

Просторова контактна задача для тіл з еліптичною виїмкою, частково заповненою стисливою рідиною

Богдан Слободян

К. ф.-м. н., Інститут прикладних проблеми механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, вул. Наукова, 3б, Львів, 79060, e-mail: labmtd@iapmm.lviv.ua

Розглянуто контакт пружних півпросторів за наявності на одному з них еліптичної в плані виїмки, частково заповненої стисливою рідиною. Сформульовану контактну задачу зведено до інтегро-диференціального рівняння та побудовано його аналітичний розв'язок. Проаналізовано контактну поведінку такої системи для двох етапів навантаження: на першому, коли об'єм зазору більший, ніж об'єм рідини, яка не створює тиску на поверхні тіл, і другому, коли навантаження перевищує критичне, за якого рідина заповнює весь зазор і чинить опір його закриттю.

Ключові слова: контактна взаємодія, виїмка, стислива рідина, метод функцій міжконтактних зазорів, інтегро-диференціальне рівняння.

Вступ. Останніми роками ведуться дослідження пружної взаємодії тіл з узгодженими поверхнями за локальної відсутності їх контакту, зумовленої поверхневими геометричними недосконаlostями типу плитких пологих виїмок. Для розв'язання плоских задач цього класу для ізотропних тіл розвинуто метод функцій міжконтактних зазорів [1-2], який було поширено і на анізотропні тіла [3-4]. У працях [5-7] цей метод узагальнено на осесиметричні та просторові задачі пружності. Метод функцій міжконтактних зазорів застосовано [8-11] для розв'язання плоских і осесиметричних задач у випадку заповнення міжповерхневих просвітів газом, нестисливою та стисливою рідиною. У праці [12] досліджено контакт тіл із синусоїдальним профілем за наявності рідини у заглибинах. Просторові задачі з урахуванням повного заповнення міжконтактних просвітів рідиною або газом розв'язано у роботах [13, 14].

Нижче розв'язано просторову контактну задачу для півпросторів, один із яких має виїмку з еліптичною основою, з урахуванням часткового заповнення зазору між ними стисливою рідиною.

1. Формулювання задачі

Розглянемо два пружні півпростори D_1 і D_2 (рис. 1), які контактують без тертя під дією рівномірно розподілених стискальних зусиль P^∞ , прикладених на безмежності. Межею верхнього півпростору є площина Ω , з якою сумістимо координатну площину Ox_1x_2 декартової системи координат $Ox_1x_2x_3$. Межа нижнього

півпростору плоска скрізь, за винятком еліптичної ділянки S_0 з півосями a_0 і b_0 ($a_0 \leq b_0$), де вона має плитку положу виїмку, глибина якої описується функцією

$$r(x) = -r_0 \left(1 - \frac{x_1^2}{a_0^2} - \frac{x_2^2}{b_0^2} \right)^{3/2}, \quad x \in S_0. \quad (1)$$

Тут $r_0 = r(0)$ — максимальна глибина виїмки ($r_0 \ll a_0, r_0 \ll b_0$), x — точка з координатами (x_1, x_2, x_3) . На контурі L_0 області S_0 виїмка плавно переходить у площину:

$$r(x) = 0, \quad \partial r(x)/\partial x_1 = 0, \quad \partial r(x)/\partial x_2 = 0, \quad x \in L_0.$$

На рис. 1 виїмку зображено штриховою лінією.

Вважаємо, що виїмку частково заповнено стисливою рідиною, тобто об'єм рідини V_{f0} і об'єм виїмки V_0 зв'язані між собою залежністю

$$V_{f0} = k_l V_0, \quad (2)$$

де k_l — коефіцієнт об'ємного заповнення виїмки рідиною, $0 < k_l < 1$.

Очевидно, що за відсутності навантаження тіла контактують по поверхні $\Omega \setminus S_0$. За дії навантаження P^∞ поверхня контакту зростає, а ділянка локальної відсутності контакту зменшується до S , уздовж якої між тілами буде міжконтактний зазор заввишки $h(x)$, зображений на рис. 1 суцільною лінією. Контактна поведінка такої системи відрізняється для двох етапів навантаження. На початковому етапі об'єм зазору V більший за об'єм рідини V_{f0} . Остання не чинить опору зближенню поверхонь зазору та його закриттю. У цьому разі тиск у рідині не виникає ($P_f = 0$) і поверхні зазору вільні від напружень. Другий етап починається після досягнення навантаженням P^∞ критичного значення P_{cr} , за якого об'єм зазору V дорівнює початковому об'єму рідини V_{f0} . У цьому разі в рідині виникає тиск P_f , який чинить опір зближенню поверхонь зазору та його закриттю. Об'єм рідини V_f , що перебуває під тиском P_f , і початковий об'єм рідини (за відсутності тиску в ній) пов'язані рівнянням стану стислої баротропної рідини

$$V_f = V_{f0} \exp(-P_f/B), \quad (3)$$

де B — модуль об'ємної пружності рідини.

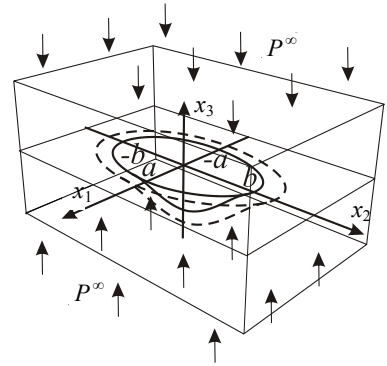


Рис. 1. Схема навантаження

Задача полягає у тому, щоб визначити залежність висоти міжконтактного зазору $h(x)$ і ділянки S , яку він займає, від прикладеного навантаження та дослідити вплив рідини на геометричні параметри зазору.

2. Розв'язання задачі

Перший етап навантаження ($P^\infty < P_{cr}$). Оскільки для такого діапазону навантаження рідина не чинить опору закриттю зазору та його поверхні вільні від напружень, розв'язок задачі збігається з наведеним у праці [5] розв'язком контактної задачі для тіл, одне з яких має виїмку, що не містить заповнювача. Згідно з ним зазор займатиме еліптичну ділянку S (рис. 2), ексцентриситет e якої дорівнює ексцентриситету e_0 ділянки S_0 ($e = e_0 = \sqrt{1 - a_0/b_0}$), а висота зазору $h(x)$ описується функцією

$$h(x) = \beta \left(1 - \frac{x_1^2}{a^2} - \frac{x_2^2}{b^2} \right)^{3/2}, \quad x \in S. \quad (4)$$

Тут $a = a_0 \sqrt{1 - \frac{4 MP^\infty b_0 \sqrt{1 - e_0^2}}{3 r_0 E(e_0)}}$, $b = b_0 \sqrt{1 - \frac{4 MP^\infty b_0 \sqrt{1 - e_0^2}}{3 r_0 E(e_0)}}$ — півосі еліпса S ,

$\beta = r_0 \left[1 - \frac{4 MP^\infty b_0 \sqrt{1 - e_0^2}}{3 r_0 E(e_0)} \right]^{3/2}$ — максимальна висота зазору; $M = (1 - \nu_1)/G_1 + (1 - \nu_2)/G_2$; ν_k, G_k — коефіцієнт Пуассона та модуль зсуву матеріалу півпростору $D_k, k = 1, 2$; $E(e_0)$ — повний еліптичний інтеграл другого роду.

Визначимо критичне навантаження P_{cr} . Для цього обчислимо об'єм зазору

$$V = \iint_S h(\xi) d_\xi S = \beta \iint_S \left(1 - \frac{x_1^2}{a^2} - \frac{x_2^2}{b^2} \right)^{3/2} d_\xi S = \frac{2}{5} \pi \beta a b \quad (5)$$

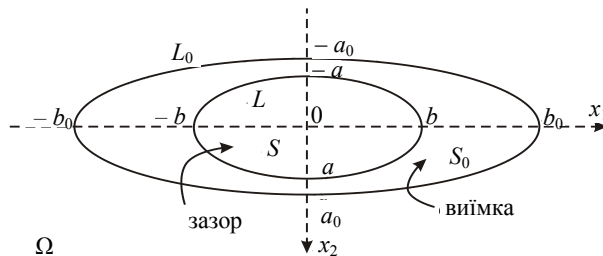


Рис. 2

та виїмки

$$V_0 = \iint_S r(\xi) d_\xi S = r_0 \iint_S \left(1 - \frac{x_1^2}{a_0^2} - \frac{x_2^2}{b_0^2}\right)^{3/2} d_\xi S = \frac{2}{5} \pi r_0 a_0 b_0, \quad (6)$$

і підставимо їх у рівняння (2). У підсумку знайдемо

$$P_{cr} = \frac{3r_0 E(e_0)(1 - k_l^{2/5})}{4Mb_0 \sqrt{1 - e_0^2}}. \quad (7)$$

Півосі та максимальна висота зазору, за яких його об'єм зрівнюється з об'ємом заповнювача, будуть такі

$$a_1 = k_l^{1/5} a_0, \quad b_1 = k_l^{1/5} b_0, \quad \beta_1 = k_l^{3/5} r_0. \quad (8)$$

Другий етап навантаження ($P^\infty \geq P_{cr}$). Для таких навантажень рідина повністю заповнює міжконтактний зазор і в ній виникає тиск P_f , що передається на поверхні тіл уздовж зазору. У цьому разі контактні-крайові умови задачі набувають вигляду

$$\sigma_{13}^\pm(x) = \sigma_{23}^\pm(x) = 0, \quad x \in \Omega; \quad (9)$$

$$\sigma_{33}^\pm(x) = -P_f, \quad x \in S; \quad \sigma_{33}^+(x) = \sigma_{33}^-(x), \quad x \in \Omega / S; \quad (10)$$

$$u_3^+(x) - u_3^-(x) = r(x), \quad x \in S_0 \setminus S; \quad u_3^+(x) - u_3^-(x) = 0, \quad x \in \Omega / S_0; \quad (11)$$

$$\sigma_{33}^\pm(\infty) = -P^\infty, \quad \sigma_{13}(\infty) = \sigma_{23}(\infty) = \sigma_{12}(\infty) = \sigma_{11}(\infty) = \sigma_{22}(\infty) = 0. \quad (12)$$

Тут σ_{ii} — компоненти тензора напружень, u_i — компоненти вектора переміщень.

Згідно з методом функцій міжконтактних зазорів розв'язок сформульованої задачі подамо через функцію $h(x)$ [13], для визначення якої отримуємо інтегро-диференціальне рівняння

$$\Delta_x \iint_S \frac{h(\xi) d_\xi S}{|x - \xi|} = \Delta_x \iint_S \frac{r(\xi) d_\xi S}{|x - \xi|} + 4\pi M (P^\infty - P_f), \quad x \in S. \quad (13)$$

Внаслідок плавного змикання берегів зазору на контурі L області S повинна виконуватись умова

$$\frac{\partial h(x)}{\partial x_1} = \frac{\partial h(x)}{\partial x_2} = 0, \quad x \in L. \quad (14)$$

Підставляючи в праву частину інтегро-диференціального рівняння (13) співвідношення (1) і визначаючи відповідний інтеграл за описаною в роботі [15] методикою, отримуємо

$$\frac{1}{4\pi} \Delta_x \iint_S \frac{h(\xi) d_\xi S}{|x - \xi|} = \alpha_0 + A_0 x_1^2 + B_0 x_2^2, \quad x \in S, \quad (15)$$

де $\alpha_0 = M(P^\infty - P_f) - k_0 e_0^2 b_0^2 E(e_0)$, $k_0 = 3a_0 \beta_0 / (4e_0^2 b_0^4 f_0)$, $A_0 = k_0 [E(e_0)(1 + e_0^2)/f_0 - K(e_0)]$, $B_0 = k_0 [(2e_0^2 - 1)E(e_0) + f_0 K(e_0)]$, $f_0 = 1 - e_0^2$, $K(e_0)$ і $E(e_0)$ — повні еліптичні інтеграли першого та другого роду.

Вважаючи, що ділянка S міжконтактного зазору має форму еліпса з півосями a і b ($a \leq b$), висоту зазору будемо шукати у вигляді (4), який задовольняє умову (14).

Підставимо (4) у рівняння (15) та обчислимо інтеграл, використавши відомі формули [15, 16]. У результаті отримаємо рівняння

$$\alpha + Ax_1^2 + Bx_2^2 = \alpha_0 + A_0 x_1^2 + B_0 x_2^2, \quad (16)$$

де $\alpha = -ke^2 b^2 E(e)$, $k = \frac{3a\beta}{4e^2 b^4 f}$, $A = k [E(e)(1 + e^2)/f - K(e)]$, $B = k [(2e^2 - 1) \times E(e) + fK(e)]$, $f = 1 - e^2$, $e = \sqrt{1 - a^2/b^2}$.

Прирівнявши коефіцієнти біля однакових степенів многочленів у лівій і правій частинах, отримаємо три рівняння для визначення трьох невідомих a , b та β

$$\begin{aligned} \frac{3a\beta}{4e^2 b^4 f} e^2 b^2 E(e) &= M(P^\infty - P_f) + \frac{3a_0 \beta_0}{4e_0^2 b_0^4 f_0} e_0^2 b_0^2 E(e_0), \\ \frac{a\beta}{e^2 b^4 f} [E(e)(1 + e^2)/f - K(e)] &= \frac{a_0 \beta_0}{e_0^2 b_0^4 f_0} [E(e_0)(1 + e_0^2)/f_0 - K(e_0)], \\ \frac{a\beta}{e^2 b^4 f} [(2e^2 - 1)E(e) + fK(e)] &= \frac{a_0 \beta_0}{e_0^2 b_0^4 f_0} [(2e_0^2 - 1)E(e_0) + f_0 K(e_0)]. \end{aligned} \quad (17)$$

Розв'язавши систему рівнянь (17), знайдемо півосі та максимальну висоту зазору

$$\begin{aligned} a &= a_0 \sqrt{1 - \frac{4}{3} \frac{M(P^\infty - P_f) b_0 \sqrt{1 - e_0^2}}{\beta_0 E(e_0)}}, \quad b = b_0 \sqrt{1 - \frac{4}{3} \frac{M(P^\infty - P_f) b_0 \sqrt{1 - e_0^2}}{\beta_0 E(e_0)}}, \\ \beta &= \beta_0 \left[1 - \frac{4}{3} \frac{M(P^\infty - P_f) b_0 \sqrt{1 - e_0^2}}{\beta_0 E(e_0)} \right]^{3/2}. \end{aligned} \quad (18)$$

Вирази (18) містять невідому величину — тиск рідини P_f , який визначимо з рівняння стану стисливої рідини (3). Використавши співвідношення (18), визначимо залежність об'єму рідини від тиску в ній P_f

$$V_f = \iint_S h(\xi) d_\xi S = \frac{2}{5} \pi \beta ab = \frac{2}{5} \pi r_0 a_0 b_0 \left[1 - \frac{4}{3} \frac{M(P^\infty - P_f) b_0 \sqrt{1 - e_0^2}}{\beta_0 E(e_0)} \right]^{5/2}. \quad (19)$$

Підставивши значення V_f (19) і V_{f0} у рівняння стану стисливої рідини (3), отримаємо таке трансцендентне рівняння для визначення тиску P_f у рідині

$$\left[1 - \frac{4}{3} \frac{M(P^\infty - P_f) b_0 \sqrt{1 - e_0^2}}{r_0 E(e_0)} \right]^{5/2} = k_l \exp\left(-\frac{P_f}{B}\right), \quad (20)$$

розв'язок якого побудовано числово.

Якщо рідина в зазорі нестислива, тобто $B = \infty$, то з рівняння стану рідини (3) випливає, що об'єм зазору не буде змінюватись у процесі навантаження: $V_f = V_{f0}$. Підставивши в цю рівність вираз для об'єму зазору на другому етапі навантаження V_f (19) і вираз для початкового об'єму рідини, врахувавши співвідношення (7) і (8), матимемо

$$\frac{4}{3} \frac{M(P^\infty - P_f - P_{cr}) b_0 \sqrt{1 - e_0^2}}{r_0 E(e_0)} = 0.$$

Звідси випливає, що тиск рідини буде рівний різниці між навантаженням, прикладеним на безмежності, та критичним навантаженням, за якого об'єм зазору стає рівним початковому об'єму рідини ($P_f = P^\infty - P_{cr}$). У цьому разі зі співвідношень (18) отримаємо, що геометричні параметри зазору на другому етапі навантаження будуть незмінні в процесі навантаження, а його форма буде співпадати з формою зазору для випадку, якщо його об'єм та початковий об'єм рідини однакові.

Поклавши у співвідношенні (18) $b_0 = a_0$, отримаємо розв'язок осесиметричної контактної задачі для кругової в плані виїмки. Зокрема радіус і максимальна висота зазору в цьому випадку визначатимуться співвідношеннями

$$a = b = a_0 \sqrt{1 - \frac{8}{3} \frac{M(P^\infty - P_f) a_0}{\beta_0 \pi}}, \quad \beta = \beta_0 \left[1 - \frac{8}{3} \frac{M(P^\infty - P_f) a_0}{\beta_0 \pi} \right]^{3/2}.$$

Спрямувавши у формулах (18) $b_0 \rightarrow \infty$, отримаємо розв'язок задачі [10] про контакт тіл за плоскої деформації, коли виїмка з профілем $r(x) = -r_0 \left(1 - x_1^2/a_0^2\right)^{3/2}$

розташовано вздовж нескінченної смуги $-a_0 < x_1 < a_0$, $-\infty < x_2 < \infty$ ширини $2a_0$. У цьому разі ширина та максимальна висота зазору матимуть вигляд

$$a = a_0 \sqrt{1 - \frac{4 M (P^\infty - P_f) a_0}{3 \beta_0}}, \quad \beta = \beta_0 \left[1 - \frac{4 M (P^\infty - P_f) a_0}{3 \beta_0} \right]^{3/2}.$$

3. Числові результати

Для числових розрахунків введено такі безрозмірні величини: $\tilde{r}_0 = r_0/b_0$ — максимальна висота виїмки; $\tilde{B} = BK$ — модуль об'ємної пружності рідини; $\tilde{P}^\infty = MP^\infty$ — зовнішнє навантаження; $\tilde{P}_f = MP_f$ — тиск у рідині; $\tilde{V} = V/V_0$ — об'єм зазору; $\tilde{a} = a/a_0$ і $\tilde{b} = b/b_0$ — півосі зазору; $\tilde{\beta} = \beta/r_0$ — максимальна висота зазору. Обчислення проведено для таких геометричних параметрів виїмки $\tilde{r}_0 = 0,001$; $\tilde{a}_0 = 0,5$; $b_0 = 1$ у разі, якщо виїмка наполовину заповнена рідиною ($k_l = 0,5$).

На рис. 3 проілюстровано залежності півосі зазору \tilde{a} (суцільні лінії), його максимальної висоти $\tilde{\beta}$ (штрихові лінії) та об'єму \tilde{V} (марковані лінії) від навантаження \tilde{P}^∞ для різних модулів об'ємної пружності рідини (криві 1 — $\tilde{B} = 0,01$; криві 2 — $\tilde{B} = 0,025$; криві 3 — $\tilde{B} = 0,05$). На першому етапі навантаження геометричні розміри зазору швидко зменшуються за близьким до лінійного законом до моменту, коли об'єм зазору стане рівним об'єму рідини (для $P^\infty = P_{cr}$). На другому етапі навантаження для $P^\infty > P_{cr}$ геометричні характеристики спадають значно повільніше. Це пояснюється тим, що рідина починає чинити опір закриттю зазору та потрібно прикладати значно більше навантаження для зменшення зазору. Залежність тиску рідини від навантаження проілюстровано

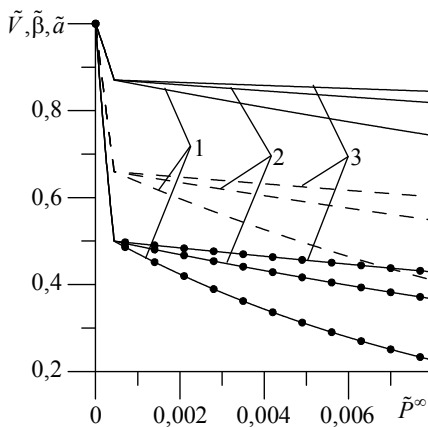


Рис. 3

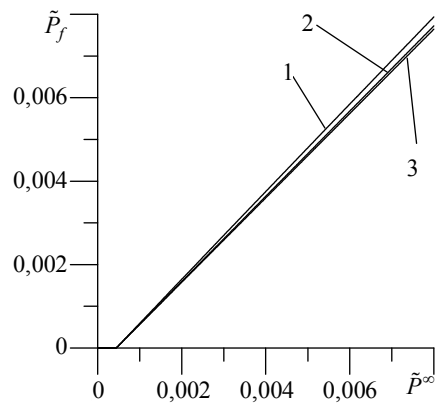


Рис. 4

на рис. 4. Спочатку тиск у зазорі відсутній (горизонтальна ділянка графіків), бо рідина не чинить опору закриттю зазору, а коли об'єм зазору й об'єм рідини зрівнюються, то тиск у зазорі починає зростати за законом, близьким до лінійного. Зі зменшенням модуля об'ємної пружності рідини тиск у ній зростає.

Висновки. Просторову контактну задачу для двох півпросторів за наявності на поверхні одного з них виїмки, частково заповненої стисливою рідиною, зведено до інтегро-диференціального рівняння відносно функції висоти міжконтактного зазору. Його розв'язок побудовано в замкнутому вигляді й на цій основі проаналізовано контактну поведінку системи та трансформацію зазору між тілами за збільшення прикладеного до них навантаження. З'ясовано, що ця поведінка якісно відрізняється для двох етапів навантаження. На першому етапі, доки об'єм зазору залишатиметься більшим за початковий об'єм рідини, геометричні параметри зазору різко зменшуються з ростом навантаження. Це зменшення значно сповільнюється на другому етапі — після того, як навантаження перевищать критичну величину, за якої об'єм зазору стає рівним об'єму рідини. Зі збільшенням модуля об'ємної пружності рідини тиск у ній спадає.

Література

- [1] Мартыняк, Р. М. Взаимодействие упругих полуплоскостей при неполном механическом контакте / Р. М. Мартыняк // *Мат. методы и физ.-мех. поля.* — 1985. — № 22. — С. 89-92.
- [2] Мартыняк, Р. М. Метод функций міжконтактних зазорів у задачах локального порушення контакту пружних півпросторів / Р. М. Мартыняк // *Мат. методи та фіз.-мех. поля.* — 2000. — Т. 43, № 1. — С. 102-108.
- [3] Криштафович, А. А. Вплив сил тертя на взаємодію анізотропної півплощини з абсолютно жорстким тілом, що має виїмки на поверхні / А. А. Криштафович // *Мат. методи і фіз.-мех. поля.* — 1995. — Вип. 38. — С. 99-104.
- [4] Shvets, R. M. Discontinuous Contact of an Anisotropic Half-plane and a Rigid Base with Disturbed Surface / R. M. Shvets, R. M. Martynyak, A. A. Kryshchafovych // *Int. J. Eng. Sci.* — 1996. — Vol. 34, Issue 2. — P. 183-200.
- [5] Мартыняк, Р. М. Механотермомодифузійна взаємодія тіл з контактнo-поверхневими неоднорідностями і дефектами: автореферат дис. ... д. ф.-м. н.: 01.02.04 / Мартыняк Ростислав Михайлович. — Львів, 2000. — 356 с. — Рукопис.
- [6] Kim, G. S. Контактна задача для півпростору та жорсткої основи з осесиметричною виїмкою / Г. С. Кім, Б. Є. Монастирський // *Мат. методи і фіз.-мех. поля.* — 1998. — Т. 41, № 4. — С. 7-11.
- [7] Kim, G. S. Осесиметрична контактна задача для шару та півпростору з геометричним збуренням поверхні / Г. С. Кім, Б. Є. Монастирський // *Мат. методи і фіз.-мех. поля.* — 2000. — Т. 43, № 1. — С. 115-123.
- [8] Machyshyn, I. Interaction between a stratified elastic half-space and an irregular base allowing for the intercontact gas / I. Machyshyn, W. Nagórko // *J. Theor. Appl. Mech.* — 2003. — Vol. 41, No 2. — P. 271-288.
- [9] Kaczyński, A. On the problem of some interface defect filled with a compressible fluid in a periodic stratified medium / A. Kaczyński, B. Ye. Monastyrskyy // *J. Theor. Appl. Mech.* — 2004. — Vol. 42, No 1. — P. 41-57.
- [10] Kim, G. S. Влияние газожидкостного заполнителя межконтактного пространства на напряженное состояние сопряженных тел / Г. С. Ким, Р. М. Мартыняк, И. М. Мачишин // *Прикладная механика.* — 2003. — Т. 39, № 3. — С. 52-60.

- [11] *Монастирський, Б. Є.* Вплив заповнювача міжповерхневого просвіту на взаємодію тіл в умовах недосконалого контакту / *Б. Є. Монастирський* // Прикл. пробл. механіки і математики. — 2003. — Вип. 1. — С. 78-82.
- [12] *Кузнецов, Е. А.* О контакте шероховатых тел при наличии сжимаемой жидкости / *Е. А. Кузнецов* // Прикл. механика. — 1988. — Т. 24, № 12. — С. 85-94.
- [13] *Мартиняк, Р. М.* Контакт пружних півпросторів за наявності між ними еліптичного зазору з рідиною / *Р. М. Мартиняк, Б. С. Слободян* // Фіз.-хім. механіка матеріалів. — 2009. — Т. 45, № 1. — С. 62-66.
- [14] *Слободян, Б. С.* Просторова контактна задача для пружних півпросторів, зазор між якими заповнений газом / *Б. С. Слободян, Р. М. Мартиняк* // Прикл. проблеми механіки і математики. — 2008. — Вип. 6. — С. 183-186.
- [15] *Штаерман, И. Я.* Контактная задача теории упругости / *И. Я. Штаерман*. — Москва-Ленинград: ГИТТЛ, 1949. — 270 с.
- [16] *Хай, М. В.* Двумерные интегральные уравнения типа ньютоновского потенциала и их приложения / *М. В. Хай*. — Киев: Наук. думка, 1993. — 256 с.

3-D contact problem for solids with elliptical groove partially filled with compressible liquid

Bogdan Slobodian

3D contact of elastic semi-infinite solids with an elliptical surface groove between them has been considered. The groove is supposed to be partially filled by a compressible liquid. The contact problem has been reduced to an integro-differential equation and its analytic solution has been constructed. The behaviour of the contact pair for two stages of loading has been analyzed. The first stage corresponds to the case when the volume of the gap is greater than the volume of the liquid, and the liquid does not create pressure on the gap surfaces. At the second stage, the load exceeds the critical value at which the liquid fills the whole gap and begins to offer resistance to its closure.

Пространственная контактная задача для тел с эллиптической выемкой, частично заполненной сжимаемой жидкостью

Богдан Слободян

Рассмотрен контакт упругих полупространств при наличии на одном из них эллиптической в плане выемки, частично заполненной сжимаемой жидкостью. Сформулированная контактная задача сведена к интегро-дифференциальному уравнению и построено его аналитическое решение. Проанализировано контактное поведение такой системы для двух этапов нагрузки: на первом, когда объем зазора остается больше объема жидкости, и она не создает давления на поверхности тел, и на втором, когда нагрузка превышает критическое значение, при котором жидкость заполняет весь зазор и начинает сопротивляться его закрытию.

Представлено доктором фізико-математичних наук Р. Мартиняком

Отримано 06.03.12