

Визначення швидкості руху газоводяного контакту в процесі роботи підземних сховищ газу

Ярослав П'янило¹, Петро Вавричук²

¹ д. т. н., Центр математичного моделювання Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, вул. Дудасва, 15, Львів, 79005, e-mail: rjanulo@cmm.lviv.ua

² Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, вул. Наукова, 36, Львів, 79060, e-mail: petro.vavrychuk@gmail.com

Досліджено роботу підземного сховища з підшовною водою. Розроблено алгоритм визначення швидкості заводнення свердловини. На основі газогідродинамічної ув'язки «водяний пласт – газозбірний пункт» запропоновано методику визначення часу, за який вода може підійти до гирла свердловини.

Ключові слова: фільтрація газу та води у складному пористому середовищі, гідравлічна ув'язка, пластовий, вибійний і гирловий тиски, коефіцієнт проникності, вибій свердловини, підземне газове сховище (ПГС).

Вступ. Експлуатація газових свердловин із підшовною водою супроводжується деформацією поверхні газоводяного контакту (ГВК) з утворенням конусу води [1, 2]. У разі досягнення граничних значень депресії та дебіту вода проривається на вибій свердловини. Тому в пластах із підшовною водою відбір газу зі свердловин обмежують допустимою депресією на пласт (граничним безводним дебітом).

Вода до вибою свердловини рухається внаслідок різниці тисків між гирлом свердловини та ГВК [2]. Опір рухові води чинить її вага й опір середовища (тиск газу, пористість і проникність). Вага стовпа води обчислюється за формулою $G = mg = \rho g S h$, де S — площа основи, g — прискорення вільного падіння. Своєю чергою, піднімальна сила внаслідок депресії тиску буде $F = \Delta p S$. Вода рухатиметься до вибою за умови $F \geq G$ або $\Delta p \geq \rho g h$. Гранична умова початку руху така: $F = G$, звідки $\Delta p = \rho g h$. В останній формулі не фігурує площа основи. Тому рух підшовної води до вибою свердловини будемо розглядати в плоскому безмежному середовищі товщиною l . Метою праці є побудова математичної моделі процесу обводнення свердловини залежно від швидкості відбирання газу.

1. Знаходження розподілу тиску у водоносному шарі

Розрахунок розподілу тиску води $p(x, t)$ у плоскому безмежному середовищі товщиною l визначається як розв'язок одновимірного рівняння фільтрації [1, 3]

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{kh}{\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} + \rho g \right) \right] = 2\alpha mh \frac{\partial p}{\partial t}.$$

Оскільки вода вважається нестисливою рідиною, то рівняння фільтрації буде

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{kh}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) = 2\alpha mh \frac{\partial p}{\partial t}, \quad (1)$$

де k — проникність пласту, μ — динамічна в'язкість води, α — коефіцієнт водонасиченості, m — пористість пласту.

Крайовими умовами будемо вважати такі. На нижній границі шару тиск можна вважати сталим, рівним гідростатичному p_n . На верхній границі значення тиску розраховується на основі гідравлічної ув'язки ГЗП — вибійна зона — ГВК і також вважається сталим p_v .

Початковий розподіл тиску води у водяному шарі

$$p(x, 0) = \rho g x, \quad 0 < x < l.$$

Розв'язок поставленої задачі є частковим випадком розв'язку більш загальної задачі.

Розглядається безмежний шар товщиною l , $0 < x < l$. Значення тисків на границях рівні $\varphi_1(t)$ та $\varphi_2(t)$. Початковий тиск $f(x)$. У цьому випадку задача полягає у такому:

знайти розв'язок рівняння

$$\kappa \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{\partial p}{\partial t} \quad (0 < x < l),$$

за крайових умов

$$p(0, t) = \varphi_1(t), \quad p(l, t) = \varphi_2(t), \quad p(x, 0) = f(x).$$

Тут $\kappa = k/(2\mu\alpha m)$.

Розв'язком поставленої задачі є функція

$$p(x, t) = \frac{2}{l} \sum_1^{\infty} \exp\left(-\frac{\kappa n^2 \pi^2 t}{l^2}\right) \sin \frac{n\pi x}{l} \left[\int_0^l f(y) \sin \frac{n\pi y}{l} dy + \frac{n\pi \kappa}{l} \int_0^t \exp\left(-\frac{\kappa n^2 \pi^2 y}{l^2}\right) [\varphi_1(y) - (-1)^n \varphi_2(y)] dy \right].$$

Стосовно фільтрації води за згаданих вище крайових умов значення інтегралів в останній формулі будуть за сталих граничних умов

$$p(0, t) = \varphi_1 \equiv const, \quad p(l, t) = \varphi_2 \equiv const.$$

Розв'язок буде мати вигляд

$$p(x, t) = \varphi_1 + (\varphi_2 - \varphi_1) \frac{x}{l} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \varphi_2 - \varphi_1}{n} \exp\left(-\frac{\kappa n^2 \pi^2 t}{l^2}\right) \sin \frac{n\pi x}{l} + \frac{2}{l} \sum_{n=1}^{\infty} \exp\left(-\frac{\kappa n^2 \pi^2 t}{l^2}\right) \sin \frac{n\pi x}{l} \int_0^l f(y) \sin \frac{n\pi y}{l} dy.$$

Оскільки $f(x) = \rho g x$, то

$$\int_0^l f(y) \sin \frac{n\pi y}{l} dy = \rho g \int_0^l y \sin \frac{n\pi y}{l} dy = \rho g \frac{(-1)^{n+1} l^2}{n\pi}.$$

Тоді остаточно отримаємо таку формулу

$$p(x,t) = \varphi_1 + (\varphi_2 - \varphi_1) \frac{x}{l} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \varphi_2 - \varphi_1}{n} \exp\left(-\frac{\kappa n^2 \pi^2 t}{l^2}\right) \sin \frac{n\pi x}{l} + \\ + \frac{2\rho g l}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \exp\left(-\frac{\kappa n^2 \pi^2 t}{l^2}\right) \sin \frac{n\pi x}{l}.$$

Швидкість руху води у вертикальному напрямку визначається так

$$v = -\frac{k}{\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} + \rho g \right),$$

де ρ — густина флюїду.

Оскільки

$$\frac{\partial p(x,t)}{\partial x} = (\varphi_2 - \varphi_1) \frac{1}{l} + \frac{2}{l} \sum_{n=1}^{\infty} [(-1)^n \varphi_2 - \varphi_1] \exp\left(-\frac{\kappa n^2 \pi^2 t}{l^2}\right) \cos \frac{n\pi x}{l} + \\ + 2\rho g \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \exp\left(-\frac{\kappa n^2 \pi^2 t}{l^2}\right) \cos \frac{n\pi x}{l},$$

то останні дві формули дають можливість визначити швидкість піднімання води в пористому середовищі, зокрема, швидкість піднімання верхньої границі, тобто

$$v|_{x=l} = -\frac{k}{\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} + \rho g \right) \Big|_{x=l}.$$

Зокрема, тому, що

$$\frac{\partial p(l,t)}{\partial x} = (\varphi_2 - \varphi_1) \frac{1}{l} + \frac{2}{l} \sum_{n=1}^{\infty} [\varphi_2 - (-1)^n \varphi_1] \exp\left(-\frac{\kappa n^2 \pi^2 t}{l^2}\right) - \\ - 2\rho g \sum_{n=1}^{\infty} \exp\left(-\frac{\kappa n^2 \pi^2 t}{l^2}\right),$$

то

$$v|_{x=l} = -\frac{k}{\mu} \left\{ (\varphi_2 - \varphi_1) \frac{1}{l} + \frac{2}{l} \sum_{n=1}^{\infty} [\varphi_2 - (-1)^n \varphi_1] \exp\left(-\frac{\kappa n^2 \pi^2 t}{l^2}\right) - \right. \\ \left. - 2\rho g \sum_{n=1}^{\infty} \exp\left(-\frac{\kappa n^2 \pi^2 t}{l^2}\right) + \rho g \right\}.$$

Взагалі кажучи, тиск води на верхній границі змінюється з часом у процесі заповнення або відбирання газу зі сховища. У такому випадку $p_v = p_v(t) = \varphi_2(t)$ та відповідні інтеграли необхідно обчислювати згідно заданої функції $\varphi_2(t)$. Відомо, що тиск у пласті змінюється достатньо повільно. Тому на деякому інтервалі часу можна вважати, що $p_v \equiv const$ та досліджувати процес заводнення свердловини шляхом послідовної зміни тиску на верхній границі ГВК.

Маючи закон зміни тиску на верхній границі ГВК, швидкість підняття верхньої границі води та віддаль до ГВК, можна розрахувати час, за який вода може підійти до гирла за заданої депресії тиску у вибійній зоні. Разом із тим підняття води, очевидно, за такого формулювання задачі необхідно розглядати шляхом послідовних наближень. При цьому необхідно постійно збільшувати товщину водяного шару l залежно від швидкості підняття ГВК.

2. Визначення тиску на границі ГВК

Тиск на верхній границі ГВК визначається на базі гідравлічної ув'язки системи «пласт підземного газосховища – газозбірний пункт». Будемо вважати, що відомими параметрами є тиск на газозбірному пункті (ГЗП) p_{gzp} та дебіт свердловини q . Гідравлічна ув'язка будується на основі математичних моделей технологічних об'єктів, що входять в систему «пласт ПСГ – ГЗП».

Фільтрація газу в пласті підземного сховища, що займає область $\Omega_3 \subset R^3$, у нестационарному випадку описується нелінійним диференціальним рівнянням у частинних похідних із розподіленими параметрами [1, 3, 4]

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{k_x h}{\mu z} \frac{\partial p^2}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{k_y h}{\mu z} \frac{\partial p^2}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{k_z h}{\mu z} \frac{\partial p^2}{\partial z} \right) = 2\alpha_n m h \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{p}{z} \right) + 4m h q p_{st}. \quad (2)$$

На Ω_3 задано множину точок (свердловин) із координатами $\{x_i, y_i\}$, $i = \overline{1, n}$, і значення тисків $p(x_i, y_i, z_i, t_0)$ у цих точках у момент часу t_0 . У рівнянні (2) k_u — проникність пласту в напрямі u , μ — динамічна в'язкість газу, z — коефіцієнт стисливості, h — товщина пласту, m — пористість пласту, α_n — коефіцієнт газонасиченості, q — густина відбору, p_{st} — значення атмосферного тиску у стандартних умовах ($p_{st} = 0,1033$ МПа, $T_A = 293$ К).

Рівняння (2) є нелінійне за тиском. Аналітично розв'язати таке рівняння, по-перше, можна в часткових випадках і, по-друге, неможливо врахувати залежність багатьох параметрів, які входять у модель, від координат і часу, оскільки ці залежності або невідомі, або призводять до значних ускладнень під час дослідження математичних моделей. У зв'язку з тим використовують усереднені балансові залежності між основними параметрами сховища та газу, які дають можливість розв'язати значну кількість прикладних задач.

Сумарний відбір газу визначається згідно формули [2, 5, 6]

$$Q(t) = \frac{\Omega(t) T_s}{T_p p_s} \frac{p(t)}{z(t)}. \quad (3)$$

Залежність, яка пов'язує об'єм відібраного газу $\Delta Q(t)$, середній тиск у ПСГ $p(t)$ та поровий об'єм $\Omega(t)$ у деякий момент часу t задається формулою

$$\Delta Q(t) = \Omega(t) \left[\frac{T_{st}}{T_p} \frac{p(t-1)}{z(t-1)} - \frac{T_{st}}{T_p} \frac{p(t)}{z(t)} \right],$$

де T_{st}, T_p — температура газу за стандартних умов і в ПСГ відповідно. У співвідношеннях (3) значення порового об'єму $\Omega(t)$ або визначається на основі даних геологічних досліджень, або обчислюється на основі заміряних значень тисків і відборів та приймається сталим.

Зв'язок пластового тиску p_{pl} з вибійним p_v задається формулою [3-5, 7]

$$p_{pl}^2 - p_v^2 = \left(\frac{A_1}{k_{pl}} + \frac{A_2}{k_v} \right) q_0 + \left(\frac{B_1}{k_{pl}^{1.5}} + \frac{B_2}{k_v^{1.5}} \right) q_0^2 = Aq_0 + Bq_0^2, \quad (4)$$

$$A_1 = \frac{1}{h\pi} \mu p_s \ln \frac{R_k}{R_c}, \quad A_2 = \frac{\mu p_s}{\pi h_x} \ln \frac{2R_c h}{2r_k l_k n_0 h_x + \Theta(n_0)(r_1^2 - r_2^2)},$$

$$B_1 = 12 \cdot 10^{-5} \frac{\rho_0 p_s d^2}{2\pi^2 h^2 m} \left(\frac{1}{R_c} - \frac{1}{R_k} \right),$$

$$B_2 = \frac{\rho_0 p_s d^2}{\pi^2 h_x m} \left(\frac{1}{2r_k l_k n_0 h_x + \Theta(n_0)(r_1^2 - r_2^2)} - \frac{1}{2R_c h} \right).$$

Тут p_s, q_0, ρ_0 — значення тиску, дебіту свердловини та густини газу в нормальних (стандартних) умовах, d — діаметр зерен породи, m — пористість пласту, k_{pl}, k_b — коефіцієнти проникності у пласті та околі вибою свердловини, h — середня потужність пласту, h_x — потужність пласту в області свердловини, r_1, r_2 — радіуси обсадної (внутрішній) і робочої (зовнішній) колон відповідно, R_k — радіус поверхні циліндричної області живлення свердловини, R_c — радіус поверхні циліндра вибійної зони, r_k, l_k — радіус і довжина перфораційного каналу, n_0 — густина перфорації.

Коефіцієнт проникності вибою свердловини визначається виразом [4]

$$k_v = k_{v0} + k_{v1}, \quad (5)$$

$$k_{v0} = \frac{A_2}{\Delta_1 p}, \quad k_{v1} = \frac{B_2 q}{1,5 B_2 + A_2 q} \frac{k_{v0}}{\sqrt{k_{v0}}}, \quad \Delta_1 p = \frac{A_1 q}{k_{pl}} + \frac{B_1 q^2}{k_{pl}^{1.5}} + C q^2.$$

Гирловий тиск свердловини p_g обчислюється через вибійний p_v таким чином [3]

$$p_g^2 = p_v^2 e^{-b} - \lambda z \frac{RT}{D} \left(\frac{\rho_0 q_0}{S} \right)^2 \frac{1 - e^{-b}}{b} L = p_v^2 e^{-b} - a_s q_0^2, \quad (6)$$

$$S = \frac{\pi D^2}{4}, \quad b = \frac{2g\Delta h}{zRT}, \quad a_s = \lambda z \frac{RT}{D} \left(\frac{\rho_0}{S} \right)^2 \frac{1 - e^{-b}}{b} L.$$

Коефіцієнт гідравлічного опору

$$\lambda = \left(\frac{Y + \varepsilon + C^{1,5}}{1 + 76C} \right)^{0,2}, \quad \varepsilon = \frac{k_{ш}}{D}, \quad Y = \frac{79}{Re}, \quad C = (2Y)^{10},$$

де числа Рейнольдса $Re = \frac{Dvp}{\mu_0 RT} \frac{T + C}{273 + C} \left(\frac{273}{T} \right)^{1,5}$.

У межах тих газодинамічних параметрів, за яких працюють ГТС, коефіцієнт стисливості газу доцільно обчислювати за формулою [4, 5]

$$z = \frac{1}{1 + fp}. \tag{7}$$

Тут $f = (24 - 0,21t^\circ C) \cdot 10^{-4}$, а $p(x)$ вимірюється в атмосферах.

Для обчислення спаду тиску на шлейфах достатньо використати формулу (6), поклавши $\Delta h = 0$. Гідравлічна ув'язка названих вище технологічних об'єктів призводить до такого співвідношення між пластовим тиском і тиском на ГЗП

$$p_{pl} = \sqrt{p_{gzp}^2 + (a_s + a_{sh})e^b q_0^2 + Aq_0 + Bq_0^2}.$$

3. Обчислювальний експеримент

Апробацію отриманих результатів проводили в ході обчислювального експерименту за різних значень вхідних параметрів. Результати обчислень подано у вигляді таблиць.

Вхідні параметри: $p_0 = 50 \cdot 98066,5 \text{ (Н/м}^2\text{)}$; $p_{gzp} = 35 \cdot 98066,5 \text{ (Н/м}^2\text{)}$; $p_{pl} = 43,5 \cdot 98066,5 \text{ (Н/м}^2\text{)}$; $\Delta h = 500 \text{ (м)}$; $\lambda = 0,01$; $z = 0,9$; $R = 8,3144621 \text{ (Дж/моль} \cdot \text{К)}$; $T = 293 \text{ (К)}$; $D = 0,1 \text{ (м)}$; $L = 1000 \text{ (м)}$; $\rho_0 = 0,68 \text{ (кг/м}^3\text{)}$; $\mu = 0,0008 \text{ (м}^2\text{/с)}$; $g = 9,8 \text{ (м/с}^2\text{)}$; $\alpha = 0,8$; $m = 0,28$; $k = 4 \cdot 10^{-15}$; $\rho = 998 \text{ (кг/м}^3\text{)}$; $p_{gzp} = 35 \cdot 98066,5 \text{ (Н/м}^2\text{)}$, $l = 20,41 \text{ (м)}$ та $t = 100\,000 \text{ (с)}$.

Таблиця 1

Залежність товщини водяного шару l і швидкості підняття ГВК v за різних значень часів t та дебітів свердловини q_0

t	$q_0 = 1 \text{ м}^3\text{/с}$		$q_0 = 2 \text{ м}^3\text{/с}$		$q_0 = 3 \text{ м}^3\text{/с}$	
	l	v	l	v	l	v
0	10	$9,27 \cdot 10^{-5}$	10	0,000104	10	0,000118
100 000	19,27	$4,69 \cdot 10^{-5}$	20,41	$4,98 \cdot 10^{-5}$	21,82	$5,28 \cdot 10^{-5}$
200 000	23,96	$3,73 \cdot 10^{-5}$	25,39	$3,95 \cdot 10^{-5}$	27,1	$4,21 \cdot 10^{-5}$
300 000	27,69	$3,19 \cdot 10^{-5}$	29,34	$3,39 \cdot 10^{-5}$	31,31	$3,61 \cdot 10^{-5}$
400 000	30,88	$2,84 \cdot 10^{-5}$	32,73	$3,01 \cdot 10^{-5}$	34,92	$3,21 \cdot 10^{-5}$

Таблиця 2

Співвідношення між дебітом свердловини q_0 , пластовим тиском p_{pl} і швидкістю підняття ГВК v за таких значень параметрів $p_{gзр} = 35 \cdot 98066,5$ (Н/м²), $l = 20,41$ (м) та $t = 100\ 000$ (с)

q_0	p_{pl}	v
3,0	49,19	$5,67 \cdot 10^{-5}$
2,5	46,24	$5,31 \cdot 10^{-5}$
2,0	43,50	$4,98 \cdot 10^{-5}$
1,5	41,01	$4,68 \cdot 10^{-5}$
1,0	38,83	$4,42 \cdot 10^{-5}$

Таблиця 3

Співвідношення між тиском на ГЗП $p_{gзр}$, пластовим тиском p_{pl} і швидкістю підняття ГВК v за таких значень параметрів $q_0 = 2$ (м³/с), $l = 20,41$ (м) та $t = 100\ 000$ (с)

$p_{gзр}$	p_{pl}	v
42	49,31	$5,8 \cdot 10^{-5}$
39	46,78	$5,5 \cdot 10^{-5}$
36	44,31	$5,2 \cdot 10^{-5}$
33	41,91	$4,9 \cdot 10^{-5}$
30	39,59	$4,6 \cdot 10^{-5}$

Висновки. У праці побудовано математична модель процесу роботи підземного сховища газу за наявності ГВК. Модель на основі газогідродинамічної ув'язки «водяний пласт – газозбірний пункт» охоплює всі технологічні об'єкти й області пористого середовища, які беруть участь у роботі ПСГ. Отримані результати апробовані в ході обчислювального експерименту на модельній задачі. Достовірність їх підтверджується наявними експериментальними даними. Результати праці можна використати для розрахунку депресії на пласт під час визначення граничного безводного дебіту.

Література

- [1] Ланук Б. Б. Теоретические основы разработки месторождений природных газов. — Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2002. — 296 с.
- [2] Тетерев И. Г., Шеиуков Н. Л., Нанивский Е. М. Управление процессами добычи газа. — Москва: Недра, 1981. — 248 с.
- [3] П'янило Я., Гладун С., П'янило Г. Аналітичний спосіб розрахунку параметрів гідравлічної ув'язки колекторного збору газу // Вісник Національного університету «Львівська політехніка». Комп'ютерна інженерія та інформаційні технології. — Львів: 2011. — № 652. — С. 239-243.
- [4] П'янило Я. Д., П'янило М. Г. Дослідження впливу параметрів пласту та привибійної області свердловини на розрахунок дебіту свердловини // Вісник ДУ «Львівська політехніка». Комп'ютерна інженерія та інформаційні технології. — 2002. — № 392. — С. 45-49.

Ярослав П'янило, Петро Вавричук

Визначення швидкості руху газоводяного контакту в процесі роботи підземних сховищ газу

- [5] Математичне моделювання процесу руху газу в системі пласт підземного сховища газу–магістральний газопровід / Р. Л. Вечерік, Я. Д. П'янило, М. Г. Притула, Ю. Б. Хасцький // Нефть и газ. — 2004. — № 6. — С. 83-89.
- [6] Time lapse seismic for the development of an underground gas storage / A. Schuck, F. Rost, P. Czolbe, M. Klafki // EAGE 64th Conference & Exhibition. — Florence, Italy, 27-30 May 2002. — P. 1-4.
- [7] Трубопроводный транспорт газа / С. А. Бобровский, С. Г. Щербаков, Е. И. Яковлев. — Москва: Наука, 1976. — 495 с.

Calculation of the gas-water boundary speed during operation of underground gas storage

Yaroslav Pyanylo, Petro Vavrychuk

The operation of an underground gas storage partially filled with fossil water has been investigated. The algorithm for calculation of waterflooding speed has been developed. Having the gas hydrodynamic «water stratum – gas gathering facility» compound, it has been proposed the method for finding the time needed for the water to well up in the well.

Определение скорости движения газоводяного контакта в процессе работы подземных хранилищ газа

Ярослав Пянило, Петро Вавричук

Исследована работа подземного хранилища с подошвенной водой. Разработан алгоритм определения скорости заводнения скважины. На основании газогидродинамической увязки «водяной пласт – газосборный пункт» предложена методика определения времени, за которое вода может подойти к устью скважины.

Отримано 28.11.13