## УДК 539.3: 534.1: 621.3.084

# Ефективність електромеханічного перетворення енергії при резонансних коливаннях елементів конструкцій із п'єзокераміки

## Микола Шульга<sup>1</sup>, Валерій Карлаш<sup>2</sup>

<sup>1</sup> д. ф.-м. н., член-кор. НАН України, професор, Інститут механіки ім. С. П. Тимошенка НАН України, вул. П. Нестерова, З, Київ, 03057 <sup>2</sup> д. т. н., с. н. с., Інститут механіки ім. С. П. Тимошенка НАН України, вул. Нестерова, З, Київ, 03057, e-mail: karlashv@ukr.net

В усіх п'єзоелектричних тілах відбувається перетворення енергії із механічної форми в електричну (прямий п'єзоефект) або із електричної форми в механічну (зворотний п'єзоефект). Ефективність такого перетворення може оцінюватися кількома способами, а саме: за коефіцієнтом електромеханічного зв'язку, величиною повної провідності, відношенням активної та реактивної компонент повної провідності, коефіцієнтом передачі п'єзотрансформаторного датчика. Згадані способи порівнюються між собою. Подаються прості інженерні формули для визначення основних параметрів п'єзокераміки з вимірювань максимальної та мінімальної провідностей при радіальних коливаннях тонкого диска із суцільними електродами. Показано, зокрема, що в експериментальних дослідженнях застосування єдиного методу є недостатнім і доцільно поєднувати декілька підходів.

Ключові слова: ефективність, коефіцієнт зв'язку, п'єзокераміка, резонансні коливання, п'єзотрансформаторний датчик, повна провідність.

Вступ. Відомо, що в п'єзоелектричних тілах відбувається електромеханічне або механоелектричне перетворення енергії із механічної форми в електричну (прямий п'єзоефект) або із електричної форми в механічну (зворотний п'єзоефект). У деяких п'єзоелектричних пристроях, наприклад, п'єзотрансформаторах, прямий і зворотний п'єзоефекти проявляються одночасно — електричне поле створює у вхідній секції такого пристрою механічні деформації (діє зворотний п'єзоефект), а механічні деформації вихідної секції породжують у ній електричне поле (діє прямий п'єзоефект). Ефективність електромеханічного перетворення енергії в п'єзоелектричних тілах може оцінюватися кількома способами: за коефіцієнтом електромеханічного зв'язку, величиною повної провідності, відношенням активної та реактивної компонент повної провідності, коефіцієнтом передачі п'єзотрансформаторного датчика. Нижче коротко характеризуються ці способи й порівнюються між собою. Показано, що в експериментальних дослідженнях застосування єдиного методу є недостатнім і доцільно поєднувати кілька підходів.

#### 1. Коефіцієнт електромеханічного зв'язку, формула Мезона

Ступінь (або ефективність) перетворення енергії із механічної форми в електричну і навпаки найповніше характеризується так званим коефіцієнтом електромеханічного зв'язку (КЕМЗ). В англомовних працях цей параметр має дещо іншу назву — Electromechanical Coupling Factor (EMCF), що перекладається як «електромеханічний зв'язувальний фактор, множник або коефіцієнт».

З енергетичної точки зору [18] квадрат КЕМЗ є відношенням здатної до обертання нагромадженої в об'ємі тіла електричної (механічної) енергії до всієї механічної (електричної) енергії, яка підведена зовні до п'єзоелектричного тіла.

Зазначимо, що поняття про електромеханічний зв'язок було введене в наукову літературу ще наприкінці XIX століття В. Фойтом [27]. Інші дослідники вивчали ефективність електромеханічного перетворення енергії в природних п'єзоелектриках досить різносторонньо і досконало. У 20-х роках XX століття у роботах Ван-Дайка з еквівалентних схем п'єзоелектричних резонаторів [25, 26] було встановлено зв'язок між КЕМЗ і резонансними та антирезонансними частотами, а також між КЕМЗ і динамічними та статичними ємностями. З'ясувалося, що чим більша різниця між резонансною та антирезонансною частотами, тим вищий КЕМЗ п'єзоелектричного резонатора. Нарешті, Уоррен Мезон для п'єзокерамічного тонкого циліндричного кільця з радіальною поляризацією вивів просту формулу, яка носить його ім'я [1]

$$k_d^2 = \frac{f_a^2 - f_r^2}{f_a^2}.$$
 (1)

Тут  $f_r$  та  $f_a$  — резонансна та антирезонансна частоти відповідно. Цією формулою широко користуються дослідники в усіх випадках, коли резонансна та антирезонансна частоти певної моди коливань добре ізольовані (за частотою) від інших мод коливань.

Резонансна і антирезонансна частоти до певної міри є фізичними абстракціями, які введені при математичному моделюванні резонансних коливань п'єзоелектричних тіл, коли вважається, що повна електрична провідність резонатора на резонансі прямує до нескінченності, а на антирезонансі — знижується до нуля. Так трапляється, коли в аналітичному розгляді задач електропружності не беруться до уваги втрати, якими супроводжується процес електромеханічного перетворення енергії. На практиці можуть вимірюватися не тільки згадані частоти, а й близькі до них частоти  $f_m$  і  $f_n$  максимуму  $Y_m$  та мінімуму  $Y_n$  повної провідності. Для експериментального вимірювання резонансних і антирезонансних частот необхідні спеціальні прилади, зокрема, фазометри або адмітансометри, тоді як частоти максимуму і мінімуму повної провідності можуть вимірюватися у спрощених схемах, таких як чотириполюсник Мезона (рис. 1). Подільник R1R2 має сумарний опір, що наближається до вихідного імпедансу генератора. Він запобігає взаємовпливові генератора та навантаження, роль якого виконує п'єзоелемент. Частоти максимальної та мінімальної провідності визначаються за спадом напруги



на послідовно з'єднаних з п'єзоелементом резисторах R3, R4. Формулу (1) можна замінити наближеними співвідношеннями

$$k_d^2 \approx \frac{f_n^2 - f_m^2}{f_n^2} = \frac{(f_n - f_m)(f_n + f_m)}{f_n^2} \approx \frac{2(f_n - f_m)}{f_n} \approx \frac{2(f_n - f_m)}{f_m}.$$
 (2)

Похибка при застосуванні наближених формул (2) замість точної формули (1) зростає зі збільшенням КЕМЗ. Оскільки сама точність вимірювання частот максимальної та мінімальної провідності в схемі Мезона визначається точністю вимірювання спаду напруги на резисторах R3, R4, тобто становить 3-5%, то використання формул (2) стає цілком допустимим.

Зв'язок між механічними та електричними змінними спряженого електропружного поля в рівняннях стану встановлюється за допомогою механічних, електричних і електромеханічних коефіцієнтів — модулів пружності або гнучкості, діелектричних сталих (проникностей або непроникностей), електромеханічних коефіцієнтів, наприклад п'єзомодулів. Формули зв'язку одних електромеханічних коефіцієнтів з іншими наведені у роботах Кеді, Мезона, Голанда-ЕрНіссе, Шульги-Болкісєва, Грінченка-Улітка-Шульги тощо [1, 12, 13, 14, 19, 20, 24].

Аналітичні математичні розв'язки будуються для компонент пружних зміщень або напружень і визначаються наведені п'єзозаряди та струми, які протікають через п'єзоелемент в певних умовах. На основі таких розв'язків одержуються вирази для повної провідності, а також резонансні та антирезонансні визначники, з яких чисельними або графічними методами знаходяться відповідні частоти. Зрозуміло, що аналітичні розв'язки можна отримати лише для тіл простої геометричної форми, таких як стержні, диски, кільця.

У процесі перестроювання генератора (за мірою зростання його частоти) у схемі Мезона спостерігаються цікаві явища. На низьких частотах, набагато нижчих від резонансних, спад електричної напруги на резисторах R3, R4 незначний, бо струм через ці резистори та з'єднаний з одним із них п'єзоелемент також незначний. Цей струм визначається електричною ємністю між головними електродами п'єзоелемента та частотою і амплітудою прикладеної до нього електричної напруги. В міру наближення до резонансної частоти в п'єзоелементі виникають (під впливом зворотного п'єзоефекту) електромеханічні коливання і зростають внутрішня провідність та струм через п'єзоелемент. Водночас більше відхиляється стрілка вольтметра, який вимірює спад напруги на резисторах навантаження. Найбільшого рівня спад напруги досягає на частоті максимуму повної провідності, яка наближається до резонансної частоти. Опір резистора R3 вибирається принаймні в 10 разів меншим від резонансного імпедансу п'єзоелемента. Наступне підвищення частоти супроводжується зниженням струму через п'єзоелемент і зниженням спаду напруги на резисторі R4 до мінімуму, який досягається на частоті мінімуму повної провідності, котра наближається до антирезонансної. Для чіткішої фіксації мінімуму потенціалу опір резистора R4 вибирається на 2-3 порядки вищим від опору резистора R3. Перемикач S1 послідовно приєднує до п'єзоелемента резистор R3 за вимірювань поблизу резонансу та R4 – за вимірювань біля антирезонансу.

Після проходження точки мінімуму потенціалу спад напруги на резисторі навантаження підвищується і знову визначається ємнісним струмом через п'єзоелемент. Так триватиме до тих пір, поки частота генератора не наблизиться до наступного електромеханічного резонансу, в околі якого знову реєструватимуться максимум та мінімум повної провідності, але вже з іншими цифрами. Кількість резонансів, які вдається зареєструвати в межах певного частотного діапазону генератора, залежить від розмірів дослідного зразка та його електромеханічних властивостей. Ефективність перетворення енергії на обертонах, як правило, нижча, ніж на основному резонансі. Підвищити ефективність електромеханічного перетворення енергії на обертонах можна вибором кількості та форми електродів.

Для виділення обертонів радіальних коливань найефективнішим засобом є розділення електродів на кілька концентричних ділянок з протифазним з'єднанням сусідніх областей [3]. Місця розрізів знаходять з використанням рівняння

$$J_0\left[\frac{a_i}{R}(kR_i)\right] = 0,\tag{3}$$

у якому  $J_0$  — функція Бесселя першого роду, R — радіус пластини,  $a_i$  — радіуси розрізів,  $kR_i$  — безрозмірні частоти. В межах частотного діапазону генератора ГЗ-56/1 вдалося отримати експериментальні дані для зразка із п'єзокераміки ЦТС-19 діаметра 100 мм при товщині 2 мм від першого до восьмого радіального резонансів. У випадку суцільних електродів експериментально виміряні частоти (у кілогерцах) максимумів повної провідності (чисельник) і квадрати динамічних КЕМЗ (далі КДКЕМЗ) (знаменник) склали такий ряд: 20,4/0,18; 52,8/0,042; 83,8/0,030; 114,3/0,031; 144,4/0,034; 174,9/0,03; 205,1/0,03; 234,3/0,03. Після розділення електродів вздовж лінії a/R = 0,45 (для виділення 1-го обертону) відбулося значне ослаблення основного резонансу (більше, ніж у 5 разів по КДКЕМЗ) і підсилення другої моди (у 3,2 рази по КДКЕМЗ), про що свідчить такий ряд: 20,4/0,034; 52,9/0,134; 83,8/0,031; 144,6/0,035; 175,0/0,035. Деякі

радіальні резонанси тепер не реєструються. Два розрізи на рівні 0,28 і 0,64 супроводжуються повним погашенням основного радіального резонансу й підсиленням третьої радіальної моди — другого радіального обертону (в 4,3 рази по КДКЕМЗ). Маємо 52,8/0,022; 83,9/0,129; 114,6/0,032; 243,9/0,035. Автори роботи [3] не звернули уваги на очевидний факт — виділена мода не тільки значно посилюється за КДКЕМЗ, вона також дає змогу зареєструвати сусідні ослаблені, порівняно з випадком суцільних електродів, моди. На основі наведених трьох рядів робимо ще один важливий висновок: резонансні частоти відповідних радіальних мод при перемиканні розрізних електродів практично не змінюються. Нарешті, КДКЕМЗ виділеної шляхом перемикання розділених електродів радіальної моди не досягає рівня КДКЕМЗ основного резонансу при суцільних електродах, а становить у нашому випадку 74,4% для виділеного першого обертону і 71,6% для виділеного другого обертону. Відомо [6, 15], що суцільне електродне покриття всієї поверхні п'єзоелемента також не є оптимальним для одержання максимально можливого КДКЕМЗ основної резонансної моди і видалення такого покриття з периферії, починаючи з 0,7 радіуса, дає можливість підвищити рівень КДКЕМЗ на кілька відсотків. Максимум КДКЕМЗ основної радіальної моди досягається у розрахунках при видаленні електродного покриття з 0,85 радіуса, а на експерименті — 0,9 радіуса.

Знаючи спад напруги на резисторі R2, а також на резисторах навантаження  $R_{\mu}$  (R3 або R4), можна вирахувати величину повної вхідної провідності  $Y_{ex}$  на будь-якій частоті, користуючись простою формулою

$$Y_{ex} = \frac{U_{R_{n}}}{R_{n}(U_{R_{2}} - U_{R_{n}})}.$$
(4)

Прямих методів вимірювання КЕМЗ немає, тому будь-які формули, які пов'язують цей параметр із характеристичними частотами та геометричними розмірами зразків є наближеними й отримуються на основі математичного моделювання. У випадку радіальних коливань тонкого п'єзоелектричного диска із суцільними електродами, котрі повністю покривають головні поверхні, наприклад, для розрахунку резонансних та антирезонансних частот, маємо такі визначники [19]

$$\Delta_{r} = \kappa J_{0}(\kappa) - (1 - \nu)J_{1}(\kappa) = 0,$$
  
$$\Delta_{a} = 1 + \frac{k_{p}^{2}}{1 - k_{p}^{2}} \frac{1 + \nu}{\Delta_{r}} J_{1}(\kappa) = 0.$$
 (5)

Тут  $J_0, J_1$  — функції Бесселя першого роду,  $k_p^2$  — квадрат планарного КЕМЗ, к — безрозмірна частота, v — коефіцієнт Пуассона. У стандартах IRE [21] планарний КЕМЗ визначається за спеціальним графіком, на осях якого відкладені  $k_p$  і  $\Delta f/f_r$ .

#### 2. Метод п'єзотрансформаторного датчика

В Інституті механіки ім. С. П. Тимошенка НАН України опрацьовано метод експериментального визначення характеристик напруженого стану та ефективності електромеханічного перетворення енергії при резонансних коливаннях тонкостінних п'єзокерамічних елементів конструкцій, або так званий метод п'єзотрансформаторного датчика (МПТрД) [4, 5, 6]. Суть методу для випадку дослідження радіальних коливань схематично пояснює рис. 2. У суцільному електродному покритті однієї із головних поверхонь п'єзоелемента виділяється декілька малих (порівняно з довжиною хвилі механічних деформацій) електродів-датчиків, ізольованих від основного електродного покриття вузькими діелектричними проміжками. При резонансних коливаннях на кожному з цих датчиків під впливом прямого п'єзоелектричного ефекту наводиться певний п'єзоелектричний заряд, пропорційний до суми головних механічних напружень в точці розміщення датчика, усередненій за його площею. Цей п'єзозаряд заряджає елементарний конденсатор, утворений відділеним електродом відносно електродного покриття, до деякого потенціалу, також пропорційного до суми головних механічних напружень. Це дає змогу не лише розділяти моди коливань п'єзоелемента за інтенсивністю, а й визначати місця концентрації механічних напружень.

Метод п'єзотрансформаторного датчика у поєднанні зі схемою Мезона дає можливість визначати ряд важливих параметрів п'єзокераміки, користуючись простим співвідношенням [8]

$$k_p^2 = \frac{Y_{m1}}{4.9f_{m1}C_0Q_M}.$$
(6)

Ця формула дає змогу експериментаторові за допомогою використання МПТрД визначати дуже важливий для аналізу планарний КЕМЗ безпосередньо за виміряними максимальною провідністю  $Y_{ml}$ , відповідною їй частотою  $f_{ml}$ , статичною ємністю  $C_0$  і механічною добротністю  $Q_M$ . Механічна добротність визначається як відношення частоти, на якій рівень потенціалу п'єзотрансформаторного датчика в центрі круглої пластини максимальний, до різниці частот (вище і нижче резонансної), на яких рівень потенціалу п'єзотрансформаторного датчика знижується в 0,707 рази.

Похибка, яка виникає при користуванні спрощеною формулою (6), складається із похибок вимірювання частоти максимальної провідності  $f_{m1}$ , статичної ємності  $C_0$ , а також із похибок визначення механічної добротності  $Q_M$  і максимальної провідності  $Y_{m1}$ . У роботі [17] показано, що похибка вимірювання частоти електронними частотомірами дорівнює ±1 від одиниці шкали або ±0,01%. Приблизно з такою ж похибкою вимірюється і статична ємність п'єзокерамічного зразка. Оскільки при визначенні повної провідності треба ділити струм через п'єзоелемент на спад напруги на ньому, то похибки вимірювання цих величин додаються і загальна похибка визначення повної провідності сягає ±(3-7)%. Похибка визначення механічної добротності за АЧХ п'єзотрансформа-

торного датчика є ±(0,5-1)%. Отже, загальна похибка формули (6) становить ±(3,5-8)% при  $\nu$  = 0,35 і збільшується до ±(5-10)% для  $\nu$  = 0,30 і  $\nu$  = 0,39.

Оскільки квадрат планарного КЕМЗ можна визначати також за стандартною методикою [21], то можна обійтися й без МПТрД, а формулу (6) застосувати для знаходження механічних втрат і механічної добротності, як це зроблено у роботах [7, 8], де підкреслено, що проста формула (6) забезпечує вищу точність, ніж формула (15) роботи [21].

Знаючи  $f_m$  і  $k_p^2$ , за формулами [21]

$$k_{31}^2 = \frac{(1-\nu)}{2} k_p^2, \ \frac{1}{s_{11}^E} = \frac{\pi^2 d^2 f_m^2 (1-\nu^2) \rho}{\eta_1^2}, \ d_{31} = k_{31} \sqrt{\varepsilon_{33}^T s_{11}^E}, \ g_{31} = \frac{d_{31}}{\varepsilon_{33}^T}.$$
 (7)

можна визначити поперечний КЕМЗ  $k_{31}$ , п'єзомодуль  $d_{31}$ , пружну податливість  $s_{11}$ і п'єзоконстанту  $g_{31}$ . Тут d — діаметр пластини,  $\rho$  — її густина,  $\eta_1$  — найменший додатний корінь рівняння [21]

$$(1 - \nu)J_1(\eta) - \eta J_0(\eta) = 0,$$
(8)

яке відрізняється від першого з рівнянь (5) тільки аргументом.

Діелектрична стала  $\varepsilon_{33}^{T}$  визначається через виміряну статичну ємність  $C_0$  із формули плоского конденсатора

$$C_0 = \frac{\varepsilon_{33}^T \pi R^2}{h} \tag{9}$$

і у випадку диска із ЦТС-19 діаметра 100 мм становить  $\varepsilon_{33}^T = 4hC_0/\pi d^2 = = 130, 2 \cdot 10^{-10} \frac{\Phi}{M} = 1471 \varepsilon_0$ , де  $h = 2 \cdot 10^{-3}$  м,  $C_0 = 51, 1 \cdot 10^{-9} \Phi$ ,  $d = 100 \cdot 10^{-3}$  м,  $\varepsilon_0$  — діелектрична стала вакууму. Водночас із вимірюванням ємності визначаються і діелектричні втрати  $\varepsilon_{33M}$ .

На частоті мінімальної провідності маємо наближене співвідношення [10, 11]

$$\frac{Y_n}{2\pi f_n C_0} = F_n \cong \frac{1}{D_{0n}} (s_{\Sigma} \Delta_{pn}^2 + 0.5 s_{11M} \kappa_{0n} \delta_n \Delta_{pn}),$$
(10)

з якого одержуємо формулу для експериментального визначення тангенса п'єзоелектричних втрат за радіальними коливаннями тонкого диска

$$d_{31M} \approx \frac{s_{11M} + \varepsilon_{33M}}{2} - \frac{Y_n D_{0n}}{4\pi f_n C_0 \Delta_{pn}^2} + \frac{s_{11M} \kappa_{0n} \delta_n}{4\Delta_{pn}}.$$
 (11)

У нашому випадку диска із ЦТС-19 діаметра 100 мм  $\Delta_{pn} = 0,128$ ;  $D_{0n} = 0,0165$ ;  $\kappa_{0n} = 2,2$ ;  $\delta_n = -0,868$ , тому за формулою (11) маємо  $d_{31M} = 0,0094$ . У роботі [9] показано, що відношення  $D_{0n}/\Delta_{pn}^2$  без значної похибки можна замінити одиницею. Микола Шульга, Валерій Карлаш Ефективність електромеханічного перетворення енергії при резонансних коливаннях ...



Рис. 3 ілюструє можливість визначення  $k_p^2$  також графічним способом при відомій антирезонансній частоті  $\mathfrak{a}_n = f_n \mathfrak{a}_m / f_m$  (всі позначення на рисунку відповідають [10, 11]). Оцінюючи похибку формули (11), можна показати, що вона становить ±(10-12)%.

Бачимо (рис. 4), що повна провідність Y тонкого п'єзокерамічного диска до першого радіального резонансу є реактивною провідністю B його статичної ємності  $C_0$  і тільки поблизу резонансу до реактивної провідності векторно додається активна провідність G, спричинена механічними напруженнями. Чим ближче до резонансу, тим стрімкіше наростають обидві складові. У певній точці реактивна компонента досягає максимальної величини, однакової з величиною активної компоненти. Після цієї точки активна складова продовжує зростати, а реактивна зменшується. На резонансній частоті активна компонента досягає максимального значення, тоді як реактивна складова спадає до нуля. Далі реактивна складова змінює знак на протилежний, наростає до максимуму і спадає до нуля, а активна складова також спадає до нуля. Повна провідність у другій точці переходу реактивної складової через нуль досягає мінімальної величини, а потім





поступово збільшується, знову стаючи реактивною ємнісного типу. З рисунка також видно, що крива активної (тобто механічної) складової є значно «гострішою» від кривої повної провідності, а це означає, що вимірювання механічної добротності за мінімумом резонансного імпедансу, як це робиться в [21], дуже неточне.

Зазначимо, що діелектричні втрати  $\varepsilon_{33M}$  входять у вирази для повної провідності як через статичну ємність  $C_0$ , так і через складову втрат у планарному КЕМЗ. На низьких частотах електромеханічного перетворення енергії практично не відбувається і втрати є лише в самій електричній ємності пластини. Саме з цієї причини діелектричні втрати вимірюють на низьких частотах, де інших компонент немає. Поблизу резонансних частот радіальних коливань вплив діелектричних втрат у статичній ємності незначний. При отриманні наближених формул (6), (10), (11) діелектричними втратами у ємності  $C_0$  знехтувано.

З фізичної точки зору між потенціалом п'єзотрансформаторного датчика і повною провідністю п'єзокерамічного елемента є певна подібність, адже обидва ці параметри є мірами інтегральних величин — п'єзозарядів. Механічна складова наведеного п'єзозаряду п'єзотрансформаторного датчика прямо пропорційна до усередненої за його площею суми головних механічних напружень, тоді як механічна складова повної провідності п'єзоелемента також прямо пропорційна до усередненої за всією площею суми головних механічних напружень. У МПТрД маємо справу з сумою головних напружень у вибраному місці зразка, в той час як у випадку повної провідності наведені на всій поверхні п'єзоелемента електричні заряди нівелюються суцільними електродами.

#### 3. Метод кругових діаграм

Наочним методом демонстрації ефективності електромеханічного перетворення енергії є метод кругових діаграм [2, 16]. Такі діаграми будуються на комплексній площині, де по осі абсцис відкладаються активні компоненти G повної провідності Y, а по осі ординат — її реактивні компоненти B. Чим вищий КЕМЗ та нижчі механічні втрати енергії, тим більший діаметр кола повної провідності. У випадку математичного моделювання круги повної провідності будуються на основі розрахованих даних з урахуванням величини КЕМЗ та механічних, діелектричних і електромеханічних втрат. В експериментальній практиці використовуються спеціальні пристрої — так звані адмітансометри. У цих приладах за допомогою електронних схем здійснюється розділення повної провідності Y дослідного п'єзоелектричного зразка на її активну G та реактивну B компоненти. Частотна залежність кожної з цих компонент поблизу резонансу повністю відповідає кривим рис. 4, а графіки B=B(G) (рис. 5) мають вигляд кіл.

Експериментальні дані для основного радіального резонансу тонкого диска із п'єзокераміки ЦТС-19 діаметра 100 мм при товщині 2 мм були такими:  $f_m = 21,44 \text{ к}\Gamma \text{ц}, f_n = 23,42 \text{ к}\Gamma \text{ц}, C_0 = 51,1 \cdot 10^{-9} \text{ Ф}, Y_m = 0,129 \text{ см}, Y_n = 0,00048 \text{ см}.$ Діелектричні втрати на частоті 1000 Гц становили 0,012. Механічна добротність на основному радіальному резонансі була визначена за АЧХ коефіцієнта трансформації п'єзотрансформаторного датчика в центрі пластини і дорівнювала 119. За формулою (6) отримано квадрат планарного КЕМЗ — 0,202, а за формулою (11) — тангенс п'єзоелектричних втрат — 0,0096. Ці дані взяті за основу для розрахунку кіл повної провідності перших чотирьох радіальних мод згаданого диска у випадку протифазного з'єднання електродів при двосторонньому кільцевому розділенні його електродного покриття. Діаграми показані на рис. 5.



Цифри біля кривих є номерами радіальних мод, а цифри в площині рисунка — відношенням радіуса розділення електродів до радіуса пластини. Діаграми наведені для тих співвідношень геометричних розмірів, за яких відбуваються найпомітніші зміни інтенсивності коливань на радіальних резонансах. Така інтерпретація результатів є дуже наочною і дає змогу одночасно спостерігати декілька мод коливань та порівнювати їх між собою за інтенсивністю [10, 11].

Основна радіальна мода є найінтенсивнішою при суцільних електродах і помітно послаблюється навіть при невеликих за площею протифазних ділянках. В інтервалі  $0,55 \le \gamma \le 0,6$  інтенсивність коливань на основній моді настільки знижується, що її важко зареєструвати в експерименті. Перший обертон (друга радіальна мода) досягає максимальної інтенсивності для  $\gamma = 0,45$ . Якщо  $\gamma = 0,32$ , то перша радіальна мода та її перший обертон мають практично однакову інтенсивність коливань, тоді як третій радіальний резонанс (другий обертон радіальних коливань) не реєструється. В точці  $\gamma = 0,65$  (на рисунку не показаній) амплітуди другої та третьої радіальних мод майже однакові, так як і амплітуди третьої та четвертої мод для  $\gamma = 0,75$ .

Кругові діаграми повної провідності були побудовані також для плоских п'єзотрансформаторів [10, 11, 22, 23].

Висновки. Проведене вище порівняння трьох різних методів дослідження ефективності електромеханічного перетворення енергії за резонансних коливань п'єзоелектричних елементів конструкцій, а саме методу чотириполюсника Мезона, який дає змогу визначати частоти максимальної та мінімальної провідності і обчислювати КДКЕМЗ, методу п'єзотрансформаторного датчика, який дозволяє вимірювати планарний КЕМЗ та інші електромеханічні коефіцієнти, а також методу кругових діаграм, який уможливлює розділення повної провідності на її активну та реактивну компоненти, показало, що кожен з цих методів може використовуватися в експериментальних дослідженнях як самостійно, так і в поєднанні з іншими. Жоден із методів не є абсолютним і прямим. Кожен метод має свої переваги і свої недоліки, які можна частково усунути за одночасного застосування усіх трьох.

#### Література

- [1] Берлинкур Д., Керран Д., Жаффе Г. Пьезоэлектрические и пьезомагнитные материалы и их применение в преобразователях // Физическая акустика / Под ред. У. Мэзона. Т. 1, часть А. — М.: Мир, 1966. — С. 204-326.
- [2] Бойдек С. А. Установка для снятия импеданс-диаграмм электроакустических преобразователей // У1 Всесоюз. акуст. конф. — М.: Акин, 1968, ГП-7. — С. 1-4.
- [3] Исследование коэффициента электромеханической связи в круглых пьезокерамических пластинах / Андрущенко В. А., Вовкодав И. Ф., Карлаш В. Л., Улитко А. Ф. // Прикл. механика. — 1975. — 11, № 4. — С. 42-48.
- [4] *Карлаш В. Л., Улітко А. Т.* Про один спосіб дослідження радіальних коливань тонкої п'єзокерамічної пластинки // ДАН УРСР, сер. А. — 1974 — № 9. — С. 804-807.

- [5] *Карлаш В. Л., Улитко А. Ф.* Метод исследования механических напряжений в колеблющихся пьезокерамических телах // Электричество. — 1976. — № 11. — С. 82-83.
- [6] *Карлаш В. Л.* Экспериментальное изучение напряженно-деформированного состояния элементов конструкций методом пьезокерамических моделей // ДЭП ВИНИТИ. 23.06.88 № 5001-В 88. — К., 1988. — 39 с.
- [7] *Карлаш В. Л.* Влияние диссипации энергии на амплитудно-частотную характеристику полной проводимости тонкого пьезокерамического диска // Электричество. 1984. № 4. С. 59-61.
- [8] *Карлаш В. Л.* Диссипация энергии при колебаниях тонких пьезокерамических круглых пластин // Прикл. механика. 1984. **20**, № 5. С. 77-82.
- [9] *Карлаш В. Л.* К вопросу об электромеханических потерях в пьезокерамических телах // Там же. 1988. **24**, № 3. С. 58-63.
- [10] *Карлаш В. Л.* Експериментально-теоретичний аналіз електромеханічних резонансних коливань і ефективності перетворення енергії в п'єзокерамічних тонкостінних елементах конструкцій: Дис ... д-ра тех. наук: 01.02.04 / Ін-т механіки НАН України. — Київ, 2004. — 354 с.
- [11] *Карлаш В. Л.* Резонансные электромеханические колебания пьезоэлектрических пластин // Прикл. механика. 2005. **41**, № 7. С. 3-46.
- [12] *Кэди У.* Пьезоэлектричество и его практическое применение. М.: И-Л. 1949. 718 с.
- [13] Механика связанных полей в элементах конструкций. Т. 5. Электроупругость / Гринченко В. Т., Улитко А. Ф., Шульга Н. А.; отв. ред. Гузь А. Н.; АН УССР. Ин-т механики. — К.: Наук. думка, 1989. — 280 с.
- [14] *Мэзон У.* Пьезоелектрические кристаллы и их применение в ультраакустике. М.: И.-Л. 1952. 448 с.
- [15] Окадзахи К., Умино М. Анализ колебаний в тонких пьезокерамических резонаторах с кольцевыми электродами // Нихон онкё гаккаси. 1969. 25, № 6. С. 325-334. Перевод ВИНИТИ № 93131/1.
- [16] *Петин О. П., Крамаров Ю. А., Петин Г. П.* Установка для измерения адмитансночастотных характеристик пьезопреобразователей // Пьезоэлектрические материалы и преобразователи. — 1977. — РГУ. — С. 22-25.
- [17] Писаренко Г. Г. Прочность пьезокерамики. К.: Наук. думка. 1987. 232 с.
- [18] Улитко А. Ф. К теории электромеханического преобразователя энергии в неравномерно деформируемых пьезокерамических телах // Прикл. механика. — 1977. — 13, № 10. — С. 115-123.
- [19] Шульга Н. А., Болкисев А. М. Колебания пьезоэлектрических тел. К.: Наук. думка, 1990. 228 с.
- [20] *Holland R., Eer Nisse E. P.* Design of resonant piezoelectric devices. Cambridge and London : M.I.T.Press. 1969. 256 p.
- [21] IRE Standards on Piezoelectric Crystals: Measurements of Piezoelectric Ceramics // Proc. IRE. — 1961. — 49. — P. 161-1169.
- [22] *Karlash V. L.* Electroelastic vibrations and transformation ratio of a planar piezoceramic transformer // J. Sound Vib. 2004. 277. P. 353-367.
- [23] *Karlash V.* Longitudinal and lateral vibrations of a planar piezoceramic transformer // Jpn. J. Appl. Phys. 2005. 44, № 4A. P. 1852-1856.
- [24] *Tiersten H. F.* Linear theory of piezoelectric plate vibrations. N-Y.: Plenum Press. 1969. 206 p.
  - 236

- [25] *Van Dyke K. S.* The electric network equivalent of piezoelectric resonators // Phys. Rev. 1925. **25.** P. 895(A).
- [26] *Van Dyke K. S.* The piezoelectric resonator and its equivalent network // Proc. IRE. 1928. **16**. P. 742-764.
- [27] *Voigt W.* Die fundamental physkalischen eigensechaften der kristalle in elementardarstellung. — Leipzig. — 1898.

# An Efficiency of the Electromechanical Energy Transformation at Piezoceramics Constructional Elements Resonant Vibrations

Mykola Shul'ga, Valeriy Karlash

In piezoelectric bodies the transformations of the mechanical energy into electric one (direct piezoeffect) and the electric energy to mechanical one (inverse piezoeffect) take place. An efficiency of the electromechanical energy transformation in such bodies can be estimated by different parameters — using an electromechanical coupling factor, electric admittance, conductance to susceptance ration or through transfer constant of a piezoelectric transformer sensor. In the paper these approaches are compared each other. Simple engineer formulae for piezoceramics main parameters determination on the base measurements of the maximum and minimum admittance of a piezoceramic disk being under radial vibration have been obtained. It has been shown that only one parameter measuring is insufficient and several parameters measuring should be used.

# Эффективность электромеханического преобразования энергии при резонансных колебаниях элементов конструкций из пьезокерамики

#### Николай Шульга, Валерий Карлаш

Во всех пьезоэлектрических телах осуществляется преобразование энергии из механической формы в электрическую (прямой пьезоэффект) либо из электрической формы в механическую (обратный пьезоэффект). Эффективность такого преобразования энергии может оцениваться несколькими способами, а именно: по коэффициенту электромеханической связи, по величине полной проводимости, по отношению активной и реактивной компонент полной проводимости, по коэффициенту передачи пьезотрансформаторного датчика. Указанные способы сравниваются между собой. Приводятся простые инженерные формулы для определения основных параметров пьезокерамики из измерения максимальной и минимальной проводимостей при радиальных колебаниях тонкого диска со сплошными электродами. Показано, в частности, что в экспериментальных исследованиях применение единственного метода является недостаточным и целесообразно объединять несколько подходов.

Отримано 07.03.06