

Математичне моделювання впливу особливостей сенсорів на процес польоту безпілотного квадрокоптера

Богдан Благітко¹, Юрій Мочульський¹, Ігор Заячук²

¹к. т. н., доцент, Львівський національний університет імені Івана Франка, вул. генерала Гарнавського, 107, Львів, 79017, e-mail: blagitko@electronics.lnu.edu.ua, mochulsky@ukr.net

²к. т. н., Центр математичного моделювання ІППММ ім. Я. С. Підстригача НАН України, вул. Дж. Дудаєва, 15, Львів, 79005, e-mail: igorzaj@litech.lviv.ua

Наведено результати досліджень математичної моделі безпілотного квадрокоптера у польоті з урахуванням особливостей сенсорів: висотоміра, 3-осьового гіроскопа, 3-осьового акселерометра, 3-осьового магнітометра. Математичну модель безпілотного квадрокоптера подано системою диференціальних рівнянь Коші 16-го порядку. Вхідною інформацією є значення висоти польоту безпілотного квадрокоптера, кутів тангажу, крену, ристання та зміни їх у часі. Розглянуто спосіб пропорційно-диференціальний (ПД) керування для стабілізації польоту безпілотного квадрокоптера, а за необхідності й оптимального виведення його на заданий режим. ПД-регулятор змінює прирости сили тяги чотирьох електродвигунів-гвинтів, знак приростів і моменти часу, в які повинні відбуватися всі ці зміни. Запропоновану методику керування безпілотним квадрокоптером перевірено на прикладі автоматичного виконання фігури простого пілотажу — горизонтальної вісімки — як із правим, так і з лівим поворотами.

Ключові слова: безпілотний квадрокоптер, висотомір, 3-осьовий гіроскоп, 3-осьовий акселерометр, 3-осьовий магнітометр, керування.

Вступ. Традиційно математична модель безпілотного квадрокоптера описує динамічні процеси в системі у цілому [1-5]. Але це тільки перше наближення, адже система отримує інформацію про параметри польоту від сенсорів, покази яких не залежать від параметрів системи.

1. Елементи математичної моделі безпілотного квадрокоптера

Безпілотний квадрокоптер конструктивно поєднує електромеханічну систему й електронну для керування польотом.

Електромеханічна система реалізована у вигляді хрестоподібної балкової конструкції. На кожному з кінців балок однакової довжини прикріплені електричні двигуни постійного струму з пропелерами із незмінюваним кутом атаки. Сили тяги всіх чотирьох пар електричний двигун – пропелер напрямлені перпендикулярно до площини балкової конструкції. Двигуни на сусідніх кінцях балок мають різні пропелери: один із них — правий, інший — лівий. Швидкості обертання роторів електродвигунів і, відповідно, сили тяги пропелерів задаються напругами на обмотках електродвигунів.

Математична модель безпілотного квадрокоптера описується системою диференціальних рівнянь 16-го порядку у формі Коші [4, 5].

Параметри моделі безпілотного квадрокоптера такі: $g = 9,81 \text{ м/с}^2$, $m = 0,468 \text{ кг}$, $L = 0,225 \text{ м}$, $k = 2,98 \cdot 10^{-6} \text{ кг}\cdot\text{м/рад}^2$, $b = 1,14 \cdot 10^{-7} \text{ кг}\cdot\text{м}^2/\text{рад}^2$, $J_{\Gamma} = 3,357 \cdot 10^{-5} \text{ кг}\cdot\text{м}^2$, $J_{xx} = J_{yy} = 4,856 \cdot 10^{-3} \text{ кг}\cdot\text{м}^2$, $J_{zz} = 9,801 \cdot 10^{-3} \text{ кг}\cdot\text{м}^2$, $A_x = A_y = A_z = 0,25 \text{ кг/с}$, а параметри електродвигунів: $a_0 = 189,63 \text{ рад/с}^2$; $a_1 = 6,0612 \text{ с}^{-1}$; $a_2 = 0,0122 \text{ рад}^{-1}$; $b_m = 280,19 \text{ рад В/с}^2$.

У процесі аналізу моделі використовувався неявний метод TR-BDF2 (на першому етапі рівняння інтегрують методом трапецій, а на другому застосовують формулу диференціювання назад другого порядку) [6]. За результатами дослідження впливу параметрів регулятора на швидкість перехідного процесу обрано для цього пристрою наступні величини: $K_{zd} = 5$; $K_{zp} = 6,25$; $K_{\psi d} = K_{\psi d} = K_{\theta d} = 2,5$; $K_{\gamma p} = K_{\psi p} = K_{\theta p} = 4,5$.

Дослідження моделі безпілотного квадрокоптера, як динамічної системи із сенсорами, проводилися для фігури простого пілотажу — горизонтальної вісімки. У разі виконання цієї фігури безпілотний квадрокоптер повинен у горизонтальній площині виконати повне коло, а після цього ще друге в протилежному напрямі для того, щоб повернутися в початкову точку. Для руху по колу на заданій висоті до безпілотного квадрокоптера потрібно прикласти напрямлену догори вертикальну силу, яка дорівнює mg , та горизонтальну доцентрову силу, значення якої визначатиме радіус кола. Для створення доцентрової сили необхідно нахилити безпілотний квадрокоптер, тобто задати ненульовий кут тангажу або крену чи обидва кути одночасно. Тоді силу тяги пропелерів можна розкласти на два складники — горизонтальний і вертикальний. Під час руху по колу вектор доцентрової сили рівномірно змінює свій напрям. Таку доцентрову силу можна створити, задавши певний сталий кут тангажу або крену та рівномірно в часі змінювати кут ристання. Після того, як безпілотний квадрокоптер, описавши коло, повернеться в початкову точку, необхідно поміняти напрям зміни кута ристання на протилежний і описати ще одне коло.

2. Пропорційно-диференціальний регулятор

Електронна система визначає напруги, які необхідно подати на обмотки відповідних електродвигунів для переміщення безпілотного квадрокоптера за заданою траєкторією реалізована, як плата управління силою тяги електродвигунів. Процес обчислення величини сигналів управління здійснюється мікроконтролером за результатами вимірювань отриманих за допомогою сенсорів. Вони розміщені на платі управління, яку, своєю чергою, механічно прикріплено до хрестоподібної балкової конструкції безпілотного квадрокоптера.

Для керування польотом безпілотного квадрокоптера обрано пропорційно-диференціальний регулятор, який регулює висоту польоту та кути нахилу, змінюючи вертикальний складник сили тяги пропелерів і моменти сил, які обертають безпілотний квадрокоптер.

На рис. 1 зображено блок-схему моделі безпілотного квадрокоптера разом із платою керування, параметрами та сенсорами, де Z — висота квадрокоптера; V_z — вертикальний складник швидкості; γ , θ , ψ — відповідно кути крену, тангажу та ристання; ω_γ , ω_θ , ω_ψ — кутові швидкості обертання безпілотного квадрокоптера; U_1 , U_2 , U_3 , U_4 — напруги, які подаються на двигуни безпілотного квадрокоптера.

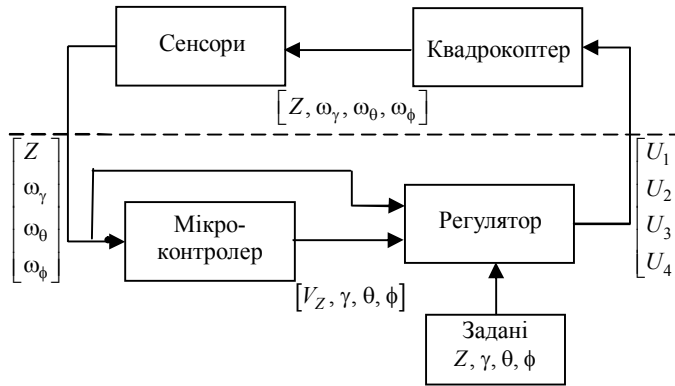


Рис. 1. Блок-схема безпілотного квадрокоптера з регулятором

3. Моделювання польоту безпілотного квадрокоптера за даними висотоміра та 3-осьового гіроскопа

Основними сенсорами безпілотного квадрокоптера є висотомір за допомогою якого отримуємо дані про висоту польоту Z і 3-осьовий гіроскоп для визначення проєкції кутової швидкості $\omega_\gamma, \omega_\theta, \omega_\phi$ на осі тангажу, крену та ристання відповідно.

Значення цих параметрів поступають на регулятор. Регулятор формує напруги, які необхідно подати на двигуни для забезпечення необхідних кутових швидкостей.

Для моделювання висотоміра використано значення змінних стану Z_i та Z_{i+1} моделі безпілотного квадрокоптера в моменти часу t_i та t_{i+1} .

Вертикальну швидкість знаходимо чисельно за формулою

$$V_{Z, i+1} = \frac{Z_{i+1} - Z_i}{t_{i+1} - t_i}, \quad (1)$$

де Z_{i+1}, Z_i — висота квадрокоптера в моменти часу t_{i+1}, t_i відповідно. Таку операцію технічно реалізується мікроконтролером.

Кутові швидкості $\omega_\gamma, \omega_\theta$ та ω_ψ , які отримані за допомогою 3-осьового гіроскопа також є змінними стану моделі безпілотного квадрокоптера. За показами гіроскопа методами чисельного інтегрування знаходимо кути тангажу, крену та ристання. На основі значень цих кутів у момент часу t_i і, врахувавши фактор зміщення нуля гіроскопа Δ , отримуємо формулу для обчислення кута крену в момент часу t_{i+1}

$$\gamma_{i+1} = \int_{t_i}^{t_{i+1}} \omega_\gamma(t) dt + \int_{t_i}^{t_{i+1}} \Delta_\gamma dt + \gamma_i \approx \gamma_i + \omega_{\gamma, i} (t_{i+1} - t_i) + \Delta_\gamma (t_{i+1} - t_i). \quad (2)$$

Аналогічно обчислюються кути тангажу та ристання. За рахунок похибки нуля гіроскопа (третього доданку) похибка визначення кутів тангажу, крену та ристання буде накопичуватися, що призводить до відхилення траєкторії польоту від заданої.

Застосувавши описану методику змодельовано політ безпілотного квадрокоптера за горизонтальною вісімкою. У процесі польоту через кожні 30 мс фіксуються покази з висотоміра та гіроскопа. Причому у моделі гіроскопа враховується похибка нуля в межах $0,06$ °/с. На основі цих даних мікроконтролер обчислює вертикальну швидкість, а також кути тангажу, крену та рискання за формулами (1) і (2).

Регулятору задавали сталу висоту $Z_d = 5$ м, кут крену постійно дорівнював нулю, а кут тангажу задавали таким, що дорівнює 3° .

Для виконання польоту за траєкторією горизонтальної вісімки кожні 30 мс змінювалися задані регулятору значення кута рискання за законом

$$\phi_d = \begin{cases} \frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{90}t & \text{для } t < 180 \text{ с,} \\ \frac{3\pi}{2} - \frac{\pi}{90}(t-180) & \text{для } 180 \text{ с} < t < 360 \text{ с.} \end{cases} \quad (3)$$

У разі відсутності похибки нуля гіроскопа безпілотний квадрокоптер буде описувати горизонтальну вісімку [5]. Але за похибки нуля гіроскопа $\pm 0,06$ °/с за рахунок похибок визначення кутів тангажу та крену траєкторія польоту суттєво відрізняється від вісімки: (рис. 2).

4. Моделювання процесу корекції польоту безпілотного квадрокоптера за показами 3-осьового акселерометра та 3-осьового магнітометра

Для корекції кутів положення безпілотного квадрокоптера використовують значення цих кутів обчислені за показами акселерометра.

За допомогою 3-осьового акселерометра визначаються проекції $(A_{x_0}, A_{y_0}, A_{z_0})$ суми вектора прискорення вільного падіння та вектора абсолютного прискорення об'єкта на осі X_0, Y_0, Z_0 системи координат, зв'язаної з об'єктом. У разі нерухомого об'єкта або його рівномірного руху наведені вище проекції будуть проекціями вектора прискорення вільного падіння безпілотного квадрокоптера \vec{G} на осі X_0, Y_0, Z_0 тобто

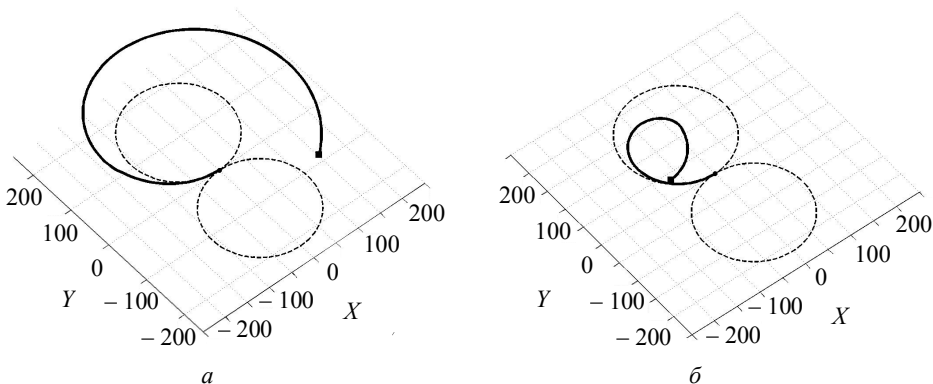


Рис. 2. Траєкторія польоту безпілотного квадрокоптера за похибки нуля гіроскопа: *a* — $\Delta = +0,06$ °/с, *b* — $\Delta = -0,06$ °/с

$$\vec{G} = \vec{i} \cdot A_{x_0} + \vec{j} \cdot A_{y_0} + \vec{k} \cdot A_{z_0}, \quad (4)$$

де $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ — одиничні вектори декартової системи координат.

Розглянемо дві системи координат: систему XYZ , зв'язану із Землею (вісь X направлена на схід, Y — на північ, Z — вертикально) та систему $X_0Y_0Z_0$, зв'язану з безпілотним квадрокоптером. На рис. 3а наведено площина XOZ (вісь Y направлена перпендикулярно до цієї площини).

Сума векторів \vec{A}_{y_0} та \vec{A}_{z_0} дорівнює вектору $\vec{A}_{y_{z_0}}$, який лежить у площині Y_0OZ_0 , перпендикулярній до осі X_0 . За відсутності власного прискорення сума вектора $\vec{A}_{y_{z_0}}$ з вектором \vec{A}_{x_0} повинна дорівнювати вектору прискорення земного тяжіння \vec{G} . Всі ці три вектори лежать в одній площині.

Кут між векторами \vec{G} і $\vec{A}_{y_{z_0}}$ дорівнює куту крену γ (рис. 3а). Врахувавши те, що довжина вектора $\vec{A}_{y_{z_0}}$ дорівнює $\sqrt{A_{y_0}^2 + A_{z_0}^2}$, отримаємо

$$\gamma = \arctan\left(A_{x_0} / \sqrt{A_{y_0}^2 + A_{z_0}^2}\right). \quad (5)$$

Аналогічно кут тангажу θ визначається за формулою

$$\theta = \arctan\left(A_{y_0} / \sqrt{A_{x_0}^2 + A_{z_0}^2}\right). \quad (6)$$

На жаль, записати вираз для кута ризику в вигляді формули неможливо, тому що вектор \vec{G} направлений по осі Z , довкола якої обертається безпілотний квадрокоптер у разі ризику.

Корекція кута ризику безпілотного квадрокоптера здійснюється за допомогою магнітометра. 3-осьовий магнітометр визначає проекції вектора магнітної індукції на осі X_0, Y_0, Z_0 (відповідно $\vec{B}_{x_0}, \vec{B}_{y_0}, \vec{B}_{z_0}$). Для переходу до інерційної системи координат XYZ можна скористуватися матрицею повороту системи координат на кути γ і θ . Враховуючи, що в північній півкулі вектор \vec{B}_{z_0} направлений до центра Землі (тобто протилежний до осі Z , отримаємо

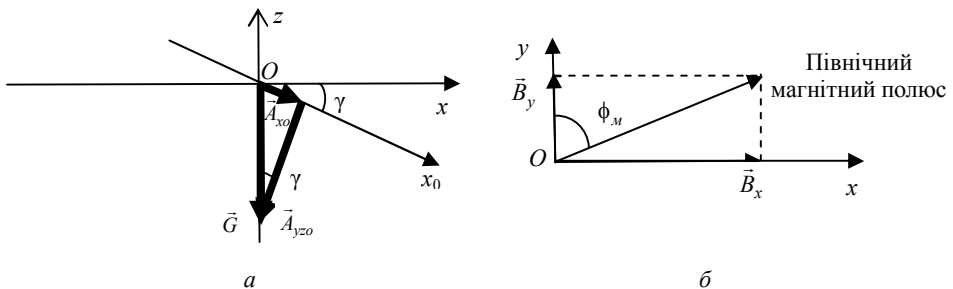


Рис. 3. Корекція кута тангажу (а) та ризику (б)

$$\begin{aligned}\vec{B}_x &= \vec{B}_{x0} \cos(\gamma) - \vec{B}_{z0} \sin(\gamma), \\ \vec{B}_y &= \vec{B}_{x0} \cos(\theta) \sin(\gamma) + \vec{B}_{y0} \cos(\theta) + \vec{B}_{z0} \cos(\gamma) \sin(\theta).\end{aligned}\quad (7)$$

Вектор суми \vec{B}_x та \vec{B}_y направлений в бік північного магнітного полюса. Відхилення умовного носу безпілотного квадрокоптера (першого двигуна) від напрямку на північний магнітний полюс (рис. 3б) визначається формулою

$$\phi_M = -\arctg(\vec{B}_x / \vec{B}_y). \quad (8)$$

Знак «-» вказує на те, що безпілотний квадрокоптер відхилився на кут ϕ_M проти годинникової стрілки. В процесі пошуку кута ризику (відхилення безпілотного квадрокоптера від географічного північного полюса) необхідно враховувати кут магнітного відхилення δ для місця знаходження безпілотного квадрокоптера

$$\phi = \phi_M + \delta. \quad (9)$$

Наприклад, для Львова цей кут дорівнює $+5^\circ 37'$.

За рахунок похибки нуля гіроскопа безпілотний квадрокоптер відхиляється від руху по колу (рис. 2). В той же час, коректувати кути тангажу та крену неможливо, бо під час руху по колу абсолютне прискорення відмінне від нуля. Тому траєкторію криволінійної вісімки замінено траєкторією польоту за двома правильними шестикутниками. Якщо безпілотний квадрокоптер рівномірно рухається вздовж ребра шестикутника тоді можна коректувати кути тангажу та крену.

Для корекції кутів тангажу та крену кожні 5 с знімалися покази акселерометра. Корекція відбувалася лише тоді, коли безпілотний квадрокоптер перебував у стані спокою або прямолінійного рівномірного руху, тобто модуль вектора прискорення

$$A = \sqrt{A_{x0}^2 + A_{y0}^2 + A_{z0}^2} \quad (10)$$

дорівнював прискоренню земного тяжіння \vec{G} .

Якщо ця умова виконується, то згідно з формулами $(G - A)/G < 0,00001$ (5), (6) коректуються кути тангажу та крену.

Зміну кута тангажу на відріжку від 10 с до 80 с зображено на рис. 4а. Причому кожні 5 с здійснюється корекція кута. На проміжку траєкторії польоту від 35 с до 65 с корекція кутів не відбувається, бо безпілотний квадрокоптер у цей час рухається прискорено. Аналогічно проходить процес зміни і корекція кута ризику (рис. 4б).

На рис. 5 показано траєкторію руху безпілотного квадрокоптера за двома шестикутниками у разі похибки нуля гіроскопа $0,06^\circ/\text{с}$ і її корекції за допомогою акселерометра та магнітометра. Процес корекції польоту відбуваються за умови, що динамічна система без затримки команд керування забезпечує стійкий розв'язок і, відповідно, нормальний політ безпілотного квадрокоптера [4].

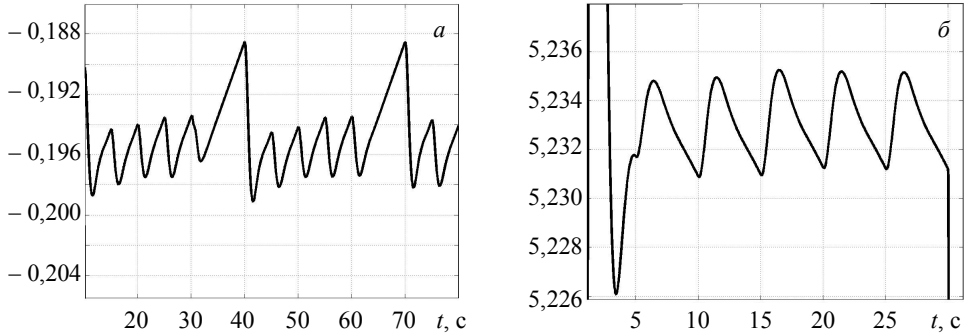


Рис. 4. Корекція кута тангажу (а) та ристання (б)

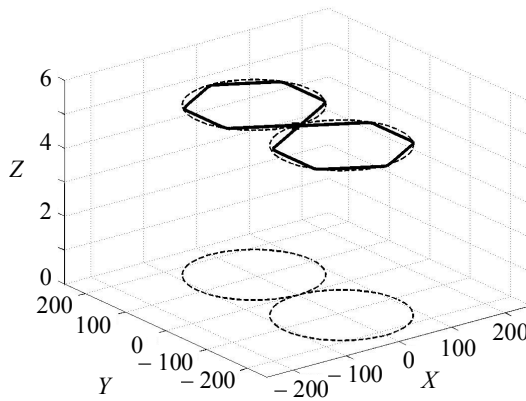


Рис. 5. Траєкторія польоту безпілотної квадрокоптера за даними сенсорів: висотоміра, 3-осьового гіроскопа, 3-осьового акселерометра та 3-осьового магнітометра

Висновок. У процесі дослідження проведено числовий експеримент з використанням запропонованої математичної моделі польоту безпілотної квадрокоптера, яка враховує тільки покази висотоміра та 3-осьового гіроскопа. Встановлено, що траєкторія польоту суттєво відрізняється відгоризонтальної вісімки. Тому запропоновано ввести у систему керування 3-осьовий акселерометр для корекції кутів тангажу та крену і 3-осьовий магнітометр — для корекції кута ристання. Результати числових розрахунків траєкторії польоту безпілотної квадрокоптера з використанням розробленої математичної моделі вказують на те, що політ відбувається за траєкторією кусково-лінійної апроксимації горизонтальної вісімки, наприклад, за двома шестикутниками замість плавної кривої.

Література

- [1] Aerodynamics and control of autonomous quadrotor helicopters in aggressive maneuvering / H. Huang, G. M. Hoffmann, S. L. Waslander, C. J. Tomlin // IEEE International Conference on Robotics and Automation. — 2009. — P. 3277-3282.
- [2] Experimental autonomous flight of a small-scaled helicopter using accurate dynamics model and low-cost sensors / D. Wissiere, P.-J. Bristeau, A. P. Martin, N. Petit // Proceeding of the 17th Word

- Congress The International Federation of Automatic Control, Seoul Korea, July 6-11, 2008. — P. 14642-14650.
- [3] *Nartin P., Salaun E.* The True Role of Accelerometer Feedback in Quadrotor Control // IEEE International Conference on Robotics and Automation, Anchorage, May 2010. — P. 1623-1629.
- [4] Моделювання процесу керування вертикальним злетом і приземленням безпілотного квадрокоптера / Б. Благітко, Ю. Мочульський, Л. Кім, І. Заячук // Фіз.-мат. моделювання та інформ. технології. — 2012. — Вип. 16. — С. 23-31.
- [5] Моделювання процесу стабілізації та керованості безпілотного квадрокоптера у польоті / Б. Благітко, Ю. Мочульський, Л. Кім, І. Заячук // Фіз.-мат. моделювання та інформ.технології. — 2013. — Вип. 18. — С. 21-31.
- [6] *Мочульський Ю.* **Matlab** у фізичних дослідженнях: навч.-метод. посіб. — Львів: ВЦ ЛНУ ім. Івана Франка, 2004. — 121 с.

Modelling of unmanned quadcopter flight with consideration of various peculiarities of its sensors

Bogdan Blahitko, Yuri Mochulsky, Igor Zayachuk

The results of study of mathematical models of unmanned quadcopter flight with taking into account the sensor peculiarities: altimeter, 3-axis gyroscope, 3-axis accelerometer, 3-axis magnetometer are demonstrated. The mathematical model of unmanned quadcopter flight is represented by the system of differential equations in the form of Cauchy of 16th order. The input information is the values of the unmanned quadcopter altitude, corners pitch, roll, yaw, and their changes in time. The way of proportionally differential flight control of unmanned quadcopter has been considered to stabilize the quadcopter flight and to optimally put the quadcopter into the given mode. PD-controller changes the traction increments of electric motors – screws, the sign of the increments, and the time points, at which all those changes should be done. The suggested technique of the unmanned quadcopter flight control has been tested by example of automatic execution of simple aerobatics figures - a horizontal figure-of-eight - with both right and left-turns.

Математическое моделирование влияния особенностей сенсоров на процесс полета беспилотного квадрокоптера

Богдан Благітко, Юрий Мочульський, Игор Заячук

Приведены результаты исследований математической модели беспилотного квадрокоптера в полете с учетом особенностей сенсоров: высотомера, 3-осевого гироскопа, 3-осевого акселерометра, 3-осевого магнитометра. Математическая модель беспилотного квадрокоптера представлена системой дифференциальных уравнений в форме Коши 16-го порядка. Входной информацией является значение высоты полета беспилотного квадрокоптера, значения углов тангажа, крена, рыскания и изменения их во времени. Рассмотрен способ пропорционально-дифференциального (ПД) управления для стабилизации полета беспилотного квадрокоптера, а при необходимости и оптимального вывода его на заданный режим. ПД-регулятор меняет приросты силы тяги четырех электродвигателей-винтов, знак приростов и моменты времени, в которые должны происходить все эти изменения. Предложенная методика управления беспилотным квадрокоптером проверена на примере автоматического выполнения фигуры простого пилонажа, — горизонтальной восьмерки — как с правым, так и с левым поворотами.

Представлено професором Т. Нагірним

Отримано 06.05.15