# Задача неруйнівного визначення залишкових напружень у трубопроводі за даними магнітопружних вимірювань

# Василь Чекурін<sup>1</sup>, Леся Постолакі<sup>2</sup>

<sup>1</sup> д. ф.-м. н., професор, Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, вул. Наукова, 36, Львів, 79060, Україна, Kujawy and Pomorze University in Bydgoszcz, 55-57, Torunska str., 85-023, Bydgoszcz, Poland, e-mail: v.chekurin@gmail.com

<sup>2</sup> к. ф.-м. н., Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, вул. Наукова, 36, Львів, 79060, Україна

Розглянуто пряму й обернену задачі неруйнівного визначення осесиметричних залишкових напружень в околі кільцевого зварного шва в довгому циліндричному трубопроводі на основі емпіричних даних, отриманих із використанням магнітопружного методу. Для врахування залишкових напружень і формулювання прямої задачі застосовано відому модель несумісних деформацій, які неперервно розподілені у вузькій області околу шва безмежної циліндричної оболонки. Оскільки інформативність емпіричних даних, отриманих магнітопружним методом, недостатня для відновлення розподілу несумісних деформацій у зоні шва в усій повноті, то для формулювання оберненої задачі використано математичну модель, у якій несумісні деформації зосереджені на площині, що розділяє дві півбезмежні циліндричні оболонки. З використанням методу обчислювального експерименту досліджено розв'язок оберненої задачі та зіставлено його з відповідним розв'язком прямої задачі.

**Ключові слова:** залишкові зварювальні напруження, неруйнівне визначення, магнітопружний метод, пряма й обернена задачі.

Вступ. Залишкові зварювальні напруження можуть істотно впливати на тривалу міцність трубопроводів, а відтак на терміни їхньої експлуатації. Тому проблема неруйнівного визначення залишкових напружень є практично важлива. Розрахункові методи, зазвичай, не дають можливості визначати залишкові напруження з точністю, достатньою для інженерних застосувань. Це пов'язано зі складністю фізико-механічних процесів, які перебігають у зоні термічного впливу під час зварювання. Внаслідок цього математичні моделі, які описують взаємопов'язані теплові, механічні, електромагнітні та інші фізичні процеси, які супроводжують процес зварювання, є істотно нелінійні, містять велику кількість залежних від температури характеристик, матеріалів та інших параметрів стану, а також від умов, за яких відбувається зварювання тощо. Тож, застосування таких моделей в інженерній практиці обмежено двома причинами: а) необхідністю експериментального визначення усіх параметрів цих моделей, б) складністю та громіздкістю прямих задач, сформульованих на їхній основі.

Застосовуючи відомий підхід, за яким джерелом залишкових напружень у тілі є несумісні деформації  $e_{ii}^0$ ,  $i, j = \overline{1,3}$ , що виникають під час зварювання

в зоні термічного впливу [1], отримуємо значно простіші задачі визначення залишкових напружень [2], оскільки із розгляду виключаються процеси, які відбуваються у металі тіла труби під час зварювання, а розглядається лише актуальний стан об'єкта. Якщо функції, які визначають просторові розподіли компонент несумісних деформацій  $e_{ij}^0(r,\theta,z)$ , де  $r,\theta,z$  — циліндричні координати, до яких віднесене тіло труби, є апріорі відомі, то в межах такого підходу можна сформулювати прямі задачі визначення залишкових напружень. У публікаціях [2-4], обмежуючись випадком осьової симетрії, проведено низку досліджень прямих задач такого типу. Тут використовували певні модельні подання для компонент несумісних деформацій  $e_{ij}^0$ , залежних від осьової та товщинної координат. Деякі результати цих досліджень були апробовані експериментально з використанням методу голографічної спекл-інтерферометрії [5].

Проте, цей метод є частково руйнівний. До того ж залишкові напруження можуть змінюватися в процесі експлуатації. Тому постає проблема моніторингу напружено-деформованого стану тіла труби упродовж усього циклу її експлуатації. Для цього можна використовувати апостеріорну інформацію, отриману in situ з використанням неруйнівних фізичних методів.

Для оцінювання напружень у трубопроводах в умовах їхньої експлуатації найчастіше використовують ультразвуковий і магнітопружний методи [6]. Проте ці методи не дають можливості визначати реальні розподіли компонент напружень у тілі труби, а дають лише значення деяких параметрів, які опосередковано свідчать про рівень напружень. Однак, застосовуючи математичну модель залишкових напружень, яка базується на концепції несумісних деформацій, разом із цими апостеріорними параметрами можна сформулювати відповідні обернені задачі для визначення реальних розподілів компонент напружень у тілі труби. Приклади реалізації такого підходу можна знайти, зокрема, в публікаціях [7-9].

Метою цієї статті є формулювання та чисельне дослідження прямої й оберненої задач неруйнівного визначення осесиметричних напружень у довгій прямолінійній циліндричній трубі, звареній кільцевим швом, на основі даних, отриманих магнітопружним методом.

# 1. Магнітопружний метод неруйнівного визначення параметрів залишкових напружень

Суть магнітопружного методу базується на залежності магнітної проникливості металу труби від величини напружень. Вимірювання здійснюють, використовуючи спеціальні магнітні сенсори, які містять намагнічувальну та вимірювальну обмотки. Осі котушок взаємно перпендикулярні. Під час вимірювань намагнічувальна котушка створює в матеріалі змінний магнітний потік паралельний до її осі. Внаслідок наведеної механічними напруженнями магнітної анізотропії матеріалу, виникає паралельна до осі вимірювальної обмотки складова намагніченості матеріалу Ця складова наводить у вимірювальній котушці змінну напругу, амплітуда U якої залежить від рівня напружень. Застосовуючи такий перетворювач,

можна емпірично оцінити різницю значень головних напружень  $\sigma_I$  та  $\sigma_{II}$  на поверхні об'єкта за формулою [10]

$$\sigma_{\rm I} - \sigma_{\rm II} = KU \,, \tag{1}$$

де K — стала магнітопружного перетворювача, яка залежить від його конструктивних параметрів, індуктивностей намагнічувальної та вимірювальної котушок, амплітуди  $I_0$  сили струму в намагнічувальній котушці, характеристик матеріалу. Цю сталу визначають шляхом тарування перетворювача.

Вимірюючи вихідної напруги  $U_k, k \in \overline{1,2N}$  магнітопружного перетворювача на різних віддалях  $z_k$  від зварного шва та застосовуючи формулу (1), знаходимо в дискретній множині точок апостеріорну залежність різниці  $\Delta \sigma_k^e$  головних напружень  $\sigma_{zz}^e$  та  $\sigma_{\theta\theta}^e$  на зовнішній поверхні труби від координати z уздовж цієї труби. Використаємо її як вхідні дані для розв'язування оберненої задачі, яку сформулюємо нижче.

Слід підкреслити, що отримані у такий спосіб дані є обмежені за інформативністю, оскільки відстань між точками їхнього відбору на поверхні труби дорівнює за порядком величини ширині зони термічного впливу 2*d*. Це не дає можливості здійснити вимірювання безпосередньо у зоні шва, в якій локалізовані несумісні деформації. Цю властивість даних врахуємо під час формулювання оберненої задачі.

# 2. Модель осесиметричних залишкових напружень у довгій трубі, звареній однорідним кільцевим швом

Розглянемо стикове зварне з'єднання однорідним кільцевим швом двох труб однакової товщини та діаметра. В околі зварного шва діють осесиметричні залишкові напруження, зумовлені несумісними деформаціями  $e_{zz}^0$  та  $e_{\theta\theta}^0$ , які відмінні від нуля лише в зоні термічного впливу.

Оскільки залишкові напруження самозрівноважені, то вони швидко згасають з віддаленням від зварного шва. Тому моделюватимемо таку трубу безмежною циліндричною оболонкою.

У межах концепції несумісних деформацій визначення залишкових напружень в оболонці можна звести до розв'язування рівняння [2]

$$\frac{\partial^4 u(\xi)}{\partial \xi^4} + 4a^4 u(\xi) = f(\xi), \qquad (2)$$

де  $a^4 = 3(1-v^2)/\eta^2$ ; u = w/h та  $\eta = h/R$  — безрозмірні прогин і товщина оболонки,  $\xi = z/R$  — безрозмірна осьова координата, v — коефіцієнт Пуассона,  $f(\xi)$  — функція, що визначається через усереднені за товщинною координатою компоненти тензора вільних деформацій  $\varepsilon_{zz}^0$  та  $\varepsilon_{\theta\theta}^0$  [2]. У працях [3, 11] запропоновано різні модельні аналітичні подання для функцій  $\varepsilon_{zz}^0$  та  $\varepsilon_{\theta\theta}^0$ , використання яких дає змогу отримати розв'язок рівняння (2) у замкненому вигляді, а відтак розрахувати залишкові напруження  $\sigma_{zz}(\xi)$  та  $\sigma_{\theta\theta}(\xi)$  за відомими формулами теорії циліндричних оболонок [2].

### 3. Пряма задача неруйнівного визначення залишкових напружень

Пряма задача неруйнівного визначення залишкових напружень полягає у визначенні інформативних параметрів магнітопружного зондування із використанням математичної моделі (1) взаємодії зондувального магнітного поля з полем напружень в оболонці та математичної моделі залишкових напружень за заданих розподілів компонент несумісних деформацій  $\varepsilon_{zz}^0$  та  $\varepsilon_{\theta\theta}^0$ .

Розв'язування цієї задачі зводиться до розв'язування рівняння (2) за умови заникання розв'язку на безмежності

$$\lim_{\xi \to \pm \infty} u(\xi) = 0 \tag{3}$$

та обчислення за знайденим розв'язком вимірювальних параметрів магнітопружного зондування з використанням формули (1).

Розв'язок рівняння (2) за умови (3) має вигляд

$$u(\xi) = \frac{\exp(a\xi)}{8a^{3}} \left[ -\cos(a\xi) \int_{\xi_{0}}^{\xi} \exp(-ax)(\cos(ax) + \sin(ax)) f(x) dx + \\ +\sin(a\xi) \int_{\xi_{0}}^{\xi} \exp(-ax)(\cos(ax) - \sin(ax)) f(x) dx \right] + \\ + \frac{\exp(-a\xi)}{8a^{3}} \left[ \cos(a\xi) \int_{-\xi_{0}}^{\xi} \exp(ax)(\cos(ax) - \sin(ax)) f(x) dx + \\ +\sin(a\xi) \int_{-\xi_{0}}^{\xi} \exp(ax)(\cos(ax) + \sin(ax)) f(x) dx \right].$$
(4)

Інформативні параметри магнітопружного методу за формулою (1) оцінювали на основі розв'язку прямої задачі, яку розв'язували для труби діаметром 1,420 м та товщиною  $2h = 15, 7 \cdot 10^{-3}$  м, виготовленої із матеріалу з модулем пружності  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа та коефіцієнтом Пуассона v = 0,3. Розглядали випадок симетричного зварного шва, задаючись аналітичними поданнями для розподілів компонент  $\varepsilon_{zz}^0$  та  $\varepsilon_{\theta\theta}^0$  несумісних деформацій у зоні термічного впливу, запропонованими у роботі [3]. У розрахунках обмежилися кульовим тензором вільних деформацій [2]:  $\varepsilon_{zz}^{0}(\xi) = \varepsilon_{\theta\theta}^{0}(\xi) = \varepsilon^{0}(\xi)$ , за якого  $f(\xi) = 4a^{4}\varepsilon^{0}(\xi)/\eta$ . Функцію  $\varepsilon^{0}(\xi)$  приймали у вигляді:

$$\varepsilon^{0}(\xi) = \begin{cases} \varepsilon^{*} \left[ 1 + s \frac{\xi^{2}}{\xi_{0}^{2}} - (3 + 2s) \frac{\xi^{4}}{\xi_{0}^{4}} + (2 + s) \frac{\xi^{6}}{\xi_{0}^{6}} \right], & |\xi| < \xi_{0}, \\ 0, & |\xi| \ge \xi_{0}, \end{cases}$$
(5)

де ε<sup>\*</sup> =  $-5 \cdot 10^{-3}$ ; ξ<sub>0</sub> = d/R = 0,014; s = 3.

Розподіли залишкових напружень, які виникають в околі шва за таких умов, зображені на рис. 1 і 2. З аналізу отриманих результатів випливає, що залишкові напруження, які зумовлені локалізованими у зоні термічного впливу шириною порядку товщини оболонки, несумісними деформаціями, на відстанях порядку половини радіуса оболонки від зварного шва.

Отриманий розв'язок використаємо для моделювання емпіричних даних магнітопружних вимірювань із використанням формули (1).

### 4. Обернена задача

Для формулювання оберненої задачі розглядатимемо математичну модель, що описує залишкові напруження разом із апостеріорними даними, отриманими неруйнівними методами. Щоб застосувати математичну модель (2), необхідні дані, які дозволяють відновити розподіли компонент вільних деформацій  $\varepsilon_{zz}^{0}$  та  $\varepsilon_{\theta\theta}^{0}$  з достатньою точністю. Оскільки за принципом Сен-Венана деталі реальних розподілів компонент  $\varepsilon_{zz}^{0}$  та  $\varepsilon_{\theta\theta}^{0}$  проявляються у поведінці залишкових напружень лише у зоні їхньої локалізації, то слід застосовувати методи, які забезпечують вимірювання безпосередньо в зоні зварного шва. Для цього у праці [5], наприклад, використовували метод, який базується на висвердлюванні глухих отворів у металі тіла оболонки та вимірюванні переміщень поверхні труби оптичним методом, який є частково руйнівним.

Магнітопружний метод [6, 10] є цілком неруйнівний. Він дозволяє отримувати дані про різницю головних напружень на поверхні без внесення структурних змін у тіло труби. Проте база *b* у сучасних магнітопружних перетворювачів, які використовують для таких вимірювань, є не менша 10-15 мм, тобто співмірна із шириною зони термічного впливу:  $b \ge 2d$ . Саме в цій зоні, як було виявлено на основі аналізу результатів розв'язування прямої задачі, напруження різко змінюються. Тому точність даних, отриманих у цій зоні, буде занадто низькою. Натомість дані, отримані поза межами цієї зони будуть достатньо точними, позаяк напруження тут змінюються із координатою доволі плавно.

Тож за застосування магнітопружного методу немає сенсу використовувати для розв'язання оберненої задачі математичну модель (2), оскільки дані, які надає цей метод, недостатні для відновлення деталей розподілів компонент вільної деформації  $\varepsilon_{zz}^0$  та  $\varepsilon_{\theta\theta}^0$  у всій повноті. Тому для опису залишкових зварювальних напружень у тілі труби розглядатимемо її як безмежну циліндричну оболонку, що складається з двох півбезмежних частин, прогини яких  $u^{(1)}(\xi)$ ,  $\xi > 0$  та  $u^{(2)}(\xi)$ ,  $\xi < 0$  визначають рівняння

$$\frac{d^4 u^{(\lambda)}(\xi)}{d\xi^4} + 4a^4 u^{(\lambda)}(\xi) = 0, \quad \lambda = 1, 2,$$
(6)

а на межі контакту виконуються умови несумісності виду:

$$\left( u^{(1)}(\xi) - u^{(2)}(\xi) \right) \Big|_{\xi=0} = \Delta U, \qquad \left( \Theta^{(1)}(\xi) - \Theta^{(2)}(\xi) \right) \Big|_{\xi=0} = \Delta \Theta,$$
  
$$\left( M^{(1)}(\xi) - M^{(2)}(\xi) \right) \Big|_{\xi=0} = \Delta M, \qquad \left( Q^{(1)}(\xi) - Q^{(2)}(\xi) \right) \Big|_{\xi=0} = \Delta Q.$$
 (7)

Тут  $\Delta U$ ,  $\Delta \Theta$ ,  $\Delta M$ ,  $\Delta Q$  є апріорі невідомі величини.

Загальний розв'язок рівнянь (6) має вигляд

$$u^{(\lambda)}(\xi) = \exp\left(-a|\xi|\right) \left(C_1^{(\lambda)}\sin\left(a\xi\right) + C_2^{(\lambda)}\cos\left(a\xi\right)\right),\tag{8}$$

де  $\lambda = 1, \xi > 0; \lambda = 2, \xi < 0; C_j^{(\lambda)}, j = 1, 2$  — невідомі коефіцієнти.

На відміну від моделі (2), в якій джерелом залишкових напружень є несумісні вільні деформації  $\varepsilon_{zz}^0$  та  $\varepsilon_{\theta\theta}^0$ , які неперервно розподілені у вузькій зоні  $|\xi| < \xi_0$ , модель (6), (7) описує залишкові напруження, зумовлені стрибками прогину  $\Delta U$ , кута повороту нормалі  $\Delta \Theta$ , згинального моменту  $\Delta M$  і перерізуючої сили  $\Delta Q$  на лінії контакту двох складових оболонки  $\xi = 0$ .

Перехід від моделі (2) до моделі (6), (7) можна здійснити «зносячи» функції несумісних деформацій, внутрішніх моментів і сил, які діють у вузькій зоні  $|\xi| < \xi_0$ , до поверхні  $\xi = 0$ . Подібний підхід розглядався у статті [9].

Сформулюємо в межах цієї моделі обернену задачу визначення залишкових напружень на основі апостеріорних даних, отриманих магнітопружним методом. Для цього, використовуючи загальний розв'язок (8) та емпіричні дані у вигляді відповідності  $\Delta \sigma_k^e \leftrightarrow z_k$ , введемо функціонал

$$I = \sum_{\lambda=1}^{2} \sum_{k=1}^{2N} \left( \sigma_{zz}^{(\lambda)} \left( \xi_k^{(\lambda)} \right) - \sigma_{\theta\theta}^{(\lambda)} \left( \xi_k^{(\lambda)} \right) - \Delta \sigma_k^{e(\lambda)} \right)^2 \,. \tag{9}$$

У формулі (9)  $\xi_k = z_k/R$  — безрозмірні осьові координати точок відбору даних на поверхні оболонки;  $\sigma_{zz}^{(\lambda)}(\xi)$  та  $\sigma_{\theta\theta}^{(\lambda)}(\xi)$  — осьові та колові напруження на зовнішній поверхні оболонки, визначені за розв'язком (8),  $\Delta \sigma_k^{e(1)}$  та  $\Delta \sigma_k^{e(2)}$  емпіричні дані для точок  $\xi_k^{(1)} > \xi_0$  та  $\xi_k^{(\lambda)} < -\xi_0$ . Функціонал (9) залежить від невідомих констант  $C_j^{(\lambda)}$  і визначає відхилення розв'язку (8) від усіх емпіричних даних. Тож обернена задача зводиться до мінімізації цього функціоналу

$$I(C_1^{(1)}, C_2^{(1)}, C_1^{(2)}, C_2^{(2)}) \to \min.$$
 (10)

Застосовуючи необхідну умову мінімуму до функціоналу (9), отримуємо систему рівнянь стосовно  $C_i^{(\lambda)}$ :

$$\sum_{j=1}^{2} \left( \sum_{k=1}^{2N} M_{ki}^{(\lambda)} M_{kj}^{(\lambda)} \right) C_{j}^{(\lambda)} = \sum_{k=1}^{2N} \Delta \sigma_{k}^{e(\lambda)} M_{ki}^{(\lambda)}, \quad i = 1, 2, \ \lambda = 1, 2, \ \lambda = 1, 2, \ (11)$$

де

$$M_{k1}^{(\lambda)} = \exp((-1)^{\lambda} a\xi_{k}) \left( (-1)^{\lambda+1} (1-\nu) \frac{3}{2a^{2}} \cos(a\xi_{k}) - \eta \sin(a\xi_{k}) \right),$$
  
$$M_{k2}^{(\lambda)} = \exp((-1)^{\lambda} a\xi_{k}) \left( (-1)^{\lambda} (1-\nu) \frac{3}{2a^{2}} \sin(a\xi_{k}) - \eta \cos(a\xi_{k}) \right).$$

Таким чином обернену задачу зведено до системи лінійних алгебраїчних рівнянь (11). За розв'язком цієї системи, використовуючи співвідношення (8) та відомі формули теорії циліндричних оболонок [2], можна розрахувати напруження  $\sigma_{zz}^{(\lambda)}(\xi)$  та  $\sigma_{\theta\theta}^{(\lambda)}(\xi)$ , кут повороту нормалі  $\Theta^{(\lambda)}(\xi)$ , згинальний момент  $M^{(\lambda)}(\xi)$  та поперечну силу  $Q^{(\lambda)}(\xi)$ , а також стрибки  $\Delta U$ ,  $\Delta\Theta$ ,  $\Delta M$  та  $\Delta Q$  на межі контакту двох оболонок, які, за моделлю (6), (7), є джерелом напружень.

#### 5. Числове дослідження розв'язку оберненої задачі

Кількісний аналіз розв'язку оберненої задачі здійснили, використовуючи метод числового експерименту. Щоб отримати вхідні дані для оберненої задачі (10) використовували розв'язок (4) прямої задачі для залежності вільних деформацій, яка визначається формулою (5). Оскільки, як показали результати дослідження інформативних параметрів на основі розв'язку прямої задачі, достатня інформативність даних магнітопружних вимірювань зберігається лише в інтервалі  $\xi \in [-0,5;0,5]$ , то розглядали два інтервали відбору даних  $\xi \in [\xi_0;0,5]$  та  $\xi \in [-0,5;-\xi_0]$ . Максимальну кількість  $N_{\text{max}}$  точок відбору даних вибирали так, щоб відстані між сусідніми точками були не меншими двох довжин бази перетворювача

$$N_{\max} = \left(0, 5R - d\right) / \left(2b\right).$$

Приймаючи b = 15 мм та R = 710 мм, отримуємо  $N_{\text{max}} = 11$ . Вибирали N = 10. За розв'язком (4) прямої задачі обчислювали в точках  $\xi_k^{(1)} = \xi_0 + (0,5-\xi_0)k/N$  та  $\xi_k^{(2)} = -0,5+(0,5-\xi_0)k/N$  значення  $\Delta \sigma_k^{e(\lambda)} = \sigma_{zz}(\xi_k^{(\lambda)}) - \sigma_{\theta\theta}(\xi_k^{(\lambda)})$ , які використовували як вхідні дані для оберненої задачі.

Аналіз розв'язку оберненої задачі та його порівняння з розв'язком прямої задачі наведені на рис. 1-4. На рис. 1, 2 зображено розподіли залишкових напружень  $\sigma_{zz}(\xi)$  та  $\sigma_{\theta\theta}(\xi)$ , отриманих на основі формули (8) із використанням розв'язку задачі (10) (суцільна лінія) та розв'язку (4) прямої задачі (штрихова лінія).

Як випливає із рис. 1, в інтервалі  $\xi_0 < |\xi| < L$  напруження, знайдені з розв'язку оберненої задачі (10), практично не відрізняються від знайдених за розв'язком прямої задачі (4). В інтервалі  $|\xi| < \xi_0$  значення осьових напружень, отримані з розв'язку оберненої задачі, досить близькі до значень, отриманих із розв'язку прямої задачі: максимальне відхилення в цьому інтервалі дорівнює 0,1 (див. врізку на рис. 1). Це ж спостерігається і для інших параметрів напруженого стану, зокрема, для кута повороту нормалі  $\Theta(\xi)$  та поперечної сили  $Q(\xi)$  (рис. 3, 4: суцільна лінія — обернена задача, штрихова лінія — пряма задача). Лише за детального розгляду цих залежностей (див. врізки на цих рисунках), стають подібними стрибки їхніх значень у точці  $\xi = 0$ .



#### Василь Чекурін, Леся Постолакі Задача неруйнівного визначення залишкових напружень у трубопроводі…

Натомість значення округлих напружень у зоні термічного впливу, обчислених за розв'язками прямої й оберненої задач, можуть істотно відрізнятися (див врізку на рис. 2).

Висновки. Інформативність магнітопружного методу обмежена, оскільки він надає апостеріорні дані лише про різницю головних напружень, визначену в дискретній множині точок поверхні оболонки. До того ж відстань між точками відбору даних є обмежена знизу довжиною бази перетворювача, яка приблизно дорівнює ширині зварного шва. Тож, цей метод не дозволяє отримувати апостеріорну інформацію про розподіл напружень безпосередньо в зоні шва. Тому відсутня можливість відновлення детальних розподілів несумісних деформацій у зоні шва на основі таких обмежених даних.

У статті розглянуто модель, у якій джерелом залишкових зварювальних напружень є зосереджена в площині несумісність, що розділяє дві півбезмежні оболонки, і визначається стрибками переміщень і кутів повороту серединної поверхні оболонки, стрибками згинального моменту та поперечної сили. У межах цієї моделі сформульовано обернену задачу, за розв'язком якої можна відновити усі чотири параметри несумісності на основі емпіричних даних, отриманих магнітопружним перетворювачем поза межами зони зварного шва, а відтак визначити в такий спосіб залишкові зварювальні напруження.

Порівняння розв'язку оберненої задачі з розв'язком відповідної прямої задачі, сформульованої в межах моделі несумісних деформацій, які неперервно розподілені в зоні шва, засвідчило, що:

1) похибка визначення компоненти напружень  $\sigma_{zz}$  є незначна на всій поверхні оболонки — вона набуває максимального значення в зоні зварного шва на межі двох частин оболонки та для розглянутого прикладу не перевищує 10 %;

2) похибка визначення компонент напружень  $\sigma_{zz}$  і  $\sigma_{\theta\theta}$  поза межами зварного шва для розглянутого прикладу близька до нуля;

3) безпосередньо у зоні зварного компонента  $\sigma_{\theta\theta}$  тензора напружень визначається зі значною похибкою, що є наслідком обмеженості емпіричних даних.

Таким чином, застосування моделі несумісності деформацій, зосередженої в площині з'єднання двох частин оболонки, разом із даними магнітопружних вимірювань дозволяє з достатньою для інженерних застосувань точністю відновлювати розподіли компонент напружень  $\sigma_{zz}$  на всій поверхні трубопроводу, а компоненти  $\sigma_{\theta\theta}$  — поза межами зварного шва. Для визначення компоненти  $\sigma_{\theta\theta}$ в зоні зварного шва слід використовувати інші неруйнівні методи, що дозволяють отримувати апостеріорні дані з більшою роздільністю, наприклад, застосувати вимірювання мікромагнітних параметрів [12].

### Література

- [1] Чекурін В. Ф. Обернена задача неруйнівного оптичного контролю залишкових напружень у циліндричних оболонках // Мат. методи та фіз.-мех. поля. — 1998. — Т. 41, № 2. — С. 151-157.
- [2] Подстригач Я. С., Осадчук В. А., Марголин А. М. Остаточные напряжения, длительная прочность и надежность стеклоконструкций. Киев: Наук. думка, 1991. 294 с.
- [3] Осадчук В., Пороховський Ю., Банахевич Ю. Математична модель розрахунково-експериментального визначення залишкових напружень у кільцевих зварних з'єднаннях труб на основі уточненої теорії оболонок // Машинознавство. — 2010. — № 3-4. — С. 13-19.
- [4] Діагностика напружень у трубах шлейфів і трубопровідних обв'язок з корозійними дефектами навколо зварного шва / А. В. Драгілєв, Ю. В. Банахевич, В. А. Осадчук, А. О. Кичма // Науковий вісник Івано-Франківського національного технічного університету нафти і газу. Івано-Франківськ, 2004. № 2(8). С. 102-107.
- [5] Дзюбик А. Р., Назар І. Б., Палаш Р. В. Оцінка напруженого стану зварних стиків магістральних трубопроводів неруйнівними методами // Вісник КДПУ ім. М. Остроградського. 2009. Вип. 5 (58), част. 1. С. 65-67.
- [6] Касаткин Б. С., Кедрин А. Б., Лобанов Х. М. Экспериментальные методы исследования деформаций и напряжений. Справочное пособие. Киев: Наукова думка, 1981. 581 с.
- [7] Чекурин В. Ф. Вариационный метод решения прямых и обратных задач теории упругости для полубесконечной полосы // Изв. РАН: Механика твердого тела. — 1999. — № 2. — С. 58-70.
- [8] Чекурін В., Постолакі Л. Варіаційний метод розв'язування оберненої бігармонічної задачі в прямокутнику // Фіз.-мат. моделювання та інформ. технології. — 2009. — Вип. 9. — С. 145-159.
- [9] Чекурін В. Ф., Постолакі Л. І. Теоретично-експериментальне визначення залишкових напружень у плоских з'єднаннях // Фіз.-хім. механіка матеріалів. — 2009. — Т. 45, № 2. — С. 153-162.
- [10] Недосека А. Я. Основы расчета и диагностика сварных конструкций. Киев: Издательство «ИНДРОМ», 2001. 815 с.
- [11] Палаш В. М., Юськів В. М., Дзюбик А. Р. Напруження в трубах, з'єднаних зварним кільцевим швом // Фізико-хімічна механіка матеріалів. — 2000. — № 4. — С. 95-98.
- [12] Nitschke-Pagel Th., Dilger K. Characterization of Residual Stresses and Hardness Condition in Welded Joints using Micromagnetic Parameters // Proceedings of the Nineteenth (2009) International Offshore and Polar Engineering Conference. Osaka, Japan, June 21-26, 2009. — ISOPE, 2009. — C. 332-337.

## Problem of non-destructive determination of residual stresses in the pipeline on the bases of data of magnetoelastic measurements

Vasyl Chekurin, Lesya Postolaki

Direct and inverse problems for non-destructive determination of axisymmetric residual stresses in a neighborhood of the circular weld in a long cylindrical pipe on the base of empirical data obtained with the use of magnetoelastic method have been considered. To take into account the residual stresses, the known model of incompatible strains has been used in the formulation of the direct problem. The incompatible strains are considered in this problem as continuously distributed in the narrow neighbouring domain of the weld of infinite cylindrical shell. Restricted informativity of the empirical data obtained by magnetoelastic method is insufficient for complete restoration of the incompatible strain's distribution in the weld. Therefore, a mathematical model, for which the incompatibility is concentrated in a plane separating two semi-infinite cylindrical shells, has been used to formulate the inverse problem. The solution of the inverse problem in comparison with the solution of the corresponding direct problem has been studied with the use of the method of computational experiments.

# Задача неразрушающего определения остаточных напряжений в трубопроводе по данным магнитоупругих измерений

Василь Чекурин, Леся Постолаки

Рассмотрены прямая и обратная задачи неразрушающего определения осесимметричных остаточных напряжений в окрестности кольцевого сварного шва в длинном цилиндрическом трубопроводе на основе эмпирических данных, полученных с использованием магнитоупругого метода. Для учета остаточных напряжений и формулировки прямой задачи применена известная модель несовместных деформаций, которые непрерывно распределены в узкой области цилиндрической оболочки в окрестности шва. Поскольку ограниченная информативность эмпирических данных, полученных магнитоупругим методом, является недостаточной для восстановления распределения несовместных деформаций в зоне шва во всей полноте, то для формулирования обратной задачи использована математическая модель, в которой несовместные деформации сосредоточены в плоскости, разделяющей две полубесконечные цилиндрические оболочки. С использованием метода вычислительного эксперимента проведено исследование решения обратной задачи и его сравнение с решением соответствующей прямой задачи.

Отримано 20.11.14