УДК 621.372

Математичний опис системи розпізнавання користувача комп'ютера

Василь Заяць[1], Марія Заяць[2]

[1] к. т. н., доцент, Національний університет "Львівська політехніка", вул. С. Бандери, 12, Львів, 79013, e-mail: zvm01@rambler.ru
[2] асистент, Національний університет "Львівська політехніка", вул. С. Бандери, 12, Львів, 79013, e-mail: zmm01@rambler.ru

У вигляді дискретної системи шостого порядку запропоновано підхід до опису системи ідентифікації користувача комп'ютера, який дозволив підвищити достовірність розпізнавання. Отримано оцінку величини періоду введення літер тексту, яка забезпечує достовірне розпізнавання користувача комп'ютера.

Ключові слова: дискретна модель, гармонічна функція, матриця переходу станів, стійкість, розпізнавання, рукомоторні реакції.

Вступ. Для розробки систем комп'ютерного розпізнавання об'єктів складної динамічної природи доцільно провести їх аналіз і комп'ютерне моделювання шляхом побудови математичної моделі об'єкта чи процесу. Такий підхід дозволяє меншими часовими і технічними засобами, порівняно з фізичними експериментами, попередньо проаналізувати поведінку об'єкта чи явища.

У нелінійній динаміці широкого застосування набули дискретні за своєю природою моделі коливних систем [1-5]. Для систем цього класу дискретність закладена в природі об'єкта досліджень, а не є наслідком дискретизації неперервної системи. Доцільність використання дискретних за природою моделей пояснюється такими їх особливостями:
— відносною простотою математичного опису порівняно з неперервними моделями;
— широким спектром динамічних режимів;
— скінченною вимірністю, що дозволяє моделювати кожну нову гармоніку шляхом її введення у вектор змінних стану, тоді як у неперервних системах для вирішення цієї проблеми потрібно підвищувати розмірність системи;
— максимальною налаштованістю до реалізації комп'ютерного експерименту.

1. Підхід до побудови дискретної моделі коливної системи

У роботі [2] запропоновано підхід до побудови моделі коливного процесу, в якій, порівняно з існуючими моделями [1], допускається виникнення та існування значно ширшого спектра коливних режимів, таких як гармонічні, квазігармонічні, субгармонічні коливання та хаотичні рухи, у разі зміни параметрів системи і початкових умов.

При побудові такої моделі слід виходити з того, що у випадку малих значень амплітуди коливань рух повинен відбуватися у бік її збільшення, а для великих значень — у бік зменшення. Цього можна досягнути шляхом введення в матрицю переходу станів деякої залежної від амплітуди коливань r функції f, яка має ділянку з від'ємною швидкістю зміни, принаймні, для великих значень амплітуд. При цьому в околі нульового стану рівноваги абсолютна величина швидкості (якщо вона від'ємна) не перевищує одиниці і для великих значень амплітуд добуток функції f на r прямує до нуля в міру зростання амплітуди коливань. Таким чином, при побудові дискретної моделі базовими функціями можуть бути тільки нелінійні функції, які мають ділянки повільних і швидких рухів, а також ділянку з від'ємною похідною в області великих амплітуд.

Для забезпечення бажаної частоти коливань необхідно задати початкове значення фази коливань. Цього можна досягнути, ввівши в матрицю переходу станів співмножниками гармонічні функції, арґументом в яких є початкова фаза коливань.

Найпростіше змінити амплітуду коливань можна шляхом введення у матрицю монодромії додатковим співмножником деякого постійного параметру.

Таким чином можна запропонувати загальну дискретну модель коливної системи другого порядку

$$\begin{bmatrix} x_{m+1} \\ y_{m+1} \end{bmatrix} = a\, f(r_m)\, \mathbf{A}(\varphi) \begin{bmatrix} x_m \\ y_m \end{bmatrix},$$

де x_m, y_m — змінні стану в m-й точці дискретизації; $r_m = x_m^2 + y_m^2$ — амплітуда можливих коливань; φ — початкова фаза коливань; a — постійний параметр, зміна якого забезпечує широкий діапазон зміни амплітуди коливань, $\mathbf{A}(\varphi)$ — матриця розміру (2×2), елементи якої є функціями частоти коливань.

Оскільки йдеться про побудову моделей другого порядку, то, комбінуючи певні функції амплітуди коливань і використовуючи різні тригонометричні функції для задання початкової фази коливань, можна отримати клас моделей з симетричною, кососиметричною і несиметричною матрицями переходу станів [3]. Кожна з таких моделей відрізняється динамікою і потребує докладного дослідження.

У роботі [3] проведено аналіз запропонованої моделі з базовою функцією $f(r) = \exp(-\sqrt{r})$ та кососиметричною матрицею $\mathbf{A}$, елементами якої є гармонічні функції. Показано також існування стійких гармонічних коливань у разі зміни параметра a від одиниці до exp(2). Шляхом комп'ютерного моделювання виявлено квазігармонічні коливання парного і непарного порядків. Зважаючи на відсутність повторення амплітуди коливань за великої кількості дискрет, а також нерегулярність заповнення фазових портретів коливань, сформульовано гіпотезу про існування хаотичних рухів у такій моделі [6]. Результати комп'ютерного моделювання підтверджують ці припущення для широкого класу дискретних моделей [4].

Запропонований підхід можна застосувати до опису коливної системи будь-якої природи за умови, що її стани характеризуються дискретними ознаками. Для довільної кількості ознак N маємо N-вимірний вектор змінних стану, а матрицю **A** будуємо таким чином, щоб її визначник дорівнював одиниці. Найпростішим чином це можна зробити, якщо $N-2$ рядки матриці мають одиниці на головній діагоналі, а позадіагональні елементи дорівнюють нулю. При цьому останні два рядки матриці є комбінацією гармонічних функцій початкової фази φ

$$\mathbf{A}(\varphi)=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \cos\varphi & \sin\varphi \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -\sin\varphi & \cos\varphi \end{pmatrix}.$$

Тоді амплітуді коливань відповідатиме середньоквадратичне значення N-вимірного вектора змінних стану, яке може бути обчислене із заданням функцій f.

2. Аналіз динамічних режимів на основній частоті

Проведемо дослідження можливих динамічних режимів дискретної коливної моделі дещо простішого вигляду

$$\begin{bmatrix} x_{m+1} \\ y_{m+1} \end{bmatrix} = a\, f(r_m) \begin{bmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi \\ -\sin\varphi & \cos\varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_m \\ y_m \end{bmatrix}, \tag{1}$$

де елементи матриці **A** є гармонічними функціями параметра φ. Встановимо умови виникнення і стійкості динамічних режимів моделі (1). В результаті піднесення до квадрату кожного з рівнянь системи (1) і їх підсумовування отримаємо

$$r_{m+1} = a^2 f^2(r_m)\, r_m\,. \tag{2}$$

Оскільки усталеному режиму відповідає значення $r_{m+1} = r_m = r$, то з виразу (2) отримуємо рівняння для визначення амплітуди коливань на основній частоті

$$f(r) = \frac{1}{a} \tag{3}$$

або

$$r = g\left(\frac{1}{a}\right), \tag{4}$$

де g — обернена до f функція, яку завжди можна визначити для однозначної неперервної функції. Зазначимо, що формула (4) справедлива, якщо композиція функцій f і g є тотожним перетворенням, незалежно від порядку застосування функцій. У разі неоднозначності функції f, на ділянках її монотонності можна визначити відповідні обернені функції. Для складних неоднозначних функцій обернена може бути записана лише в неявному вигляді. У цих випадках для оцінки амплітуди коливань доцільніше застосовувати формулу (3).

Для встановлення закону зміни частоти в дискретній моделі (1) шукатимемо її розв'язок у вигляді

$$x_m = \rho^m \cos\alpha_m \ \text{ і } \ y_m = \rho^m \sin\alpha_m, \tag{5}$$

де ρ — модулі власних значень матриці переходу станів, α_m — біжуча фаза коливань.

Підставляючи (5) в (1), дістанемо

$$\rho^{m+1}\cos\alpha_{m+1} = a\, f(r_m)\,\rho^m \cos(\alpha_m - \varphi)$$
$$\rho^{m+1}\sin\alpha_{m+1} = a\, f(r_m)\,\rho^m \sin(\alpha_m - \varphi)$$

З урахуванням формули (3) з останньої системи рівнянь отримуємо, що

$$\alpha_{m+1} = \alpha_m - \varphi.$$

Таким чином, можна очікувати, що встановлене значення фази коливань, а тому і частота коливань, визначатимуться величиною початкової фази φ. У першому наближенні величину періоду коливань можна оцінити за формулою

$$T = 2\pi/\varphi. \tag{6}$$

Бачимо, що величина періоду коливань визначається співвідношенням (6) і не залежить від вигляду функції f.

3. Аналіз умов стійкості гармонічного режиму

Для дослідження стійкості гармонічного режиму, амплітуда якого визначається рівнянням (3), а період — виразом (6), після лінеаризації рівняння (2) в околі усталеного режиму отримаємо

$$z_{m+1} = [1 + 2a^2 f(r)\, f'(r)]\, z_m,$$

де $z_m = r_m - r$ — величина відхилення амплітуди від стаціонарного значення.

Таким чином, із використанням формули (3), умова стійкості гармонічних коливань набуває вигляду

$$\left| 1 + 2\,a\,r \left.\frac{df(x)}{dx}\right|_{x=r} \right| < 1. \tag{7}$$

З нерівності (7) визначається область стійких гармонічних коливань досліджуваної моделі. Таким чином, необхідною умовою стійкості гармонічних режимів є від'ємність похідної базової функції моделі в околі усталеного режиму.

На основі проведеного аналізу можна сформулювати алгоритм розробки дискретних моделей коливних систем, в яких виникатимуть коливні режими різного порядку складності та будуть виконуватися необхідні умови стійкості цих режимів:

— формування матриці переходу дискретних станів у вигляді добутку трьох співмножників: постійного параметра a, який забезпечує широкий діапазон зміни амплітуди коливань; матриці $\mathbf{A}(\varphi)$, елементи якої визначають частоту коливань; вектора змінних стану $\vec{z}\left[m\right]$, обчисленого або заданого в дискретний момент відліку m;

— вибір нелінійної функції $f(r)$, арґументом якої є амплітуда (амплітуди) коливань і яка має ділянки повільних і швидких рухів при різних амплітудах коливань та ділянку з від'ємною похідною, принаймні для великих амплітуд коливань, з метою забезпечення повернення фазової точки до нульового положення рівноваги.

Для забезпечення необхідних умов стійкості в околі усталеного режиму функція $f(r)$ має бути додатньо визначеною з від'ємною похідною.

Зазначимо, що матрицю $\mathbf{A}(\varphi)$ доцільно вибирати кососиметричною з визначником рівним одиниці, оскільки тоді можна розділити рівняння для отримання аналітичних виразів амплітуди та частоти коливань.

Якщо вибрана базова функція в околі початку коливань має від'ємну похідну, то її абсолютна величина не повинна перевищувати одиницю, оскільки в протилежному випадку не виконуються необхідні умови стійкості можливих коливних режимів моделі.

4. Опис системи ідентифікації користувача комп'ютера

У роботі [7] запропоновано оригінальний підхід до побудови комп'ютерної системи розпізнавання користувача комп'ютера за його рукомоторними реакціями. Суть підходу ґрунтується на вимірюванні різних часових інтервалів (час утримання клавіші, тривалість паузи перед натисканням клавіші, тривалість паузи після натискання клавіші), як абсолютних, так і відносних, до їх середнього значення, або одного часового інтервалу до іншого.

На основі запропонованого підходу в середовищі DELPHI реалізована комп'ютерна система розпізнавання користувача комп'ютера за його рукомоторними діями. У реальному режимі часу в процесі набору користувачем заданого тексту відбувається формування функцій розподілу різних часових затримок, які апроксимуються нормальним законом розподілу. На основі співставлення біжучих значень математичних сподівань і дисперсій для кожного із сформованих розподілів з апріорі заданими зразками ідентифікується той чи інший користувач. Ефективність такої системи не перевищує 60-65%.

У даній роботі для покращення ефективності розробленої системи запропоновано описувати її у вигляді системи дискретних рівнянь шостого порядку відповідно до сформованих значень дискретних ознак (часових затримок). Вибір базових функцій для опису такої системи розпізнавання є проблемним, оскільки це мають бути ймовірнісні функції розподілу, які, відповідно до рукомоторних дій користувача, повинні передбачати появу тієї чи іншої літери на клавіатурі комп'ютера і прогнозувати величину часової затримки при її натисканні чи величину паузи до і після натискання. Незалежно від вигляду цих базових функцій, у разі опису процесу у вигляді дискретної моделі (1) за ознаки вибираємо відношення девіацій часу утримання клавіші до паузи перед натисненням клавіші та відношення девіацій паузи до часу утримання клавіші. Висока інформативність цих ознак підтверджена результатами комп'ютерного моделювання. Оцінку періоду повторення слідування літер на клавіатурі можна отримати за формулою (6). Якщо виходити з реального середнього часу утримання клавіші 0,3 с, то, з урахуванням пауз до і після утримання клавіші, період набору літер не перевищуватиме 1 с, що відповідає початковій фазі коливань 2π. Таким чином, при введенні в алгоритм розпізнавання блоку формування неперервної послідовності літер, коли в реальному режимі часу відсікаються будь-які хаотичні рухи (випадкова неуважність, задуманість, механічна затяжна затримка, натискання кількох клавіш, вимушена пауза тощо), ефективність такої системи ідентифікації користувача підвищується. Результати комп'ютерного моделювання показали, що, із серії 108 експериментів, лише в чотирьох випадках приймалися неправильні рішення. Слід зазначити, що хоча зразки почерку створювалися на основі заданого тексту, розпізнавання було успішним і у випадку набирання заданого тексту англійською мовою чи введення довільного тексту, якщо швидкість набору перевищувала 200 знаків за хвилину.

У розробленій системі розпізнавання користувача комп'ютера передбачено можливість її адаптації до зміни почерку користувача шляхом дозапису нових даних у файл зразка почерку користувача в процесі його роботи за комп'ютером. Такий простий механізм адаптації забезпечує його достовірне розпізнавання, навіть тоді, коли упродовж певного інтервалу часу характеристики почерку користувача суттєво змінилися.

Висновки. На основі запропонованого підходу побудовано дискретну коливну модель, яка має ширший діапазон коливних рухів порівняно з існуючими моделями.

Отримано аналітичні вирази для визначення амплітуди та оцінки періоду гармонічних коливань.

При дослідженні моделі (1) встановлено необхідні та достатні умови стійкості гармонічних коливань у загальному вигляді.

Застосування розробленого підходу до опису автоматизованої системи розпізнавання користувача комп'ютера, яка працює в режимі дискретного часу, дозволило підвищити її ефективність на 30%.

Література

[1] *Шарковский А. Н., Коляда С. Ф., Сивак А. Г., Федоренко В. В.* Динамика одномерных отображений. — К.: Наук. думка, 1989. — 216 с.

[2] *Заяць В. М.* Построение и анализ модели дискретной колебательной системы // Кибернетика и системный анализ. — 2000. — С. 161-165.

[3] *Заяць В. М.* Моделі дискретних коливних систем // Комп'ютерні технології друкарства. — 1998. — С. 37-38.

[4] *Заяць В. М.* Клас функцій для побудови дискретних моделей коливних систем // Ювілейна наук.-техн. конф. "КРА-40". — 2004. — Львів: 2004. — С. 31-32.

[5] *Шустер Г.* Детерминированный хаос // Введение: Пер. с англ. — М.: Мир, 1988.— 240 с.

[6] *Zayats V.* Chaos searching algorithm for second order oscillatory system // Proc. International Conf. "TCSET-2002". — Lviv-Slavske: 2002. — P. 97-98.

[7] *Заяць В. М.* Комп'ютерна система ідентифікації особи за її рукомоторними реакціями // Праці Міжнар. конф. "Штучний інтелект". — Т. 2. — Крим: 2002. — С. 180-185.

The Mathematical Description of System for Identification of Computer User

Vasil Zayats, Mariya Zayats

An approach to describing the system for identification of computer user as a sixth order discrete system which allows increasing reliability of recognition is proposed. Estimation of period of the text symbols inputing which provided authentic identification of computer user is received.

Математическое описание системы распознавания пользователя компьютера

Василь Заяць, Мария Заяць

Предложен подход к описанию системы идентификации пользователя компьютера в виде дискретной системы шестого порядка, который позволил повысить достоверность распознавания. Получена оценка периода ввода символов текста, которая обеспечила достоверную идентификацию пользователя компьютера.

Отримано 10.09.04