}$ ($(I-zL)^{-1} \leftrightarrow H(n)$) та представимо цю матрицю у вигляді суми доданків:

$$H(n) = S + T(n), \tag{4}$$

де S – стохастична матриця, яка відповідає члену матриці $(I-zL)^{-1}$ з множником $\frac{1}{(1-z)}$.

Ствердження про стохастичність еквівалентно тому, що визначник матриці $(I-zL)$ дорівнює нулю при $z=1$. Стохастична матриця S завжди має хоча б одне власне значення, яке дорівнює одиниці. Більш того, рядки матриці S будуть дорівнювати один одному та складати компоненти вектора граничних (стаціонарних) ймовірностей стану системи. Матрицю S називають стаціонарною матрицею.

Складові матриці $H(n)$, які залишилися і позначені через $T(n)$, визначають перехідну її складову, тому що описують поведінку ланцюга Маркова у перехідний період із стану до стану.

Діагональні елементи матриць L_1 і L_2 пропорційні часткам фінансових ресурсів, які структурні одиниці залишають у себе при переході з одного стану до іншого на відповідні операції. Абсолютну величину цих ресурсів, яку можна планувати i-одиниці для взаємодії з зовнішніми структурами, можна визначити за формулами:

$$g = g_i(0) \times s_{ii}, \ q = q_i(0) \times s_{ii}, \tag{5}$$

де $g_i(0)$, $q_i(0)$ – i-компоненти векторів $\overline{g}(0)$, $\overline{q}(0)$ відповідо, s_{ii} – діагональні елементи стаціонарних матриць S.

Розглянемо на конкретному прикладі, як при допомозі z-перетворення отримати аналітичний вигляд розподілу фінансовими потоками (отримання, витрати) між регіональними структурними одиницями.

Нехай матриці B^T і A та їх добутки мають вигляд:

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{8} & \frac{3}{8} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \quad B^T = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} & \frac{3}{8} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \end{pmatrix} \tag{6}$$

$$L_1 = A * B^T = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{8} & \frac{3}{8} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} & \frac{3}{8} & \frac{1}{8} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{7}{16} & \frac{3}{8} & \frac{3}{16} \\ \frac{3}{8} & \frac{27}{64} & \frac{13}{64} \\ \frac{3}{8} & \frac{13}{32} & \frac{7}{32} \end{pmatrix} \tag{7}$$

$$L_2 = B^T * A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} & \frac{3}{8} & \frac{1}{8} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{8} & \frac{3}{8} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{7}{32} & \frac{13}{32} & \frac{3}{8} \\ \frac{13}{64} & \frac{27}{64} & \frac{3}{8} \\ \frac{3}{16} & \frac{3}{8} & \frac{7}{16} \end{pmatrix} \quad (8)$$

Побудуємо для матриці L_1 матрицю $(I - zL_1)$:

$$(I - zL_1) = \begin{pmatrix} 1-\frac{7}{16}z; & -\frac{3}{8}z; & -\frac{3}{16}z \\ -\frac{3}{8}z; & 1-\frac{27}{64}z; & -\frac{13}{64}z \\ -\frac{3}{8}z; & -\frac{13}{32}z; & 1-\frac{7}{32}z \end{pmatrix} \quad (9)$$

Визначник цієї матриці дорівнює:

$$\det(I - zL_1) = \Delta_1(z) = (1-z)*(1-\frac{1}{16}z)*(1-\frac{1}{64}z), \quad (10)$$

а обернена до неї матриця має вигляд:

$$(I - zL_1)^{-1} = \frac{1}{(1-z)} \begin{pmatrix} \frac{2}{5} & \frac{2}{5} & \frac{1}{5} \\ \frac{2}{5} & \frac{2}{5} & \frac{1}{5} \\ \frac{2}{5} & \frac{2}{5} & \frac{1}{5} \end{pmatrix} + \frac{1}{(1-\frac{1}{16}z)} \begin{pmatrix} \frac{3}{5} & -\frac{2}{5} & -\frac{1}{5} \\ -\frac{2}{5} & \frac{4}{15} & \frac{2}{15} \\ -\frac{2}{5} & \frac{4}{15} & \frac{2}{15} \end{pmatrix} + \frac{1}{(1-\frac{1}{64}z)} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & -\frac{2}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$$

Зворотне z перетворення матриці $(1 - zL_1)^{-1}$ визначає добуток матриць L_1^n:

$$L_1^n = S_1 + T_1(n) = \begin{pmatrix} \frac{2}{5} & \frac{2}{5} & \frac{1}{5} \\ \frac{2}{5} & \frac{2}{5} & \frac{1}{5} \\ \frac{2}{5} & \frac{2}{5} & \frac{1}{5} \end{pmatrix} + \left(\frac{1}{16}\right)^n \begin{pmatrix} \frac{3}{5} & -\frac{2}{5} & -\frac{1}{5} \\ -\frac{2}{5} & \frac{4}{15} & \frac{2}{15} \\ -\frac{2}{5} & \frac{4}{15} & \frac{2}{15} \end{pmatrix} + \left(\frac{1}{64}\right)^n \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & -\frac{2}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix},$$

де

$$S_1 = \begin{pmatrix} \frac{2}{5} & \frac{2}{5} & \frac{1}{5} \\ \frac{2}{5} & \frac{2}{5} & \frac{1}{5} \\ \frac{2}{5} & \frac{2}{5} & \frac{1}{5} \end{pmatrix}, \; T_1(n) = \left(\frac{1}{16}\right)^n \begin{pmatrix} \frac{3}{5} & -\frac{2}{5} & -\frac{1}{5} \\ -\frac{2}{5} & \frac{4}{15} & \frac{2}{15} \\ -\frac{2}{5} & \frac{4}{15} & \frac{2}{15} \end{pmatrix} + \left(\frac{1}{64}\right)^n \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & -\frac{2}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix} \quad (11)$$

Побудуємо для матриці L_2 матрицю $(I - zL_2)$:

$$(I - zL_2) = \begin{pmatrix} 1-\frac{7}{32}z; & -\frac{13}{32}z; & -\frac{3}{8}z \\ -\frac{13}{64}z; & 1-\frac{27}{64}z; & -\frac{3}{8}z \\ -\frac{3}{16}z; & -\frac{3}{8}z; & 1-\frac{7}{16}z \end{pmatrix} \qquad (12)$$

Визначник цієї матриці і обернена до неї матриця мають вигляд:

$$(I - zL_2)^{-1} = \frac{1}{(1-z)}\begin{pmatrix} \frac{1}{5} & \frac{2}{5} & \frac{2}{5} \\ \frac{1}{5} & \frac{2}{5} & \frac{2}{5} \\ \frac{1}{5} & \frac{2}{5} & \frac{2}{5} \end{pmatrix} + \frac{1}{(1-\frac{1}{16}z)}\begin{pmatrix} \frac{2}{15} & \frac{4}{15} & -\frac{2}{5} \\ \frac{2}{15} & \frac{4}{15} & -\frac{2}{5} \\ -\frac{1}{5} & -\frac{2}{5} & \frac{3}{5} \end{pmatrix} + \frac{1}{(1-\frac{1}{64}z)}\begin{pmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{2}{3} & 0 \\ -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\det(I - zL_2) = \Delta_2(z) = \Delta_1(z) = (1-z) * (1-\frac{1}{16}z) * (1-\frac{1}{64}z) \qquad (13)$$

Зворотне z перетворення матриці $(1 - zL_2)^{-1}$ визначає добуток матриць L_2^n:

$$L_2^n = S_2 + T_2(n) = \begin{pmatrix} \frac{1}{5} & \frac{2}{5} & \frac{2}{5} \\ \frac{1}{5} & \frac{2}{5} & \frac{2}{5} \\ \frac{1}{5} & \frac{2}{5} & \frac{2}{5} \end{pmatrix} + \left(\frac{1}{16}\right)^n \begin{pmatrix} \frac{2}{15} & \frac{4}{15} & -\frac{2}{5} \\ \frac{2}{15} & \frac{4}{15} & -\frac{2}{5} \\ -\frac{1}{5} & -\frac{2}{5} & \frac{3}{5} \end{pmatrix} + \left(\frac{1}{64}\right)^n \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{2}{3} & 0 \\ -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

де

$$S_2 = \begin{pmatrix} \frac{1}{5} & \frac{2}{5} & \frac{2}{5} \\ \frac{1}{5} & \frac{2}{5} & \frac{2}{5} \\ \frac{1}{5} & \frac{2}{5} & \frac{2}{5} \end{pmatrix}, \; T_2(n) = \left(\frac{1}{16}\right)^n \begin{pmatrix} \frac{2}{15} & \frac{4}{15} & -\frac{2}{5} \\ \frac{2}{15} & \frac{4}{15} & -\frac{2}{5} \\ -\frac{1}{5} & -\frac{2}{5} & \frac{3}{5} \end{pmatrix} + \left(\frac{1}{64}\right)^n \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{2}{3} & 0 \\ -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad (14)$$

Таким чином, методом z-перетворення визначені матриці отримання L_1^n та витрачання L_2^n коштів виконавцями проекту на кожному етапі n (кроці) виконання. Матриці S_1 і S_2 показують відповідні граничні стани розподілу коштів. За допомогою добутків векторів початкових станів і діагональних елементів матриць S_1 і S_2 визначаються фінансові ресурси, які виконавці можуть використовувати на протязі кроку з зовнішніми партнерами при збереженні значень добутків перед наступним кроком.

Висновки. Таким чином, запропонований метод z-перетворень дозволяє завдяки встановленій аналітичний формі без використання комп'ютерної техніки знати розподіл загального бюджету між партнерами на кожному кроці ергодичного ланцюга Маркова та визначити час збігання процесу до стаціонарного стану. Це дозволяє контролювати процес виконання проекту, зокрема процес його фінансування, на кожному етапі та при необхідності, коли виникають проблеми, змінювати правила розподілу, тобто матриці *L*.

Література

1. Програма економічних реформ на 2010-2014 роки [Електронний ресурс] // «Заможне суспільство, конкурентоспроможна економіка, ефективна держава». – Режим доступу : president.gov.ua/docs/Programa_reform_FINAL_1.pdf.
2. Бланк И. А. Финансовый менеджмент : учебник / И. А. Бланк. – К. : Ника-Центр, Эльга, 2002. – 512 с.
3. Бочаров В. В. Управление денежным оборотом предприятий и корпорацій / В. В. Бочаров. – М. : Финансы и статистика, 2002. – 144 с.
4. Білик М. Д. Грошові потоки підприємств у мікро- та макроекономічному аспекті / М. Д. Білик, С. І. Надточій // Фінанси України. – 2007. – № 6. – С. 133-147.
5. Грушківський В. Г. Теоретичні і практичні аспекти управління грошовими потоками на підприємстві / В. Г. Грушківський, Т. М. Тіховська // Формування ринкових відносин в Україні. – 2007. – № 3. – С. 36-40.
6. Покровський Ю. Н. Методика анализа чистого денежного потока в условиях дефицита денежных средств / А. С. Кокин, Н. Ю. Покровский // Аудит и финансовый анализ. – 2010. – № 3. – С. 144-148.
7. Поддєрьогін А. М. Ефективність управління грошовими потоками підприємства / А. М. Поддєрьогін, , Я. І. Невмержицький // Фінанси України. – 2007. – № 11. – С. 119-127.
8. Тимофеева Т. В. Анализ денежных потоков предприятия / Т. В. Тимофеева. – М. : Финансы и статистика; ИНФРА-М, 2010. – 368 с.
9. Диденко Ю. Ю. , Значение эффективного управления денежными потоками в деятельности предприятия в рыночных условиях хозяйсвования/ Ю. Ю. Диденко, А. Л. Драговоз // Бизнес Информ. № 1. – 2010. – С. 96-98.
10. Лапшин В. І. Модель обігу коштів між співвиконавцями проекту / В. І. Лапшин, В. М. Кузніченко, В. М. Головій // Вісник університету банківської справи Національного банку України. – 2011. – № 1(10). – С. 298-300.
11. Кузніченко В. М. Метод Z-перетворень у моделі фінансової взаємодії співвиконавців інвестиційного проекту/ В. М. Кузніченко, В. І. Лапшин, Т. В. Стеценко // Вісник економіки транспорту і промисловості. – 2012. – № 37. – С. 52-55.
12. Корнійчук М.Т. Ризик і надійність. Економіко-стохастичні методи й алгоритми побудови та оптимізації систем: Монографія./ М. Т. Корнійчук, І. К. Совтус – К.: КНЕУ, 2000.- 212 с.
13. Вітлинський В.В. Ризик у менеджменті. / В. В. Вітлинський, С. І. Наконечний – К.: Борисфен, 1996. – 330 с.
14. Жлуктенко В.І., Наконечний С.І., Савіна С.С. стохастичні процеси та моделі в економіці, соціології, екології: Навч. посібник./ В. І. Жлуктенко, С. І. Наконечний, С. С. Савіна – К.: КНЕУ, 2002. – 226 с.
15. Ховард Р.А. Динамическое программирование и марковские процессы/ Р.А. Ховард. – М.: «Советское радио», 1964. – 195с.

Стаття надійшла до редакції 12.04.2013