УДК 519.718.2

Розрахунок параметра потоку відмов відновлюваного об'єкта з урахуванням тривалості ремонтів

Орест Лозинський[1], Сергій Щербовських[2]

[1] д. т. н., професор, Національний університет «Львівська політехніка», вул. Бандери, 12, Львів, 79013, e-mail: olozynsky@polynet.lviv.ua
[2] к. т. н., Національний університет «Львівська політехніка», вул. Бандери, 12, Львів, 79013, e-mail: shcherbov@polynet.lviv.ua

(Представлено доктором фіз.-мат. наук Б. Герою)

Статтю присвячено проблемі розрахунку параметра потоку відмов для відновлюваних об'єктів. Для одинарного відновлюваного об'єкта з урахуванням тривалості ремонтів запропоновано розширену однорідну марковську модель надійності. Користуючися такою моделлю, для досліджуваного об'єкта визначено параметр потоку відмов. Показано, що запропонована модель надійності забезпечує найкращу адекватність порівняно з альтернативними моделями. Зокрема, застосування звичайної однорідної марковської моделі для визначення параметра потоку відмов дає низьку адекватність результату, оскільки в такій моделі реальні розподіли часу напрацювання та ремонтів слід замінити експоненціальними розподілами. Результати, отримані на основі відповідної моделі з використанням методу Монте-Карло, поступаються адекватністю незначно, проте вимагають суттєвих затрат машинного часу.

Ключові слова: надійність, параметр потоку відмов, марковська модель, простір станів, відновлюваний об'єкт.

Вступ. Параметр потоку відмов — один із основних показників надійності відновлюваних технічних об'єктів. Під відновлюваним об'єктом розуміємо такий об'єкт, який після відмови й усунення несправності, здатний виконувати потрібні функції з заданими на початку кількісними показниками.

Параметр потоку відмов $z(t)$ — це відношення математичного сподівання кількості відмов відновлюваного об'єкта за елементарне напрацювання до величини цього напрацювання. Цей показних відображає частоту, з якою об'єкт покидає справний стан. Разом із коефіцієнтом готовності, параметр потоку відмов характеризує надійність відновлюваних об'єктів.

Розробка ефективного методу для розрахунку параметра потоку відмов — актуальна наукова проблема. У статті на основі марковської моделі надійності відновлюваного одинарного об'єкта з урахуванням тривалості його ремонтів визначено параметр потоку відмов.

Практичний аспект розв'язання цієї проблеми пов'язаний із підвищенням точності прогнозування параметра потоку відмов та інших похідних показників надійності відновлюваних технічних об'єктів.

Існує кілька методів для визначення параметра потоку відмов. Відомо, що пошук аналітичного розв'язку сформульованої задачі приводить до рівнянь Вольтера другого роду з різницевим ядром або до нескінченного ряду багатократних інтегралів типу складної згортки [1]. Аналітично та чисельно розв'язувати такі рівняння складно, а тому вказаний підхід набув вузького застосування. Для визначення стаціонарного параметра потоку відмов на практиці використовують наближений підхід, який розглядає лише експоненціальні моделі відмов. Ширшого поширення для визначення параметра потоку відмов набув метод Монте-Карло [2, 3]. Результати, отримані на основі цього методу, спотворені флуктуаціями, що суттєво ускладнює аналіз. Збільшення кількості реалізацій зменшує стохастичну похибку результату, проте призводить до суттєвого зростання тривалості моделювання.

Відомо, також, що для обчислення коефіцієнта готовності відновлюваних об'єктів застосовують метод простору станів, який ґрунтується на звичайних однорідних марковських моделях [4-6] й однорідних марковських моделях на основі розширення простору станів [7, 8]. Однак, не розроблено способу використання цього методу для розрахунку параметра потоку відмов.

Мета роботи:

- використовуючи розширення простору станів, синтезувати марковську модель надійності відновлюваного одинарного об'єкта з урахуванням тривалості ремонтів і визначити на її основі параметр потоку відмов такого об'єкта;
- підтвердити коректність та ефективність отриманого результату з використанням альтернативних методів розрахунку параметра потоку відмов.

1. Марковська модель надійності

Під час виконання дослідження розроблено метод обчислення параметра потоку відмов відновлюваних об'єктів, який ґрунтується на застосуванні марковських моделей надійності. Під марковською моделлю, звичайною чи узагальненою з розширеним простором станів, розуміємо систему диференціальних рівнянь, подану у векторно-матричній формі запису

$$\frac{d}{dt}\mathbf{p}(t) = \mathbf{\Lambda}\mathbf{p}(t), \tag{1}$$

де d/dt — похідна за часом від кожного елемента вектор-стовпця; t — час, без обмеження загальності, вважаємо характеристикою напрацювання; $\mathbf{p}(t)$ — вектор-стовпець ймовірностей станів для звичайної марковської моделі або фаз для узагальненої моделі з розширеним простором станів; $\mathbf{\Lambda}$ — матриця інтенсивностей переходів між станами або фазами.

Векторно-матричну форму запису (1) необхідно доповнити вектор-стовпцем початкових ймовірностей станів $\mathbf{p}(0)$. Формування будь-якої марковської моделі зводиться до визначення матриці інтенсивностей переходів $\mathbf{\Lambda}$ та вектор-стовпця початкових ймовірностей $\mathbf{p}(0)$.

2. Правило розрахунку параметра потоку відмов

Авторам не відомі роботи, у яких би було запропоновано шлях розв'язування сформульованої проблеми. Пропонуємо визначати параметр потоку відмов згідно такого правила.

Параметр потоку відмов дорівнює сумі доданків, кожний із яких є добуток інтенсивності, з якою об'єкт покидає справний стан або фазу, та функції ймовірності перебування об'єкта в такому стані або фазі.

Для різних об'єктів це правило набуватиме конкретних форм. Звернемо увагу, що для об'єктів, які містять декілька елементів, термін «параметр потоку відмов» необхідно розділити на складники, що відповідають кожному елементу.

3. Об'єкт дослідження

Застосуємо запропоноване правило для визначення параметра потоку відмов одинарного відновлюваного об'єкта з урахуванням тривалості відновлення. Сформуємо для об'єкта звичайну й узагальнену однорідні марковські моделі та визначимо за ними згадану характеристику. Для перевірки достовірності результату виконаємо відповідний розрахунок із використанням методу Монте-Карло.

Об'єкт функціонує за таким алгоритмом. У початковий момент часу об'єкт перебуває у справному стані, який позначимо S_0 (рис. 1). Напрацювання об'єкта у стані S_0 розподілено згідно моделі відмов $R_a(t)$ фазового типу. Внаслідок відмови об'єкт покидає справний стан S_0. Вважаємо, що засоби технічної діагностики ідеальні. Це означає, що відмова об'єкта діагностується миттєво й одразу після її виникнення розпочинається ремонт. У результаті відмови об'єкт переходить у несправний стан S_1, у якому відбувається його ремонт. Тривалість ремонту об'єкта розподілена згідно моделі відновлення $M_\alpha(t)$. Внаслідок відновлення, об'єкт покидає несправний стан S_1 і повертається назад у справний стан S_0. Приймаємо, що після відновлення об'єкт є «*as good as new*» (як новий). Процес переходу між станами S_0 і S_1 повторюється. Описаний вище процес зображено діаграмою станів і переходів, яку наведено на рис. 1. Застосування фазових розподілів необхідне для формування марковської моделі з розширеним простором станів. Приймаємо, що модель відмов задано канонічним фазовим розподілом п'ятого порядку, а модель відновлення — канонічним фазовим розподілом другого порядку. Ймовірності розподілів задано функціями

$$R(t) = \left[\sum_{i=0}^{4} \left(\sum_{j=i}^{4} c_{aj} \right) \frac{(\lambda_a t)^i}{i!} \right] e^{-\lambda_a t},$$

$$M(t) = \left[c_{\alpha 0} + c_{\alpha 1} + c_{\alpha 1} \mu_a t \right] e^{-\mu_a t}. \tag{2}$$

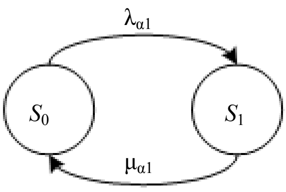

Рис. 1. Діаграма станів і переходів об'єкта

де c_{aj}, λ_a та $c_{\alpha j}$, μ_a — параметри моделей відмов і відновлення. Критерії вибору аналітичних виразів фазових розподілів і методи визначення їх параметрів докладно розглянуто в роботі [9]. Під час дослідження параметри розподілів задано у відносних одиницях.

Для порівняння результатів, отриманих шляхом розрахунку узагальненої марковської моделі із розширеним простором станів і звичайної марковської моделі об'єкта, знайдемо параметри λ_{a1} і $\mu_{\alpha 1}$ відповідних експоненціальних моделей

$$R_1(t) = e^{-\lambda_{a1} t}, \quad M_1(t) = e^{-\mu_{\alpha 1} t}. \tag{3}$$

Значення параметра λ_a моделі відмов визначаємо шляхом мінімізації середньоквадратичного відхилення між розподілами ймовірностей, заданими фазовою моделлю (2) та досліджуваною експоненціальною моделлю (3).

4. Марковська модель надійності з розширеним простором станів

Визначимо параметр потоку відмов об'єкта використовуючи однорідну марковську модель із розширеним простором станів. Діаграму станів і переходів об'єкта (рис. 2) формуємо з використанням правил, наведених у [7, 8].

Сформуємо вектор-стовпець змінних інтегрування $\mathbf{p}(t)$

$$\mathbf{p}(t) = \begin{bmatrix} p_{ph0}(t) & p_{ph1}(t) & p_{ph2}(t) & p_{ph3}(t) & p_{ph4}(t) & p_{ph5}(t) & p_{ph6}(t) \end{bmatrix}^T.$$

Для такого вектор-стовпця змінних інтегрування $\mathbf{p}(t)$ матриця інтенсивностей переходів $\mathbf{\Lambda}$, а також вектор-стовпець початкових умов $\mathbf{p}(0)$ такі

$$\mathbf{\Lambda} = \begin{bmatrix} -\lambda_a & \lambda_a & 0 & 0 & 0 & c_{a0}\mu_\alpha & 0 \\ 0 & -\lambda_a & \lambda_a & 0 & 0 & c_{a1}\mu_\alpha & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda_a & \lambda_a & 0 & c_{a2}\mu_\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\lambda_a & \lambda_a & c_{a3}\mu_\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\lambda_a & c_{a4}\mu_\alpha & 0 \\ c_{\alpha 0}\lambda_a & 0 & 0 & 0 & 0 & -\mu_\alpha & \mu_\alpha \\ c_{\alpha 1}\lambda_a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\mu_\alpha \end{bmatrix}, \ \mathbf{p}(0) = \begin{bmatrix} c_{a0} \\ c_{a1} \\ c_{a2} \\ c_{a3} \\ c_{a4} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

де $p_{ph\,j}$ — функція ймовірності фази Ph_j.

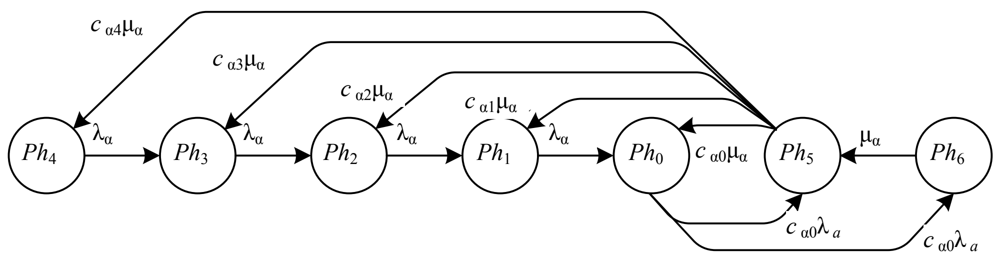

Рис. 2. Діаграма станів і переходів об'єкта
на основі розширення простору станів

Сума ймовірностей фаз Ph_0, Ph_1, Ph_2, Ph_3 та Ph_4 є функція ймовірності стану S_0 об'єкта, а сума ймовірностей фаз Ph_5 і Ph_6 — функція імовірності стану S_1. Параметр потоку відмов об'єкта $z(t)$, згідно наведеного правила, визначаємо як добуток імовірності перебування об'єкта в фазі Ph_0 і функції інтенсивностей переходів із цієї фази у фази Ph_5 і Ph_6 несправного стану S_1 об'єкта

$$z(t) = p_{ph0}(t)\left(c_{\alpha 0}\,\lambda_a + c_{\alpha 1}\,\lambda_a\right) = p_{ph0}(t)\,\lambda_a\,. \tag{4}$$

5. Марковська модель надійності

Визначимо наближено параметр потоку відмов досліджуваного об'єкта, використовуючи звичайну однорідну марковську модель, в якій фазові моделі відмов та відновлення замінено відповідними експоненціальними розподілами. Згідно діаграми станів і переходів (рис. 1), для вектор-стовпця змінних інтегрування $\mathbf{p}(t)$ матриця інтенсивності переходів $\mathbf{\Lambda}$ та вектор-стовпець початкових умов $\mathbf{p}(0)$ є такі

$$\mathbf{p}(t) = \begin{bmatrix} p_{S0}(t) \\ p_{S1}(t) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{\Lambda} = \begin{bmatrix} -\lambda_{a1} & \mu_{\alpha 1} \\ \lambda_{a1} & -\mu_{\alpha 1} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{p}(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix},$$

де $p_{Sj}(t)$ — імовірність перебування об'єкта у стані S_j.

Визначимо параметр потоку відмов об'єкта $z(t)$ як добуток імовірності перебування об'єкта в стані S_0 та функції інтенсивності переходу λ_{a1} із цього стану

$$z(t) = p_0(t)\,\lambda_{a1} = \frac{\lambda_{a1}\,\mu_{\alpha 1}}{\lambda_{a1} + \mu_{\alpha 1}} + \frac{\lambda_{a1}^2}{\lambda_{a1} + \mu_{\alpha 1}} e^{-(\lambda_{a1} + \mu_{\alpha 1})t}\,. \tag{5}$$

6. Аналіз отриманих результатів

Для підтвердження достовірності отриманих результатів для досліджуваного об'єкта запропоновано модель із використанням методу Монте-Карло. Така модель реалізує пряме імітаційне моделювання функціонування об'єкта. Вона є багаторазовий ітераційний алгоритм, в якому на кожній ітерації генеруються випадкові тривалості напрацювання та ремонтів об'єкта, згідно заданих розподілів. Далі, інформація про моменти відмов перераховується в показники надійності для досліджуваного об'єкта, зокрема, у параметр потоку відмов. Докладніше таку модель описано в [2, 3].

Результати розрахунку параметра потоку відмов на основі використання згаданих вище моделей наведені на рис. 3, де суцільна потовщена лінія 1 відповідає однорідній марковській моделі з розширеним простором станів (4); суцільна лінія 2 — моделі з використанням методу Монте-Карло; пунктирна лінія 3 — звичайній однорідній марковській моделі (5).

Криві 1 і 2 збігаються у межах стохастичної похибки, яка породжена флуктуаціями методу Монте-Карло. Інтегральна квадратична похибка між результатами 1 і 2 для кількості ітерацій 20000 складає 0,01429. Для вказаної кількості ітерацій тривалість розрахунку згідно запропонованого методу у 250 разів менша

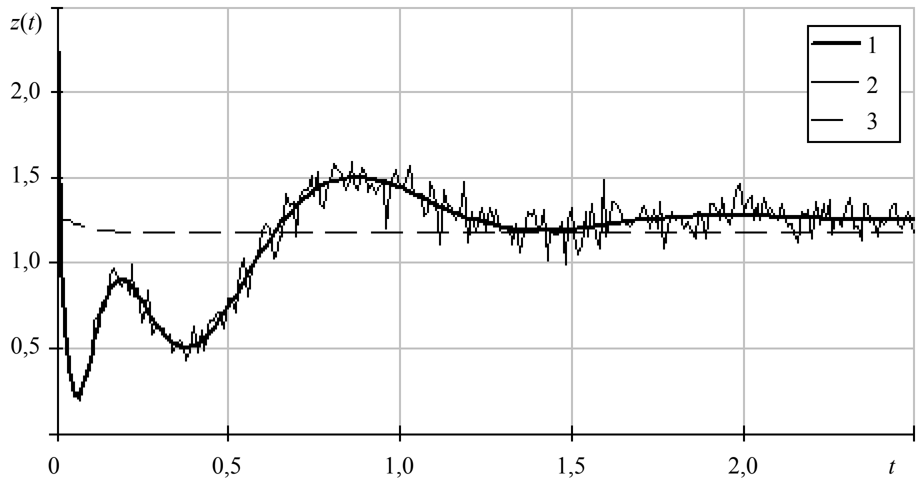

Рис. 3. Криві параметра потоку відмов
відновлюваного об’єкта з миттєвими ремонтами

від тривалості розрахунку у разі використання методу Монте-Карло. Якщо кількість ітерацій збільшити, то амплітуда флуктуацій та інтегральна квадратична похибка будуть зменшуватися, проте тривалість моделювання зростатиме.

Крива 3, порівняно з кривими 1 і 2, відображає результат наближено, оскільки фазову модель відмов замінено експоненціальною. Крива 3 не показує провалу параметра потоку відмов на початковому діапазоні від 0 до 0,6. Усталене значення кривих 1 і 2 вище за усталене значення кривої 3. Однак результат за звичайною марковською моделлю обчислюється в 1,8 разів швидше, інтегральна квадратична похибка складає 0,09167 і не може бути зменшена.

Висновки. Вдосконалено метод простору станів шляхом введення правила розрахунку параметра потоку відмов для відновлюваних об’єктів. Показано, яким чином результати, отримані з використанням узагальненої марковської моделі надійності з розширеним простором станів, застосовувати для визначення параметра потоку відмов. Для одинарного відновлюваного об’єкта з урахуванням тривалості ремонтів складено відповідну однорідну марковську модель надійності шляхом розширення простору станів і, згідно запропонованого підходу, розраховано параметр потоку відмов. Для перевірки достовірності отриманих результатів використано модель надійності на основі методу Монте-Карло та звичайну однорідну марковську модель надійності. Встановлено, що отримані з використанням згаданих моделей результати узгоджуються в межах прийнятної похибки. Це свідчить про коректність запропонованого правила.

Основна перевага описаного вище підходу полягає в тому, що вдається з використанням методу простору станів для відновлюваних об’єктів забезпечити розрахунок не лише коефіцієнта готовності, але і параметра потоку відмов. Використання у цьому методі узагальнених марковських моделей надійності з розширеним простором станів дає можливість досягти високої точності під час розрахунку параметра потоку відмов, оскільки такі моделі надійності не обмежені експоненціальними моделями відмов і відновлення.

Плануються подальші дослідження, які полягають у визначенні особливостей розрахунку параметра потоку відмов, згідно вказаного вище підходу для відновлюваних систем із декількома елементами.

Роботу виконано за підтримки фонду фундаментальних досліджень вищих навчальних закладів і фінансується коштом державного бюджету.

Література

[1] *Половко, А. М.* Основы теории надежности / *А. М. Половко, С. В. Гуров*. — 2-е изд., перераб. и доп. — Санкт-Петербург: БХВ-Петербург, 2008. — 704 с.

[2] *Marseguerra, M.* Basics of the Monte-Carlo Method with Application to System Reliability / *M. Marseguerra, E. Zio*. — Germany, Hagen: 2002. — 141 p.

[3] *Hongzhou, Wang* Reliability and optimal maintenance / *Wang Hongzhou, Hoang Pham*. — London: Springer-Verlag, 2006. — 345 p.

[4] *Волочій, Б. Ю.* Технологія моделювання алгоритмів поведінки інформаційних систем / *Б. Ю. Волочій*. — Львів: Вид-во НУ «Львівська політехніка», 2004. — 220 с.

[5] *Obal, W. D.* Detecting and Exploiting Symmetry in Discrete-State Markov Models / *W. D. Obal, M. G. McQuinn, W. H. Sanders* // IEEE Transactions on Reliability. — 2007. — Vol. 56, No 4. — P. 643-654.

[6] *Pukite, J.* Modeling for Reliability Analysis: Markov Modeling for Reliability, Maintainability, Safety, and Supportability Analyses of Complex Systems / *J. Pukite, P. Pukite*. — Wiley-IEEE Press, 1998. — 278 p.

[7] *Райншке, К.* Оценка надежности систем с использованием графов / *К. Райншке, И. А. Ушаков*. — Москва: Радио и связь, 1988. — 208 с.

[8] *Лозинський, О. Ю.* Побудова моделей надійності ремонтованих електромеханічних об'єктів на основі розширення простору станів / *О. Ю. Лозинський, С. В. Щербовських* // Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут». — 2005. — № 45. — С. 77-81.

[9] *Лозинський, О. Ю.* Визначення ефективної підмножини фазових законів розподілу для утворення математичних моделей надійності ремонтованих об'єктів / *О. Ю. Лозинський, С. В. Щербовських* // Відбір і обробка інформації. — 2004. — № 21. — С. 17-22.

Failure intensity calculation for renewal item with taking into account repairs duration

Orest Lozynskyi, Serhii Shcherbovskykh

The paper is devoted to the problem of failure intensity calculation for a renewal item. For a single renewal item with account of repair duration the extended state space reliability model is proposed. Using such a model for the investigated item the failure intensity is determined. It is shown that suggested reliability model provides the best adequacy in comparison wish alternative reliability models. Particularly, the use of the ordinary homogeneous Markov reliability model for failure intensity determination leads to low adequacy of the result. This problem occurs because real operation life and repair distributions should be replaced by exponential distributions. Results obtained on the basis of the corresponding model with the use of the Monte-Carlo method are slightly lower in adequacy, but need much more machine time.

ISSN 1816-1545 Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології
2009, вип. 9, 92-99

Расчет параметра потока отказов восстанавливаемого объекта с учетом длительности ремонтов

Орест Лозинский, Сергей Щербовских

Статья посвящена проблеме расчета параметра потока отказов для восстанавливаемого объекта. Для одинарного восстанавливаемого объекта с учетом длительности ремонтов предложено расширенную однородную марковскую модель надежности. Пользуясь такой моделью, определено для исследуемого объекта параметр потока отказов. Показано, что предложенная модель надежности обеспечивает наилучшую адекватность по сравнению с альтернативными моделями надежности. В частности, применение обычной однородной марковской модели для определения параметра потока отказов дает низкую адекватность результатов, поскольку в такой модели реальные распределения времени наработки и ремонтов должны быть заменены экспоненциальным распределением. Результаты, полученные на основе соответствующей модели на основе метода Монте-Карло, уступают в адекватности незначительно, но требуют существенных затрат машинного времени.

Отримано 06.06.08