

Контактна взаємодія тіл за наявності в міжповерхневому зазорі ідеального газу та рідинних містків

Богдан Слободян¹, Сергій Чижик², Ростислав Мартиняк³

¹ к. ф.-м. н., Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, вул. Наукова, 3б, Львів, 79060, e-mail: labmtd@iapmm.lviv.ua

² д. т. н., професор, член-кор. НАН Білорусі, Інститут тепло- і масообміну імені А. В. Ликова Національної академії наук Білорусі, вул. П. Бровки, 15, Мінськ, 220072, e-mail: chizhik_sa@tut.by

³ д. ф.-м. н., с. н. с., Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, вул. Наукова, 3б, Львів, 79060, e-mail: labmtd@iapmm.lviv.ua

Досліджено контактну взаємодію двох пружних тіл, одне з яких має поверхневу виїмку, що зумовлює зазор між тілами. Зазор у крайніх частинах містить міжповерхневі містки з нестисливої рідини, яка змочує поверхні тіл, а у центральній частині — ідеальний газ, тиск якого змінюється у процесі навантаження й описується рівнянням Клапейрона-Менделєєва. Використовуючи метод функцій міжконтактних зазорів, задачу зведено до сингулярного інтегрального рівняння на висоту зазору, яке розв'язано аналітично. Отримано систему трьох трансцендентних рівнянь для знаходження тиску газу, ширини зазору та ширини ділянки з газом і запропоновано методуку її розв'язування. Проаналізовано залежність ширини ділянки з газом, ширини зазору та тиску заповнювача на поверхні тіл від навантаження, кількості газу в зазорі та поверхневого натягу рідини.

Ключові слова: контактна взаємодія, виїмка, міжповерхневий зазор, ідеальний газ, рідинні містки, поверхневий натяг.

Вступ. Тонкі шари води, конденсуючись чи адсорбуючись на поверхні тіл з атмосфери, покривають їх тонкою плівкою. Під час контактної взаємодії таких тіл проявляється капілярний ефект — волога під дією поверхневого натягу переміщається в більш вузькі місця міжконтактних зазорів, де утворюються рідинні містки.

Капілярні явища можуть відігравати важливу роль під час роботи мікро- та нановиміральної техніки, зокрема головки мікроскопа теплового сканування (SThM — scanning thermal microscope), атомного силового мікроскопа (AFM — atomic force microscope) [1], записуючих головок жорстких дисків (HDD — hard disk drive) [2]. В останнє десятиліття активно ведуться дослідження біомеханічної поведінки живих тканин з урахування поверхневого натягу рідини в області контакту [3].

Теоретичні дослідження контакту тіл із неузгодженими поверхнями (згідно з класифікацією К. Джонсона [4]), для яких властивий локальний контакт, з урахуванням капілярних явищ проведено у працях [5-7]. Вивчено взаємодію тіл з узгодженими поверхнями, якщо зазор між ними цілком заповнений рідиною чи газом і капілярні явища не проявляються [8-11].

Неповний контакт тіл із виїмками різної форми, якщо міжповерхневі зазори містять рідинні містки, розглянуто у працях [12-14]. У роботі [15] досліджено взаємодію тіл у разі зазору, зумовленого еліптичною в перерізі виїмкою з кутовими точками, що містить одночасно рідинні містки й ідеальний газ, тиск якого змінюється у процесі навантаження, за умови, що ширина зазору залишається незмінною.

У цій праці досліджено взаємодію тіл, одне з яких має виїмку гладкої форми, зазор між якими містить рідинні містки на краях та ідеальний газ посередині, якщо ширина зазору та тиск рідини й газу змінюються зі зміною зовнішнього навантаження.

1. Формулювання задачі

Розглянемо взаємодію двох пружних ізотропних півпросторів із різних матеріалів. Один із них має плоску межу, а межа іншого — плоска скрізь, за винятком нескінченної смуги шириною $2c$, де вона має пологу поверхневу виїмку, форма якої описується функцією $r(x) = A(1 - x^2/c^2)^{3/2}$, A — максимальна висота виїмки, $A \ll c$

(рис. 1). Тіла притискаються один до одного зовнішнім тиском на нескінченності $\sigma_y = -P^\infty$ і контактують, перебуваючи в умовах плоскої деформації. Тому розглянемо взаємодію двох півплощин D_1 і D_2 , утворених перетином півпросторів площиною, перпендикулярною до твірної поверхневої виїмки (рис. 2). Внаслідок виїмки безпосередній механічний контакт тіл неповний і між ними утворюється зазор шириною $2b$. На краях зазору конденсується чи адсорбується рідина, яка утворює два симетричні міжповерхневі містки (рис. 2). Вважаємо, що рідина нестислива, тобто її об'єм V_0 незмінний, і повністю змочує поверхні тіл, тобто краєвий кут змочування $\theta = 0^\circ$ [16]. У середній частині зазору ширини $2a$ між рідинними містками перебуває ідеальний газ, тиск P_1 якого описується рівнянням Клапейрона-Менделєєва:

$$P_1 V_1 = m_1 R T / \mu_1, \quad (1)$$

де m_1 і V_1 — маса й об'єм газу, що припадають на одиницю довжини зазору в його поздовжньому напрямі, перпендикулярному до площини xOy ; μ_1 — молярна маса газу; T — температура газу; R — універсальна газова стала.

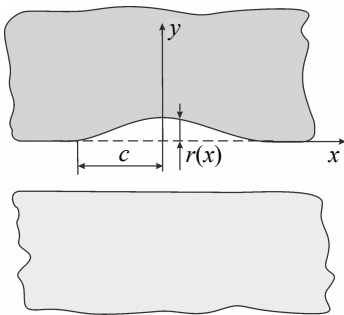


Рис. 1

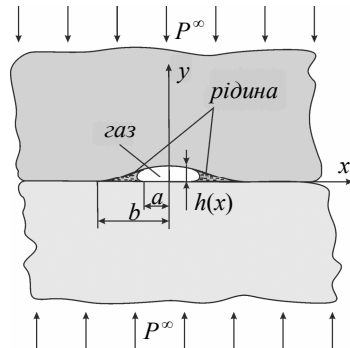


Рис. 2

Меніск — бокова поверхня рідини, що межує з газом — у перерізі має форму дуги кола радіуса R . Внаслідок кривини меніска та поверхневого натягу рідини σ тиск рідини P_2 менший за тиск газу P_1 , і перепад між ними визначається за формулою Лапласа [16]

$$P_1 - P_2 = \sigma/R.$$

Оскільки висота зазору $h(x)$ — мала та рідина повністю змочує поверхні, ми можемо вважати, що бокова поверхня меніска є пів циліндром, діаметр якого рівний висоті зазору в точках $x = \pm a$ виходу меніска на межу тіл ($2R = h(a)$). Тоді з формули Лапласа випливає такий взаємозв'язок між тиском рідини P_2 , тиском газу P_1 , поверхневим натягом σ та висотою меніска $h(a)$

$$P_1 - P_2 = \frac{2\sigma}{h(a)}.$$

У процесі навантаження змінюється форма зазору, тобто його ширина та висота $h(x)$, і ширина ділянки з рідиною. Вважаємо, що на ділянках безпосереднього контакту поверхонь $|x| \geq b$ сили тертя не виникають.

Отже, граничні умови контактної задачі мають вигляд:
на ділянках контакту $|x| > b$:

$$\sigma_y^+ = \sigma_y^-, \quad \tau_{xy}^- = \tau_{xy}^+ = 0, \quad (2)$$

$$v^+ = v^- - r(x), \quad b < |x| < c, \quad v^+ = v^-, \quad |x| > c; \quad (3)$$

на ділянці міжконтактного зазору:

на ділянці дії газу $|x| < a$:

$$\sigma_y^+ = \sigma_y^- = -P_1, \quad \tau_{xy}^+ = \tau_{xy}^- = 0; \quad (4)$$

на ділянці з рідиною $a < |x| < b$:

$$\sigma_y^+ = \sigma_y^- = -P_2, \quad \tau_{xy}^+ = \tau_{xy}^- = 0; \quad (5)$$

на нескінченності:

$$\sigma_y = -P^\infty, \quad \sigma_x = 0, \quad \tau_{xy} = 0. \quad (6)$$

Тут $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ — компоненти тензора напружень; v — складник вектора переміщення вздовж осі Oy ; знаками «+» і «-» позначено граничні значення функції за прямування точки до осі Ox у верхній і нижній півплощині ($y \rightarrow \pm 0$).

Умова збереження кількості рідини в зазорі з урахуванням її нестисливості має вигляд

$$\int_a^b h(x) dx - \frac{h^2(a)}{8} \pi = \text{const} = \frac{1}{2} V_0. \quad (7)$$

2. Розв'язання задачі

Використовуючи метод комплексних потенціалів [17] і метод функцій міжконтактних зазорів [12], напруження та переміщення в контактуючих півплощинах D_k ($k = 1, 2$) подамо через висоту виїмки $r(x)$ і зазору $h(x)$ у вигляді

$$\sigma_y - i\tau_{xy} = \Phi_k(z) - \Phi_k(\bar{z}) + (z - \bar{z})\overline{\Phi'_k(z)} - P^\infty, \quad z \in D_k, \quad (8)$$

$$2G_k(u' + iv') = \kappa_k \Phi_k(z) + \Phi_k(\bar{z}) - (z - \bar{z})\overline{\Phi'_k(z)} + \frac{3 - \kappa_k}{4} P^\infty, \quad z \in D_k, \quad (9)$$

$$\Phi_1(z) = -\Phi_2(z) = (-1)^{k+1} \left(\frac{1}{\pi K} \int_{-c}^c \frac{r'(t)}{t-z} dt - \frac{1}{\pi K} \int_{-b}^b \frac{h'(t)}{t-z} dt \right), \quad z \in D_k, \quad k=1,2, \quad (10)$$

а для визначення заздалегідь невідомої функції висоти зазору $h(x)$ отримаємо сингулярне інтегральне рівняння (СІР)

$$-\frac{2}{\pi} \int_{-b}^b \frac{h'(t)}{t-x} dt = \frac{3A}{c} \left(\frac{x^2}{c^2} - \frac{1}{2} \right) + K(P^\infty - P(x)), \quad P(x) = \begin{cases} P_1, & |x| < a, \\ P_1 - \frac{2\sigma}{h(a)}, & a < |x| < b. \end{cases} \quad (11)$$

Тут $z = x + iy$ — комплексна змінна, $\Phi_k(z)$ ($k=1,2$) — голоморфні в D_k функції, які зникають на нескінченності; $\kappa_k = 3 - 4\nu_k$; G_k, ν_k — модуль зсуву та коефіцієнт Пуассона півплощини D_k , $K = K_1 + K_2$, $K_k = (1 + \kappa_k)/(2G_k)$, $k=1,2$.

Внаслідок плавного змикання берегів зазору виконується умова

$$h'(\pm b) = 0. \quad (12)$$

Обмежений розв'язок рівняння (11), що задовольняє умову (12), має вигляд:

$$h'(x) = \frac{K\sigma}{2\pi h(a)} (\Gamma(b, x, -a) - \Gamma(b, x, a)) - \frac{3A}{c^3} x \sqrt{b^2 - x^2}, \quad (13)$$

$$\text{де } \Gamma(a, x, t) = \ln \frac{a^2 - tx + \sqrt{(a^2 - x^2)(a^2 - t^2)}}{a^2 - tx - \sqrt{(a^2 - x^2)(a^2 - t^2)}}.$$

Інтегруючи функцію $h'(x)$ з урахуванням умови $h(\pm b) = 0$, визначимо висоту зазору

$$h(x) = \frac{K\sigma}{2\pi h(a)} ((x+a)\Gamma(b, x, -a) - (x-a)\Gamma(b, x, a)) + \frac{A}{c^3} (b^2 - x^2)^{3/2}. \quad (14)$$

Права частина рівності (14) містить невідому заздалегідь величину $h(a)$ — висоту зазору в точках виходу меніска на границю тіл. Покладаючи у залежності (14) $x = a$, одержимо квадратне рівняння щодо $h(a)$, розв'язок якого має вигляд

$$h(a) = \frac{A}{c^3} (b^2 - a^2)^{3/2} \pm \sqrt{\left(\frac{A}{c^3}\right)^2 (b^2 - a^2)^3 + 4 \frac{Ka\sigma}{\pi} \ln \frac{b}{a}}. \quad (15)$$

У формулі (15) перед радикалом потрібно вибрати знак «+», зважаючи на те, що у разі вибору знака «-» отримаємо фізично недостовірний результат $h(a) < 0$, що означає від'ємну висоту меніска.

Як відомо з теорії сингулярних інтегральних рівнянь [18], обмежений розв'язок рівняння (11) існує за виконання додаткової умови на його праву частину, з якої випливає рівняння

$$(KP^\infty - KP_1)\pi - \frac{2K\sigma}{h(a)}\left(2\arcsin\frac{a}{b} - \pi\right) + \frac{3\pi A}{2c}\left(\frac{b^2}{c^2} - 1\right) = 0. \quad (16)$$

Підставивши функцію $h(x)$ (14) в умову збереження кількості рідини (7) і рівняння Клапейрона-Менделєєва (1), отримаємо ще два рівняння

$$\begin{aligned} & \frac{2K\sigma}{h(a)}a^2 \ln\frac{b}{a} + \frac{3}{8}\frac{A}{c^3}b^4\left(\arcsin\frac{a}{b} - \frac{\pi}{2}\right) + \frac{1}{4}\frac{A}{c^3}a(b^2 - a^2)^{3/2} + \\ & + \frac{3}{8}\frac{A}{c^3}ab^2\sqrt{b^2 - a^2} - \frac{1}{8}h^2(a)\pi - \frac{1}{2}V_0 = 0. \end{aligned} \quad (17)$$

$$P_1\left[\frac{4K\sigma a^2}{\pi h(a)}\ln\frac{b}{a} + \frac{3Ab^2}{4c^3}\left(a\sqrt{b^2 - a^2} + b^2\arcsin\frac{a}{b}\right) + \frac{\pi}{4}h^2(a)\right] = \frac{m_1}{\mu_1}RT. \quad (18)$$

Співвідношення (16)-(18) утворюють систему трансцендентних рівнянь, які виражають зв'язок між невідомими заздалегідь параметрами — шириною зазору b , ділянкою дії газу a та тиском газу P_1 , та вхідними параметрами задачі — зовнішнім тиском P^∞ і поверхневим натягом рідини σ .

Зазначимо, що поклавши у співвідношеннях (16), (18) $\sigma = 0$, $a = b$, отримаємо з них два рівняння для визначення ширини зазору b та тиску газу P_1 у випадку, якщо зазор заповнений лише газом [10].

З рівняння (18) визначимо тиск газу P_1 через параметри a , b :

$$P_1 = \frac{m_1}{\mu_1}RT\left[\frac{4K\sigma a^2}{\pi h_0}\ln\frac{b}{a} + \frac{3Ab^2}{4c^3}\left(a\sqrt{b^2 - a^2} + b^2\arcsin\frac{a}{b}\right) + \frac{\pi}{4}(h(a))^2\right]^{-1}, \quad (19)$$

Підставивши тепер $h(a)$ (15) і P_1 (19) у співвідношення (16) і (17), отримаємо систему трансцендентних рівнянь для визначення a і b , яку запишемо в безрозмірному вигляді

$$\begin{cases} \left(\tilde{P}^\infty - \tilde{P}_1\right)\pi - \frac{2\tilde{\sigma}}{\tilde{h}_0}\left(2\arcsin\frac{\tilde{a}}{\tilde{b}} - \pi\right) + \frac{3\pi}{2}\tilde{A}\left(\tilde{b}^2 - 1\right) = 0, \\ \frac{2\tilde{\sigma}\tilde{a}^2}{\tilde{h}_0}\ln\frac{\tilde{b}}{\tilde{a}} + \frac{3}{8}\tilde{A}\tilde{b}^4\left(\arcsin\frac{\tilde{a}}{\tilde{b}} - \frac{\pi}{2}\right) + \frac{1}{4}\tilde{A}\tilde{a}\left(\tilde{b}^2 - \tilde{a}^2\right)^{3/2} + \\ + \frac{3}{8}\tilde{A}\tilde{a}\tilde{b}^2\sqrt{\tilde{b}^2 - \tilde{a}^2} - \frac{1}{8}\tilde{h}_0^2\pi = \tilde{V}_0\tilde{A}\frac{3\pi}{16}. \end{cases}, \quad (20)$$

Тут введено такі безрозмірні величини: маса газу $\tilde{m} = \frac{m_1}{\mu_1} RTK$; висота меніска

$$\tilde{h}_0 = \tilde{A}(\tilde{b}^2 - \tilde{a}^2)^{3/2} + \sqrt{\tilde{A}^2(\tilde{b}^2 - \tilde{a}^2)^3 + 4\frac{\tilde{a}\tilde{\sigma}}{\pi}\ln\frac{\tilde{b}}{\tilde{a}}}$$
; тиск газу в міжконтактному зазорі

$$\tilde{P}_1 = \tilde{m} \left(\frac{4\tilde{\sigma}\tilde{a}^2}{\pi\tilde{h}_0}\ln\frac{\tilde{b}}{\tilde{a}} + \frac{3}{4}\tilde{A}\tilde{b}^2\tilde{a}\sqrt{\tilde{b}^2 - \tilde{a}^2} + \frac{3}{4}\tilde{A}\tilde{b}^4\arcsin\frac{\tilde{a}}{\tilde{b}} + \frac{\pi}{4}\tilde{h}_0^2 \right)^{-1}$$
; висота міжконтакт-

ного зазору $\tilde{h} = h/c$; ширина ділянки дії газу $\tilde{a} = a/c$; ширина міжконтактного зазору $\tilde{b} = b/c$; поверхневий натяг рідини $\tilde{\sigma} = K\sigma/c$; тиск на нескінченності $\tilde{P}^\infty = KP^\infty$; максимальна висота виїмки $\tilde{A} = A/c$; об'єм рідини $\tilde{V}_0 = V_0/V$, де V — об'єм виїмки.

Оскільки зовнішнє зусилля \tilde{P}^∞ входить у систему (20) лінійно, її числове розв'язування можна спростити, якщо за невідомі вибрати \tilde{P}^∞ і \tilde{a} , вважаючи ширину зазору \tilde{b} відомою та змінювати її в межах фізично допустимого діапазону. Його верхня межа дорівнює 1, що відповідає рівності ширини зазору ширині виїмки, нижня межа — та, за якої $\tilde{a} = 0$, що відповідає злиттю двох рідинних містків. Тоді, при заданому \tilde{b} , друге рівняння системи буде рівнянням з одним невідомим \tilde{a} . Це рівняння числово розв'язувалося двома різними методами: методом поділу відрізка пополам та методом Ньютона. Результати збіглися. Знаючи \tilde{a} і \tilde{b} , з першого рівняння визначаємо \tilde{P}^∞ .

3. Числові результати та їх аналіз

Числові розрахунки проведено для виїмки, максимальна висота якої $\tilde{A} = 0,001$. На поверхні тіл вздовж зазору нормальні напруження за модулем більші на ділянці контакту з газом, ніж на ділянці контакту з рідиною. Тому визначення ділянки з газом зразу дає нам інформацію про величину частини зазору, вздовж

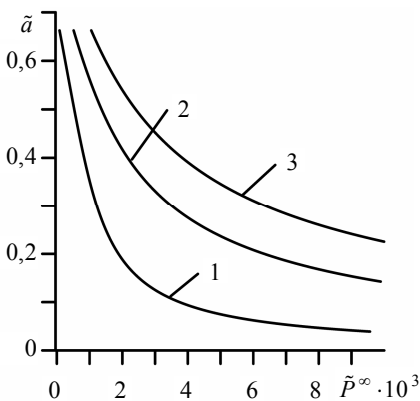


Рис. 3

якої на поверхнях тіл виникає концентрація стискальних нормальних напружень, зумовлених поверхневим натягом рідини. Залежність ширини ділянки з газом, ширини зазору та тиску газу від зовнішнього навантаження зображено на рис. 3-5 відповідно за поверхневого натягу рідини $\tilde{\sigma} = 10^{-8}$, об'єму рідини $\tilde{V}_0 = 0,1$ та різної маси газу в зазорі (крива 1 — $\tilde{m} = 10^{-7}$; крива 2 — $\tilde{m} = 5 \cdot 10^{-7}$; крива 3 — $\tilde{m} = 10^{-6}$). Ширина зазору та ділянки з газом монотонно зменшуються за зростання навантаження. Що більша кількість газу в зазорі, то більші розміри зазору. Це пов'язано з тим,

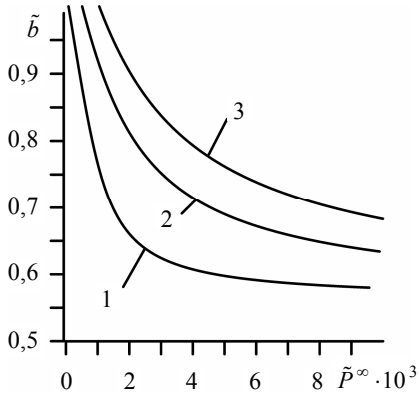


Рис. 4

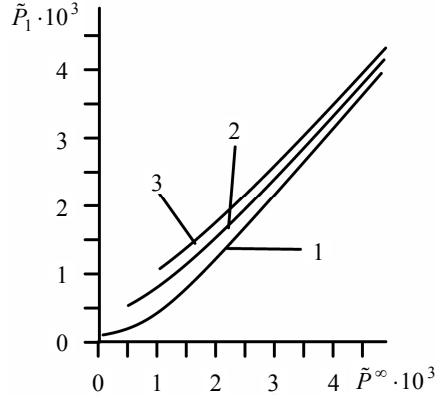


Рис. 5

що за більшої кількості газу його тиск на поверхні тіл зростає. На початковому етапі навантаження тиск газу нелінійно залежить від зовнішнього навантаження, а потім ця залежність стає близькою до лінійної (рис. 5). Що більша маса газу у зазорі, то більший тиск газу.

На рис. 6 проілюстровано залежність ширини ділянки з газом від зовнішнього навантаження для різних поверхневих натягів (крива 1 — $\tilde{\sigma} = 10^{-8}$; крива 2 — $\tilde{\sigma} = 5 \cdot 10^{-8}$; крива 3 — $\tilde{\sigma} = 10^{-7}$), якщо маса газу в зазорі $\tilde{m} = 10^{-7}$ та об'єм рідини $\tilde{V}_0 = 0,1$. Бачимо, що за однакового навантаження збільшення поверхневого натягу рідини зумовлює зменшення ширини ділянки з газом, тобто зменшення частини зазору, на якій у тілах виникає локальна концентрація нормальних поверхневих напружень. У разі великих зовнішніх навантажень поверхневий натяг майже не впливає на ширину ділянки з газом.

На рис. 7 проілюстровано різницю між залежностями ширини ділянки з газом від навантаження, якщо газ в зазорі перебуває під сталим тиском, який не змінюється з навантаженням (крива 1), та якщо зазор заповнено фіксованою кількістю ідеального газу, тиск якого змінюється у процесі навантаження (крива 2)

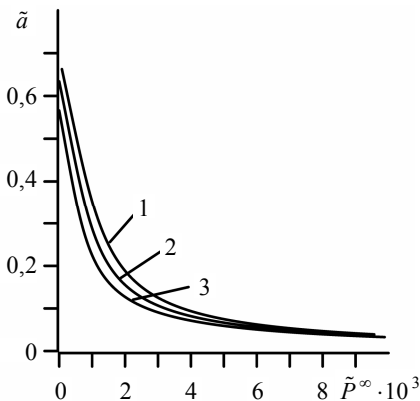


Рис. 6

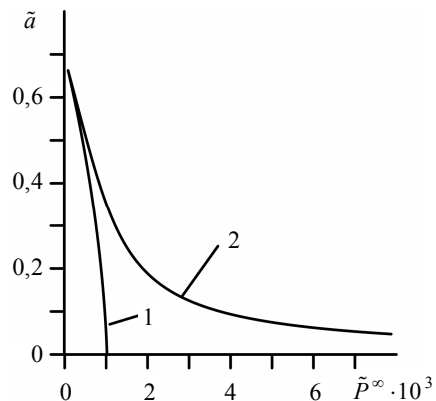


Рис. 7

для наступних параметрів: $\tilde{m} = 10^{-7}$; $\tilde{\sigma} = 10^{-8}$; $\tilde{V}_0 = 0,1$. Перший випадок реалізується, якщо газ може виходити із зазору при навантаженні і його тиск завжди такий, як і тиск у зовнішньому середовищі. У другому випадку газ не може виходити із зазору. Тиск газу у першому випадку $\tilde{P}_1 = 0,82 \cdot 10^{-4}$ вибирався з умови, щоб на початку навантаження, коли ширина зазору дорівнює ширині виїмки, тиск газу в герметичному та негерметичному зазорах були рівні між собою. Бачимо, що ширина ділянки з газом, коли він може виходити із зазору та перебуває під сталим тиском, менша, ніж у випадку газу, що не може виходити з зазору. Це пов'язано з тим, що у другому випадку тиск газу, а значить його опір закриттю зазору, зростає за зменшення розмірів зазору. У першому випадку за зовнішнього навантаження $\tilde{P}^\infty \approx 0,001$ ширина ділянки з газом дорівнює нулеві, тобто рідинні містки зливаються та зазор стає заповненим лише рідиною. У другому випадку цього не відбувається. Проте для відносно малих навантажень ($\tilde{P}^\infty < 0,0006$) ширина ділянки з газом у двох розглянутих випадках практично не відрізняється.

Роботу виконано за підтримки Державного фонду фундаментальних досліджень (проект №Ф54.1/042) та Білоруського республіканського фонду фундаментальних досліджень (проект №Ф13К-066).

Література

- [1] Zitzler L., Herminghaus S., Mugele F. Capillary forces in tapping mode atomic force microscopy // Physical review. — 2002. — В 66. — P. 155436.
- [2] Kobatake S., Kawakubo Y., Suzuki S. Laplace pressure measurement on laser textured thin-film disk // Tribology Int. — 2003. — Vol. 36. — P. 329-333.
- [3] Rennie A., Dickrell P., Sawyer W. Friction coefficient of soft contact lenses: measurements and modeling // Tribology Letters. — 2005. — Vol. 18. — P. 499-504.
- [4] Джонсон К. Механика контактного взаимодействия: Пер. с англ. — Москва: Мир, 1989. — 510 с.
- [5] Горячева И. Г., Маховская Ю. Ю. Контактное взаимодействие упругих тел при наличии капиллярной адгезии // Прикл. математика и механика. — 1999. — Т. 63, № 1. — С. 128-137.
- [6] Чижик С. А. Капиллярный механизм адгезии и трения шероховатых поверхностей, разделенных тонким слоем жидкости // Трение и износ. — 1994. — Т. 15, № 1. — С. 11-26.
- [7] Zheng Jie, Streutor J. L. A liquid bridge between two elastic half-spaces: A theoretical study of interface instability // Tribology Letters. — 2004. — Vol. 16, No 1-2. — P. 1-9.
- [8] Kit G. S., Martynyak R. M., Machishin I. M. The effect of fluid in the contact gap on the stress state of conjugate bodies // International Applied Mechanics. — 2003. — Vol. 39, No 3. — P. 292-299.
- [9] Martynyak R. M., Slobodyan B. S. Contact of elastic half spaces in the presence of an elliptic gap filled with liquid // Materials Science. — 2009. — Vol. 45, No 1. — P. 66-71.
- [10] Martynyak R. M. The contact of a half-space and an uneven base in the presence of an intercontact gap filled by an ideal gas // J. of Mathematical Sciences. — 2001. — Vol. 107, No 1. — P. 3680-3685.
- [11] Martynyak R. M. Mechanothermodiffusion interaction of bodies with regard for the filler of intercontact gaps // Materials Science. — 2000. — Vol. 36, No 2. — P. 300-304.
- [12] Мартиняк Р. М., Слободян Б. С. Взаємодія двох тіл за наявності капілярів у міжконтактному зазорі // Мат. методи та фіз.-мех. поля. — 2006. — Т. 49, № 1. — С. 164-173.
- [13] Мартиняк Р. М., Слободян Б. С. Вплив рідинних містків у міжповерхневому просвіті на контакт тіл із податливих матеріалів // Фіз.-хім. механіка матеріалів — 2008. — Т. 44, № 2. — С. 7-13. (Martynyak R. M., Slobodyan B. S. Influence of liquid bridges in the interface gap on the contact of bodies made of compliant materials // Materials Science. — 2008. — Vol. 44, No 2. — P. 147-155.)

- [14] *Мартиняк Р. М., Слободян Б. С. Зеленьк В. М.* Тиск пружного півпростору на жорстку основу з прямокутною виїмкою за наявності між ними рідинного містка // *Мат. методи та фіз.-мех. поля.* — 2008. — Т. 51, № 1. — С. 150-156. (*Martynyak R. M., Slobodyan B. S., Zelenyak V. M.* Pressure of an elastic half space on a rigid base with rectangular hole in the case of a liquid bridge between them // *J. of Mathematical Sciences.* — 2009. — Vol. 160, No 6. — P. 470-477.)
- [15] *Слободян Б., Мартиняк Р.* Моделювання взаємодії тіл з урахуванням поверхневого натягу рідини в міжконтактному просвіті // *Фіз.-мат. моделювання та інформ. технології.* — 2007. — Вип. 6. — С. 19-29.
- [16] *Арцыбашев С. А.* Курс физики. Часть 1. Механика и теплота. — Москва: Гос. уч.-пед. изд-во М-ва просвещения РСФСР, 1951. — 672 с.
- [17] *Мухелишвили Н. И.* Некоторые основные задачи математической теории упругости. — Москва: Изд-во АН СССР, 1954. — 648 с.
- [18] *Мухелишвили Н. И.* Сингулярные интегральные уравнения. — Москва: Гос. изд-во физ.-мат. л-ры, 1962. — 600 с.

Contact interaction between bodies at the presence of ideal gas and liquid bridges in the interface gap

Bogdan Slobodian, Sergei Chizhik, Rostyslav Martynyak

The contact interaction between two elastic bodies, one of which has a surface groove causing a gap between the bodies, is investigated. The gap contains liquid bridges in parts adjacent to its ends and an ideal gas in its central part. It is assumed that the liquid is incompressible and wets the surfaces of the bodies, and that the pressure of the gas varies with load and is described by the Clapeyron-Mendeleev equation. Using the method of functions of intercontact gaps, the problem is reduced to a singular integral equation for the height of the gap, which is solved analytically. The system of three transcendental equations is obtained for evaluating the gas pressure, the width of the gap and the width of the gas zone, and the technique for its solving is proposed. The effect of the applied load, gas amount and surface tension of the liquid on the width of the gap zone, the width of the gap and the filler pressure on the surfaces of the bodies is analyzed.

Контактное взаимодействие тел при наличии в межповерхностном зазоре идеального газа и жидкостных мостиков

Богдан Слободян, Сергей Чижик, Ростислав Мартыняк

Исследовано контактное взаимодействие двух упругих тел, одно из которых имеет поверхностную выемку, что обуславливает наличие зазора между телами. Зазор в крайних частях содержит межповерхностные мостики с несжимаемой жидкостью, которая полностью смачивает поверхности тел, а в центральной части — идеальный газ, давление которого изменяется в процессе нагружения и описывается уравнением Клапейрона-Менделеева. С использованием метода функций межконтактных зазоров задача сведена к сингулярному интегральному уравнению относительно высоты зазора, которое решено аналитически. Получена система трех трансцендентных уравнений для нахождения давления газа, ширины зазора и ширины участка с газом и предложена методика ее решения. Проанализирована зависимость ширины участка с газом, ширины зазора и давления заполнителя на поверхности тел от нагрузки, количества газа в зазоре и поверхностного натяжения жидкости.

Отримано 24.11.13